Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 04.10.2023 16:37:51
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет машиностроения

УТВЕРЖДАЮ

Декан

_____ /Е.В. Сафонов/

«27» апреля 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Высшая математика

Направление подготовки
11.03.01 Радиотехника

Профиль
Интеллектуальная радиоэлектроника и промышленный интернет вещей

Квалификация
Бакалавр

Формы обучения
очная

Москва, 2023 г.

Разработчик(и):

Доцент кафедры «Автоматика и управление»,
к.т.н.  А.А. Филимонова/

Согласовано:
Заведующий кафедрой «Автоматика и управление»,
д.т.н., профессор  /А.А. Радионов/

Руководитель образовательной программы
д.т.н., профессор  /А.А. Радионов/

Содержание

1 Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине 4
2 Место дисциплины в структуре образовательной программы 6
3 Структура и содержание дисциплины 6
3.1 Виды учебной работы и трудоемкость 6
3.2 Тематический план изучения дисциплины 7
3.3 Содержание дисциплины 14
3.4 Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий 17
3.5 Тематика курсовых проектов (курсовых работ) 20
4 Учебно-методическое и информационное обеспечение 20
4.1 Нормативные документы и ГОСТы 20
4.2 Основная литература 20
4.3 Дополнительная литература 21
4.4 Электронные образовательные ресурсы 21
4.5 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение 21
4.6 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы 21
5 Материально-техническое обеспечение 22
6 Методические рекомендации 22
6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения 22
6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 23
7 Фонд оценочных средств 28
7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения 28
7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения 30
7.3 Оценочные средства 36

1 Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным целям освоения дисциплины «Высшая математика» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным задачам освоения дисциплины «Высшая математика» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Высшая математика» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование компетенций	**Индикаторы достижения компетенции**	**Наименование показателя оценивания**
ОПК-1. Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности;	ИОПК-1.1 Понимает фундаментальные законы природы; основные физические и математические методы накопления, передачи и обработки информации; ИОПК-1.2 Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера; ИОПК-1.3 Использует знания естественных наук и математики при решении практических задач.	**Знать:** теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа; основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений в объеме, достаточном для изучения естественнонаучных дисциплин на современном научном уровне; основные понятия и утверждения векторного анализа, теории функции комплексного переменного, рядов, теории вероятностей. **Уметь:** решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной

		алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами; использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач; применять методы векторного анализа, теории функции комплексного переменного, теории рядов, операционного исчисления для понимания адекватной современному уровню знаний научной картины мира. **Владеть:** навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам; навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем; навыками применения положений векторного анализа, теории функции комплексного переменного, теории рядов,

		операционного исчисления для применения в профессиональной деятельности на современном уровне знаний.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Модулю "Математические и естественно-научные дисциплины" обязательной части блока Б1 «Дисциплины (модули)». Дисциплина непосредственно связана со следующими дисциплинами и практиками ООП:

Методы и средства измерений
Радиофизика
Теория автоматического управления
Физика
Физические основы электроники
Химия
Экономическая оценка эффективности инженерного проекта
Электродинамика и распространение радиоволн
Электротехника

3 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц, 432 часа.

3.1 Виды учебной работы и трудоемкость

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестры		
			1	2	3
1	**Аудиторные занятия**	**178**	**52**	**54**	**72**
	В том числе:				
1.1	Лекции	70	16	18	36
1.2	Семинарские/практические занятия	108	36	36	36
1.3	Лабораторные занятия	0	0	0	0
2	**Самостоятельная работа**	**254**	**92**	**54**	**108**
	В том числе:				
2.1	РГР	122	50	18	54
2.2	Подготовка к семинару	78	24	18	36
2.3	Подготовка к промежуточной аттестации	54	18	18	18
3	**Промежуточная аттестация**				
	Зачет/диф.зачет/экзамен	-	Зачет	Экзамен	Экзамен
	Итого	**432**	**144**	**108**	**180**

3.2 Тематический план изучения дисциплины

№ п/п	Разделы/темы дисциплины	Трудоемкость, час					
		Всего	Аудиторная работа				Самостоятельная работа
			Лекции	Семинарские/ практические занятия	Лабораторные занятия	Практическая подготовка	
1	**Раздел 1. Элементы линейной алгебры**	**48**	**6**	**12**	**0**	**0**	**30**
1.1	Тема 1. Матрицы, действия над матрицами.	8	2	2	0	0	4
1.2	Тема 2. Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.	8	2	2	0	0	4
1.3	Тема 3. Обратная матрица и ее вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.	6	0	2	0	0	4
1.4	Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы	10	2	2	0	0	6
1.5	Тема 5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	8	0	2	0	0	6
1.6	Тема 6. Метод Гаусса в произвольных системах линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.	8	0	2	0	0	6
2	**Раздел 2. Векторы.**	**40**	**4**	**10**	**0**	**0**	**26**
2.1	Тема 1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.	10	2	2	0	0	6
2.2	Тема 2. Понятие базиса. Координаты вектора. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.	8	0	2	0	0	6

2.3	Тема 3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение двух векторов, его свойства.	8	0	2	0	0	6
2.4	Тема 4. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Вычисление объема параллелепипеда. Условие коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов. Ортонормированный базис. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.	6	0	2	0	0	4
2.5	Тема 5. Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису преобразование координат вектора при изменении базиса. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	8	2	2	0	0	4
3	**Раздел 3. Комплексные числа и многочлены**	**18**	**2**	**4**	**0**	**0**	**12**
3.1	Тема 1. Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел.	10	2	2	0	0	6
3.2	Тема 2. Операции над комплексными числами. Разложение многочлена на множители основная теорема алгебры	8	0	2	0	0	6
4	**Раздел 4. Аналитическая геометрия**	**38**	**4**	**10**	**0**	**0**	**24**
4.1	Тема 1. Системы координат. Различные типы уравнений плоскости	14	2	4	0	0	8
4.2	Тема 2. Различные типы уравнений прямой на плоскости и в пространстве	10	0	2	0	0	8

4.3	Тема 3. Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояний между точкой и плоскостью	10	0	2	0	0	8
5	**Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.**	**48**	**8**	**16**	**0**	**0**	**24**
5.1	Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Правила предельного перехода. Функция. Предел функции. Теоремы о пределах функции. Выдача заданий РГР № 1 по математическому анализу.	6	2	2	0	0	2
5.2	Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие неопределенностей разного типа.	6	0	2	0	0	4
5.3	Непрерывность функций в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Точки разрыва функции, их классификация.	6	2	2	0	0	2
5.4	Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Техника дифференцирования	6	0	2	0	0	4
5.5	Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.	6	2	2	0	0	2
5.6	Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле	6	0	2	0	0	4

	Тейлора. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.						
5.7	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба.	6	2	2	0	0	2
5.8	Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Самостоятельная работа №1 на семинаре по функциям одной переменной	6	0	2	0	0	4
6	**Раздел 6. Функция нескольких переменных.**	**18**	**4**	**6**	**0**	**0**	**8**
6.1	Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Выдача заданий РГР № 2 по функциям нескольких переменных	6	2	2	0	0	2
6.2	Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца. Производная по направлению. Градиент.	6	0	2	0	0	4
6.3	Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Самостоятельная работа №2 на семинаре по функциям нескольких переменных	6	2	2	0	0	2
7	**Раздел 7. Интегральное исчисление**	**42**	**6**	**14**	**0**	**0**	**22**
7.1	Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица	6	0	2	0	0	4

	интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. Выдача заданий РГР № 3 по интегральному исчислению						
7.2	Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям	6	2	2	0	0	2
7.3	Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.	6	0	2	0	0	4
7.4	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле	6	2	2	0	0	2
7.5	Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов, площадей поверхности).	6	0	2	0	0	4
7.6	Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства.	6	2	2	0	0	2
7.7	Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Геометрические и физические приложения кратных интегралов. Контрольное тестирование	6	0	2	0	0	4
8	**Раздел 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения**	**90**	**18**	**18**	**0**	**0**	**54**
8.1	Тема 1. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений (д.у.) первого порядка. Задача Коши, теорема существования и единственности ее решения Понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов.	10	2	2	0	0	6

	Геометрический смысл общего интеграла д.у 1-го порядка						
8.2	Тема 2. Решение д.у. первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными, однородных д.у., уравнений в полных дифференциалах	10	2	2	0	0	6
8.3	Тема 3. Линейные д.у. первого порядка Метод вариации произвольной постоянной, метод произведений Бернулли. Уравнение Бернулли.	10	2	2	0	0	6
8.4	Тема 4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование уравнений методом понижения порядка	10	2	2	0	0	6
8.5	Тема 5. Линейные однородные д.у. n –го порядка. Теорема о структуре общего решения линейных однородных д.у. n –го порядка. Построение фундаментальной системы решений для уравнений с постоянными коэффициентами.	10	2	2	0	0	6
8.6	Тема 6. Решение линейных однородных д.у. n –го порядка с постоянными коэффициентами. Вид частных решений однородного уравнения в зависимости от вида корней характеристического уравнения	10	2	2	0	0	6
8.7	Тема 7. Линейные неоднородные д.у. n-го порядка. Теорема о структуре общего решения. Метод подбора частного решения для различных специальных видов правой части.	10	2	2	0	0	6
8.8	Тема 8. Линейные неоднородные д.у. второго порядка с постоянными коэффициентами с произвольной непрерывной правой частью. Метод вариации	10	2	2	0	0	6

	произвольных постоянных. Краевые задачи						
8.9	Тема 9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Решение нормальных систем линейных дифференциальных уравнений методом исключения.	10	2	2	0	0	6
9	**Раздел 9. Теория вероятностей**	**70**	**14**	**14**	**0**	**0**	**42**
9.1	Тема 1. Введение. Элементы комбинаторики.	10	2	2	0	0	6
9.2	Тема 2. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события, их типы. Классическое и статистическое определения вероятности, их свойства. Непосредственный подсчет вероятности на основе классического определения	10	2	2	0	0	6
9.3	Тема 3. Геометрическая вероятность. Задача Бюффона. Алгебра событий. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Основные теоремы теории вероятностей.	10	2	2	0	0	6
9.4	Тема 4. Формула полной вероятности. Формула Бернулли, локальная и интегральная теоремы Лапласа	10	2	2	0	0	6
9.5	Тема 5. Случайные величины, их типы, понятие закона распределения случайной величины. Основные законы распределения дискретной случайной величины (гипергеометрический, биномиальный, распределение Пуассона).	10	2	2	0	0	6
9.6	Тема 6. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайных величин, их	10	2	2	0	0	6

	вероятностный смысл и свойства. Плотность вероятностей						
9.7	Тема 7. Законы распределения непрерывных случайных величин (равномерный, нормальный). Центральная предельная теорема.	10	2	2	0	0	6
10	**Раздел 10. Элементы математической статистики**	**20**	**4**	**4**	**0**	**0**	**12**
10.1	Тема 1. Основные задачи математической статистики. Выборочный метод. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки. Построение эмпирической функции распределения выборки, полигона и гистограммы относительных частот.	10	2	2	0	0	6
10.2	Тема 2. Точечные оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Выборочная средняя. Выборочная и исправленная дисперсии. Понятие об интервальных оценках.	10	2	2	0	0	6
	Итого	**432**	**70**	**108**	**0**	**0**	**254**

3.3 Содержание дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1. Матрицы, действия над матрицами.

Тема 2. Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.

Тема 3. Обратная матрица и ее вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.

Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы

Тема 5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

Тема 6. Метод Гаусса в произвольных системах линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.

Раздел 2. Векторы.

Тема 1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.

Тема 2. Понятие базиса. Координаты вектора. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.

Тема 3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение двух векторов, его свойства.

Тема 4. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Вычисление объема параллелепипеда. Условие коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов. Ортонормированный базис. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе. Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису преобразование координат вектора при изменении базиса. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

Тема 1. Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел.

Тема 2. Операции над комплексными числами. Разложение многочлена на множители основная теорема алгебры

Раздел 4. Аналитическая геометрия

Тема 1. Системы координат. Различные типы уравнений плоскости

Тема 2. Различные типы уравнений прямой на плоскости и в пространстве

Тема 3. Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояний между точкой и плоскостью

Тема 4. Кривые второго порядка их геометрические свойства. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка

Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Построение графиков функций. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Тема 2. Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация.

Тема 3. Производная функции. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

Тема 4. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Раскрытие неопределенностей различного типа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Тема 5. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Общая схема

исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 1. Функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

Тема 2. Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

Раздел 7. Интегральное исчисление

Тема 1. Первообразная. Теорема существования неопределенного интеграла. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. Методы интегрирования с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 2. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов.

Тема 3. Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

Тема 4. Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Правила вычисления двойных интегралов.

Раздел 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 1. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений (д.у.) первого порядка. Задача Коши, теорема существования и единственности ее решения Понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов. Геометрический смысл общего интеграла д.у 1-го порядка

Тема 2. Решение д.у. первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными, однородных д.у., уравнений в полных дифференциалах

Тема 3. Линейные д.у. первого порядка Метод вариации произвольной постоянной, метод произведений Бернулли. Уравнение Бернулли.

Тема 4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование уравнений методом понижения порядка

Тема 5. Линейные однородные д.у. n –го порядка. Теорема о структуре общего решения линейных однородных д.у. n –го порядка. Построение фундаментальной системы решений для уравнений с постоянными коэффициентами.

Тема 6. Решение линейных однородных д.у. n –го порядка с постоянными коэффициентами. Вид частных решений однородного уравнения в зависимости от вида корней характеристического уравнения

Тема 7. Линейные неоднородные д.у. n-го порядка. Теорема о структуре общего решения. Метод подбора частного решения для различных специальных видов правой части.

Тема 8. Линейные неоднородные д.у. второго порядка с постоянными коэффициентами с произвольной непрерывной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных. Краевые задачи

Тема 9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Решение нормальных систем линейных дифференциальных уравнений методом исключения.

Раздел 9. Теория вероятностей

Тема 1. Введение. Элементы комбинаторики.

Тема 2. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события, их типы. Классическое и статистическое определения вероятности, их свойства. Непосредственный подсчет вероятности на основе классического определения.

Тема 3. Геометрическая вероятность. Задача Бюффона. Алгебра событий. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Основные теоремы теории вероятностей.

Тема 4. Формула полной вероятности. Формула Бернулли, локальная и интегральная теоремы Лапласа

Тема 5. Случайные величины, их типы, понятие закона распределения случайной величины. Основные законы распределения дискретной случайной величины (гипергеометрический, биномиальный, распределение Пуассона).

Тема 6. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайных величин, их вероятностный смысл и свойства. Плотность вероятностей

Тема 7. Законы распределения непрерывных случайных величин (равномерный, нормальный). Центральная предельная теорема.

Раздел 10. Элементы математической статистики

Тема 1. Основные задачи математической статистики. Выборочный метод. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки. Построение эмпирической функции распределения выборки, полигона и гистограммы относительных частот.

Тема 2. Точечные оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Выборочная средняя. Выборочная и исправленная дисперсии. Понятие об интервальных оценках.

3.4 Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий

3.4.1 Семинарские/практические занятия

Практическое занятие 1. Матрицы, действия над матрицами.

Практическое занятие 2. Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.

Практическое занятие 3. Обратная матрица и ее вычисление.

Практическое занятие 4. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы

Практическое занятие 5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли

Практическое занятие 6. Метод Гаусса в произвольных системах линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.

Практическое занятие 7. Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейное пространство геометрических векторов. Понятие линейной комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.

Практическое занятие 8. Понятие базиса пространства геометрических векторов. Координаты вектора. Ортонормированный базис. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.

Практическое занятие 9. Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие ортогональности векторов. Векторное произведение двух векторов, его свойства. Условие коллинеарности векторов

Практическое занятие 10. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Вычисление объема параллелепипеда и пирамиды. Условие компланарности векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

Практическое занятие 11. Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису. Преобразование координат вектора при изменении базиса. Линейные операторы, действия с линейными операторами. Собственные векторы и собственные значения матрицы

Практическое занятие 12. Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Разложение многочлена на множители, основная теорема алгебры

Практическое занятие 13. Системы координат. Различные типы уравнений плоскости

Практическое занятие 14. Различные типы уравнений прямой на плоскости и в пространстве

Практическое занятие 15. Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой.

Практическое занятие 16. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояний между точкой и плоскостью

Практическое занятие 17. Кривые второго порядка их геометрические свойства. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы

Практическое занятие 18. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка

Практическое занятие 19. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Правила предельного перехода. Функция. Предел функции. Теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы.

Практическое занятие 20. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Практическое занятие 21. Раскрытие неопределенностей различного типа

Практическое занятие 22. Непрерывность функций в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Точки разрыва функции. Примеры решения задач

Практическое занятие 23. Производная функции. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Техника дифференцирования

Практическое занятие 24. Дифференцирование обратных функций, функций, заданных неявно, параметрически, логарифмическое дифференцирование

Практическое занятие 25. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

Практическое занятие 26. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Раскрытие неопределенностей различного типа. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена.

Практическое занятие 27. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Практическое занятие 28. Полное исследование функций и построение графиков. Примеры

Практическое занятие 29. Полное исследование функций и построение графиков. Примеры (продолжение)

Практическое занятие 30. Линии и поверхности уровня. Частные производные и дифференциал первого порядка.

Практическое занятие 31. Полный дифференциал. Производные сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

Практическое занятие 32. Производная по направлению. Градиент.

Практическое занятие 33. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

Практическое занятие 34. Семинар по функциям нескольких переменных

Практическое занятие 35. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Метод непосредственного интегрирования.

Практическое занятие 36. Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям

Практическое занятие 37. Интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональных функций

Практическое занятие 38. Интегрирование тригонометрических функций.

Практическое занятие 39. Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Практическое занятие 40. Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой).

Практическое занятие 41. Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление объемов, площадей поверхности).

Практическое занятие 42. Несобственные интегралы первого и второго рода, их вычисление.

Практическое занятие 43. Задачи, приводящие к кратным интегралам. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Задачи на изменение порядка интегрирования в двойном интеграле

Практическое занятие 44. Геометрические и физические приложения кратных интегралов, примеры вычисления.

Практическое занятие 45. Контрольное тестирование по математическому анализу.

Практическое занятие 46. Интегрирование различных типов дифференциальных уравнений (д.у.) первого порядка

Практическое занятие 47. Интегрирование д.у. n –го порядка. методом понижения порядка

Практическое занятие 48. Решение линейных однородных д.у. n –го порядка с постоянными коэффициентами.

Практическое занятие 49. Решение линейных неоднородных д.у. *n*-го порядка с постоянными коэффициентами и систем

Практическое занятие 50. Решение задач на непосредственный подсчет вероятности на основе классического определения с использованием формул и правил комбинаторики.

Практическое занятие 51. Алгебра событий. Задачи на применение основных теорем теории вероятностей и следствий из них

Практическое занятие 52. Числовые характеристики и законы распределения дискретных случайных величин.

Практическое занятие 53. Числовые характеристики и законы распределения непрерывных случайных величин

Практическое занятие 54. Контрольное тестирование

3.4.2 Лабораторные занятия

Не предусмотрены

3.5 Тематика курсовых проектов (курсовых работ)

Не предусмотрены

4 Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1 Нормативные документы и ГОСТы

Не предусмотрены

4.2 Основная литература

1. Горлач, Б. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник для вузов / Б. А. Горлач. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 300 с. — ISBN 978-5-507-44063-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/208664.

2. Линейные алгебра и аналитическая геометрия : учебно-методическое пособие / М. И. Скворцова, И. В. Антонова, А. Г. Ратнов, Е. В. Соломонова. — Москва : РТУ МИРЭА, 2022. — 135 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/240020.

3. Туганбаев, А. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник / А. А. Туганбаев. — Москва : ФЛИНТА, 2022. — 260 с. — ISBN 978-5-9765-5265-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/333359.

4. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 444 с. — ISBN 978-5-507-45877-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/289001.

5. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 2 / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 464 с. — ISBN 978-5-507-46113-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/297692.

6. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник / Л. Д. Кудрявцев. — 4-е изд., перераб. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2021 — Том 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды — 2021. — 444 с. — ISBN 978-5-9221-1585-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/185644.

7. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-9441-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/195426.

8. Кацко, И. А. Теория вероятностей и математическая статистика / И. А. Кацко, П. С. Бондаренко, Г. В. Горелова. — 3-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 436 с. — ISBN 978-5-507-45492-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/302663.

4.3 Дополнительная литература

1. Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений : учебное пособие / В. Б. Миносцев, В. Г. Зубков, В. А. Ляховский. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Часть 1 : Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра — 2022. — 544 с. — ISBN 978-5-8114-1558-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211352.

2. Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений : учебное пособие / В. Б. Миносцев, В. А. Ляховский, А. И. Мартыненко. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Часть 2 : Функции нескольких переменных. Интегральное исчисление. Теория поля — 2022. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-1559-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211355.

3. Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений : учебное пособие / В. Б. Миносцев, Н. А. Берков, В. Г. Зубков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Часть 3 : Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации — 2022. — 528 с. — ISBN 978-5-8114-1560-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211358.

4. Пушкарь, Е. А. Курс математики для технических высших учебных заведений : учебное пособие / Е. А. Пушкарь, Н. А. Берков, А. И. Мартыненко. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Часть 4 : Теория вероятностей и математическая статистика — 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1561-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211382.

4.4 Электронные образовательные ресурсы

Не предусмотрены

4.5 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

1. Microsoft-Office
2. Microsoft-Windows

4.6 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

№	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			
1	Stack Overflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
2	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http:// www.consultant.ru	Доступно
3	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru.	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
4	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
5	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			
6	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
7	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5 Материально-техническое обеспечение

Аудитория для лекционных, практических и семинарских занятий. Оборудование и аппаратура: аудиторная доска, возможность использования мультимедийного комплекса (проектор, персональный ноутбук или персональный компьютер).

6 Методические рекомендации

6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются

классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ее проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Раздел: элементы линейной алгебры. Матрицы и определители. Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц. Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи. Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения (должна получиться единичная матрица). При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите

внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителя с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду. При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел: Элементы векторной алгебры. При изучении данной темы необходимо обратить внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису. Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел: комплексные числа и многочлены. В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексное число явилось расширением понятия действительных чисел, знать определение и три формы записи комплексного числа (алгебраическую, тригонометрическую и показательную), геометрическую интерпретацию комплексного числа и взаимно-однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости. Знать формулу Эйлера. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов. Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n-ой степени из комплексного числа. Следует обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел. Надо знать различные виды разложения многочлена на множители для случаев, когда среди корней многочлена могут быть кратные, комплексные корни. Эти сведения будут использоваться, например, в интегральном исчислении при вычислении интегралов от дробно-рациональных функций, при решении линейных однородных дифференциальных уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Раздел: Аналитическая геометрия. При изучении аналитической геометрии следует, прежде всего, понять, что ее задачей является изучение геометрических объектов при помощи аналитических методов алгебры и математического анализа. В основе такого подхода лежит метод координат, впервые систематически примененный Р. Декартом. Основные понятия геометрии (точка, прямая, плоскость) являются неопределяемыми, и для их описания применяется аксиоматический метод, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множеством точек прямой и множеством действительных чисел и, таким образом, ввести систему координат. Надо четко усвоить различные формы уравнений прямой и плоскости уметь переходить от одной формы к другой. Следует осмыслить и успешно применять решения классических задач аналитической геометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей, уметь определять углы и расстояния между различными геометрическими объектами.

При изучении дифференциального исчисления функций одной переменной необходимо обратить внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределенности

$\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty, 1^{\infty}\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталя, различные приемы раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал - это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции). Необходимо обратить внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.

Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

При изучении данного раздела необходимо обратить внимание на то, что функция двух переменных имеет наглядный геометрический смысл – это поверхность в трехмерном пространстве. Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала и особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции $z = z(x, y)$ смешанные частные производные второго порядка равны между собой: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ (теорема Шварца), то есть порядок дифференцирования не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента. Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

В интегральном исчислении решается задача, обратной той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении: необходимо найти для данной функции $f(x)$ такую функцию, производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций – достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент «возьмет» достаточно большое количество интегралов разного типа.

Надо твердо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям, приемы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определенных, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов – построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.

Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определенных интегралов – формулу Ньютона – Лейбница, геометрические и физические приложения определенных и кратных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объем и площадь поверхности тел вращения.

Изучение дифференциальных уравнений имеет важнейшее значение в математической подготовке инженера. Объясняется это тем, что дифференциальные уравнения представляют собой математические модели самых разнообразных процессов и явлений, так как их решения позволяют описать эволюцию изучаемого процесса, характер происходящих с материальной системой изменений в зависимости от первоначального состояния системы.

Отличительное свойство дифференциальных уравнений состоит в том, что при их интегрировании обычно получается бесчисленное множество решений. Для уравнения первого порядка это множество описывается одной произвольной постоянной. Чтобы выделить из бесконечного множества решений то, которое описывает именно данный процесс, необходимо задать дополнительную информацию, например, знать начальное состояние процесса. Такое дополнительное условие называется начальным условием.

Задача интегрирования дифференциального уравнения первого порядка совместно с начальным условием называется начальной задачей или задачей Коши.

Для дифференциальных уравнений первого порядка следует различать общее, частное и особое решения, а также общий, частный и особый интегралы.

При интегрировании уравнений первого порядка надо прежде всего определить тип уравнения, а затем уже применить тот или иной метод решения. Надо обязательно освоить процедуру приведения уравнения первого порядка к уравнению с разделенными переменными, так как именно такие уравнения можно непосредственно интегрировать.

Для дифференциальных уравнений n – го порядка обязательно знать постановки задачи Коши, краевой задачи, задачи на собственные значения.

В теме, посвященной линейным дифференциальным уравнениям n – го порядка, надо знать теоремы о структуре общего решения однородных и неоднородных уравнений, так как они указывают путь построения общего решения. Обратить внимание на то, что решение линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами не требует интегрирования, а сводится к чисто алгебраической проблеме нахождения корней соответствующего характеристического уравнения. Надо знать вид частных решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Надо четко уяснить алгоритм построения частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом подбора (методом неопределенных коэффициентов), обратив внимание на то, что в этом случае вид частных решений неоднородного уравнения соответствует по структуре заданной правой части.

По теории вероятностей и математической статистике необходимо, прежде всего, четко усвоить основные понятия теории вероятностей, очень широко используемые в различных приложениях: понятие случайного события и его вероятности, суммы и произведения событий, понятия случайной величины и закона ее распределения математического ожидания и дисперсии случайной величины.

Надо понять, что вероятность – это числовая мера степени возможности появления случайного события. Знать классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности, связь и различие между ними. Несмотря на внешнюю простоту классической формулы определения вероятности случайного события A: , непосредственный подсчет числа n всевозможных исходов испытания и m - числа благоприятных исходов требует применения формул комбинаторики. При этом в каждой конкретной задаче надо проанализировать, какой тип соединений возникает, когда из некоторого множества элементов извлекается другое подмножество (это могут быть размещения, перестановки или сочетания). При вычислении вероятностей сложных событий надо уметь представить их в виде суммы или произведения (или суммы произведений) простых событий и применить соответствующие основные теоремы теории вероятностей.

Надо четко различать типы случайных величин – дискретные и непрерывные и знать основные законы их распределения (биномиальный, Пуассона, гипергеометрический, особенно, нормальный закон распределения).

Для описания законов распределения непрерывных случайных величин применяют интегральную функцию распределения вероятностей случайной величины и плотность вероятностей . Надо усвоить определения, вероятностный смысл и свойства этих функций, связь между ними и расчетные формулы для их определения.

Надо знать определение, расчетные формулы и вероятностный смысл основных числовых характеристик случайной величины – математического ожидания (среднего значения) и дисперсии (характеристики разброса возможных значения случайной величины относительно среднего значения).

С теорией вероятностей теснейшим образом связана математическая статистика Большинство ее выводов базируется на предельных теоремах теории вероятностей.

Все характеристики, изучаемые в курсе математической статистики, являются статистическими аналогами соответствующих характеристик, рассматриваемых в теории вероятностей, полученными на основе ограниченного числа опытных данных. Следовательно, если, например, математическое ожидание и дисперсия случайной величины, изучаемые в теории вероятностей, являются характерными неслучайными числами, то их статистические аналоги – выборочная средняя и выборочная (или исправленная) дисперсия являются случайными величинами, зависящими от объема и типа выборки и различными для разных выборок.

Надо обязательно знать и уметь вычислять точечные оценки неизвестных параметров распределения случайной величины - выборочную среднюю и выборочную (или исправленную) дисперсию, так как любая статистическая обработка сводится, прежде всего, к нахождению именно этих характеристик. Следует обратить внимание на то, что эти оценки являются приближенными, особенно для выборок малого объема, и для суждения о точности и надежности этих оценок надо уметь применять интервальные оценки и знать методику построения доверительных интервалов.

Успешное изучение дисциплины «Высшая математика», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Необходимо обратить внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, больше числа часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

Самостоятельная работа является одним из видов учебных занятий. Цель самостоятельной работы – практическое самостоятельное получение студентами навыков работы в программе математического моделирования, рассматриваемых в процессе изучения дисциплины.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Задачи самостоятельной работы студента:

- развитие навыков самостоятельной учебной работы;
- освоение содержания дисциплины;
- углубление содержания и осознание основных понятий дисциплины;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий для эффективной подготовки к промежуточной аттестации.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы:

- выполнение расчетно-графических работ;
- подготовка к промежуточной аттестации;
- подготовка к семинару;

Для выполнения любого вида самостоятельной работы необходимо пройти следующие этапы:

- определение цели самостоятельной работы;
- конкретизация познавательной задачи;
- самооценка готовности к самостоятельной работе;
- выбор адекватного способа действия, ведущего к решению задачи;
- планирование работы (самостоятельной или с помощью преподавателя) над заданием;
- осуществление в процессе выполнения самостоятельной работы самоконтроля (промежуточного и конечного) результатов работы и корректировка выполнения работы;
- рефлексия;
- презентация работы.

7 Фонд оценочных средств

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- расчетно-графические работы;
- контрольные работы;
- тестирование;
- зачет;
- экзамен.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные задания индивидуально для каждого обучающегося.

В результате освоения дисциплины (модуля) формируются следующие компетенции:

Код компетенции	**Наименование компетенции выпускника**
ОПК-1	Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности

7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения

№ п/п	Вид контроля результатов обучения	Наименование контроля результатов обучения	Краткая характеристика контроля результатов обучения
1	Расчетно-графическая работа	Текущий	Обучающийся в течение семестра самостоятельно выполняет ряд расчетно-графических работ по теме раздела. При проверке преподаватель оценивает качество оформления, правильность расчетов.
2	Контрольная работа	Текущий	Решение контрольной работы осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела. Контрольная работа

			выполняется индивидуально каждым студентом. При проверке преподаватель оценивает правильность произведенных расчетов.
3	Тест	Текущий	Тестирование проводится на последнем занятии изучаемой темы. Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. В рамках тестирования проверяется знание теоретической базы.
4	Промежуточный	Зачет	Промежуточная аттестация обучающихся в форме зачета проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине (модулю), при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине (модулю) методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) выставляется оценка «зачтено» или «не зачтено». Зачет проводится в устной форме. В аудитории находится преподаватель и не более 5 человек из числа студентов. Во время проведения зачета его участникам запрещается иметь при себе и использовать средства связи (сотовые телефоны, микрофоны и пр.). Студенту выдается билет с тремя вопросами. Количество дополнительных вопросов – не более двух. Количество дополнительных вопросов зависит от полноты ответа студента. Длительность зачета 2 часа (120 минут). К промежуточной аттестации допускаются только студенты, выполнившие все виды учебной работы, предусмотренные рабочей программой по дисциплине «Высшая математика».

5	Экзамен	Промежуточный	Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).

Показатель	**Критерии оценивания**			
	2	**3**	**4**	**5**
	Не зачтено	**Зачтено**		
знать: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа; основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений в объеме, достаточном для изучения естественнонаучных дисциплин на современном	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа; основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений в объеме,	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа; основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений в объеме, достаточном для	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа; основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений в объеме, достаточном для	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа; основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений в объеме, достаточном для

научном уровне; основные понятия и утверждения векторного анализа, теории функции комплексного переменного, рядов, теории вероятностей.	достаточном для изучения естественнонаучных дисциплин на современном научном уровне; основные понятия и утверждения векторного анализа, теории функции комплексного переменного, рядов, теории вероятностей.	изучения естественнонаучных дисциплин на современном научном уровне; основные понятия и утверждения векторного анализа, теории функции комплексного переменного, рядов, теории вероятностей.	изучения естественнонаучных дисциплин на современном научном уровне; основные понятия и утверждения векторного анализа, теории функции комплексного переменного, рядов, теории вероятностей. Допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях.	изучения естественнонаучных дисциплин на современном научном уровне; основные понятия и утверждения векторного анализа, теории функции комплексного переменного, рядов, теории вероятностей. Свободно оперирует приобретенными знаниями.
уметь: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами; использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач; применять	Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами; использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы анализа и моделирования при	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами; использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами; использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами; использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы

методы векторного анализа, теории функции комплексного переменного, теории рядов, операционного исчисления для понимания адекватной современному уровню знаний научной картины мира.	решении профессиональных задач; применять методы векторного анализа, теории функции комплексного переменного, теории рядов, операционного исчисления для понимания адекватной современному уровню знаний научной картины мира.	анализа и моделирования при решении профессиональных задач; применять методы векторного анализа, теории функции комплексного переменного, теории рядов, операционного исчисления для понимания адекватной современному уровню знаний научной картины мира. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании умениями при их переносе на новые ситуации.	анализа и моделирования при решении профессиональных задач; применять методы векторного анализа, теории функции комплексного переменного, теории рядов, операционного исчисления для понимания адекватной современному уровню знаний научной картины мира. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	анализа и моделирования при решении профессиональных задач; применять методы векторного анализа, теории функции комплексного переменного, теории рядов, операционного исчисления для понимания адекватной современному уровню знаний научной картины мира. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
владеть: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам; навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем; навыками применения положений векторного анализа, теории функции комплексного переменного,	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам; навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем; навыками применения положений векторного анализа, теории	Обучающийся в недостаточной степени владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам; навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем; навыками применения положений векторного анализа, теории функции	Обучающийся частично владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам; навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем; навыками применения положений векторного анализа, теории функции комплексного	Обучающийся в полном объеме владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам; навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем; навыками применения положений векторного анализа, теории функции

теории рядов, операционного исчисления для применения в профессиональной деятельности на современном уровне знаний.	функции комплексного переменного, теории рядов, операционного исчисления для применения в профессиональной деятельности на современном уровне знаний.	комплексного переменного, теории рядов, операционного исчисления для применения в профессиональной деятельности на современном уровне знаний. Обучающийся испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	переменного, теории рядов, операционного исчисления для применения в профессиональной деятельности на современном уровне знаний. Навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	комплексного переменного, теории рядов, операционного исчисления для применения в профессиональной деятельности на современном уровне знаний. Свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания промежуточной аттестации: зачета

Шкала оценивания	**Описание**
Зачтено	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности, не испытывает затруднений при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Не зачтено	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент не может оперировать знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

Шкала оценивания промежуточной аттестации: экзамена.

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности, не испытывает затруднений при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует частичное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах

	показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент не может оперировать знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

Шкала оценивания текущего контроля.

Наименование контроля результатов обучения	Шкала оценивания	Описание
Расчетно-графическая работа	Отлично - Работа сдана в срок, расчетная и графическая части выполнены верно, либо имеются недочеты, не влияющие на конечный результат. Хорошо - расчетная часть выполнена верно, в графической части есть замечания Удовлетворительно - в расчетной части есть замечания, метод выполнения графической части выбран верный Неудовлетворительно - в расчетной и графической	Задание на РГР выдается на первом занятии соответствующего раздела дисциплины и сдается по окончании изучения соответствующего раздела дисциплины. РГР должны быть выполнены и оформлены в соответствии с требованиями методических указаний кафедры.

	частях есть грубые замечания.	
Контрольная работа	Отлично - Работа высокого качества, уровень выполнения отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, либо некоторые из выполненных заданий содержат незначительные ошибки Хорошо - Уровень выполнения работы отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Удовлетворительно - Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой заданий не выполнено; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно	Защита темы включает решение задач в аудитории в течение одной пары и проходит после изучения соответствующего раздела. Билеты состоят из вопросов, позволяющих оценить сформированность компетенций. На ответы отводится 1,5 часа.

	повышение качества выполнения учебных заданий. Неудовлетворительно - Теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, предусмотренные программой задания не выполнены	
Тестирование по пройденной теме	Тест содержит 20 заданий, правильный ответ на 1 задание соответствует 1 баллу. Время тестирования - 30 минут. Студенту предоставляется две попытки для прохождения теста. Максимальная оценка за тест - 20 баллов. Тест считается успешно пройденным, если студент дал не менее 60% правильных ответов (набрал не менее 12 баллов).	Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки.

7.3 Оценочные средства

7.3.1 Текущий контроль

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)
РГР №1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Выполнить действия: A^2+8B^T.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A+3B)^2-4A^2-6AB=\ldots$ и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB = C$ (найти X). Сделать проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

РГР №1, задания по решению систем линейных алгебраических уравнений

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

РГР №1, часть 2

Задание №1. Показать, что векторы $\bar{m}, \bar{n}, \bar{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\bar{a}$ по этому базису:

$\bar{m} = (1, -1, 2), \bar{n} = (2, 0, 3), \bar{p} = (-2, -1, 1), \bar{a} = (5, -4, 13).$

Задание №2. Даны векторы $\bar{m}$ и $\bar{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{m} = (28, -8, 8), \bar{n} = (-21, 6, -6), \quad \bar{a} = 2\bar{m} + \bar{n}, \bar{b} = 2\bar{n} - \bar{m}.$$

Задание №3. Найти $|\bar{a}|$, если $|\bar{m}| = 6\sqrt{2}, |\bar{n}| = 2, (\hat{\bar{m}, \bar{n}}) = 135^\circ$, $\bar{a} = 6\bar{n} - \bar{m}$.

Задание №4. Дан ΔABC. Найти $\angle B$, если $A(1;-1;2), B(3;3;2), C(7;1;2)$.

Задание №5. При каких `x` векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны?

$$\bar{a} = (x;1;-4), \bar{b} = (x-3;12;x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{a} = 2\bar{m} - 5\bar{n}, \bar{b} = \bar{m} + \bar{n}, |\bar{m}| = 12, |\bar{n}| = 3, (\hat{\bar{m}, \bar{n}}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$$\bar{a}(1;-1;5), \bar{b}(2;4;-2), \bar{c}(3;0;1).$$

Задание №9. Для линейного оператора A заданы образы базисных элементов $A\bar{e}_1, A\bar{e}_2, A\bar{e}_3$. Записать матрицу оператора A в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ и найти образ элемента $\bar{x}$.

$$A\bar{e}_1 = 7\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 - 2\bar{e}_3, \quad A\bar{e}_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 4\bar{e}_3, \quad A\bar{e}_3 = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3,$$
$$\bar{x} = 2\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

Задание №10. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

РГР № 1, часть 3

Задание №1. Прямая l_1 проходит через точку A параллельно вектору $\bar{q}$. Прямая l_2 проходит через точку B перпендикулярно вектору $\bar{n}$. Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если $A(3;5), \bar{q}(1;3), B(0;5), \bar{n}(-3;4)$.

Задание №2. Дана прямая l_1. Прямая l_2 проходит через точки A и B. Найти расстояние от точки пересечения прямых l_1 и l_2 до прямой l_3.

$$l_1: \begin{cases} x = -8t - 3 \\ y = 3t + 4, \end{cases} \quad A(4;0), B(7;3), \quad l_3: 9x - 12y + 2 = 0.$$

Задание №3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости α, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\bar{n}$, если M_0(0; 1; 7), A(2; -1; 4), $\bar{n}$(6; 22; -3).

Задание №4. Найти угол между плоскостью α и плоскостью β, проходящей через точки A, B и C, если $\alpha: 5x + y + 4z - 28 = 0$, $A(5;2;5), B(3;7;0), C(-4;-3;-1)$.

Задание №5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями.

$$\begin{cases} x + 2y - 9z - 10 = 0; \\ 3x + 4y + 8z - 24 = 0. \end{cases}$$

Задание №6. Найти точку пересечения прямой l и плоскости α и угол между ними.

$$l: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-2}; \quad \alpha: x+2y-3z-12=0.$$

Задание №7. Прямая l_1 проходит через точки A и B. Прямая l_2 проходит через точку M перпендикулярно плоскости α. Найти угол между прямыми l_1 и l_2 и выяснить – лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$$A(9;-3;1),\ B(4;4;-5),\ M(-1;11;-11), \quad \alpha: 2x+3y-z-1=0.$$

Задание №8. Для данной кривой $\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ указать фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

Задание №9. Привести уравнение кривой $9x^2 - 25y^2 - 18x + 200y - 616 = 0$ к каноническому виду и построить кривую.

Примеры вариантов контрольных работ

Вариант.

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ (б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \bullet X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).
Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$ (б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13 \end{cases}$

Вариант

1. Расписать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$

$\vec{x} = \{5, -12, 1\}$, $\vec{p} = \{1, -3, 0\}$, $\vec{q} = \{1, -1, 1\}$, $\vec{r} = \{0, -1, 2\}$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$?

$\vec{a}=\{2,0,1\}$, $\vec{b}=\{-2,3,1\}$, $\vec{p}=2\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$

3. Дана пирамида с вершинами в точках $A_1A_2A_3A_4$.

$A_1(-2,4,8)$, $A_2(4,-1,2)$, $A_3(-8,7,10)$, $A_4(-3,4,-2)$

Найти:

а) угол между ребрами A_1A_2, A_1A_4

б) объем пирамиды

в) длину высоты опущенной на грань $A_1A_2A_3$

г) найти длину медианы, проведенную из вершины A_1 к ребру A_2A_3

4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a}=\overrightarrow{2p}+\vec{q}$, $\vec{b}=\vec{p}-\overrightarrow{3q}$, $|\overrightarrow{p}|=2$, $|\overrightarrow{q}|=2$, $\alpha=\frac{\pi}{4}$.

Вариант

1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости $(M_1M_2M_3)$:

$M_0(-9;10;2)$, $M_1(0;7;-4)$, $M_2(4;8;-1)$, $M_3(-2;1;3)$

2. Выписать каноническое уравнение прямой: $\begin{cases}x+y+z-2=0\\x-y-3z+6=0\end{cases}$

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-4}$ и $x+y+2z-9=0$.

4. Найти точку P_1 симметричную точке P относительно прямой l: $P(0;-1;3)$ и $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$.

5. Написать уравнение плоскости α проходящей через точку M_0 и перпендикулярно прямой (M_1M_2): $M_0(3;2;0)$, $M_1(4;1;5)$, $M_2(2;-1;4)$.

6. Найти косинус угла между плоскостями α_1 и α_2:

$\alpha_1: 3x-y+3=0$, $\alpha_2: x-2y+5z-10=0$

Вариант заданий теста

1.1. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix}-2&0&8&1&-5\\3&-1&7&2&4\\-8&2&-6&-3&-13\\11&-3&13&5&17\end{pmatrix}$

1.2. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix}1&-2\\-3&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}-2&3&5\\3&-1&0\end{pmatrix}$

1.3. Решить систему по формулам Крамера $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=5\\3x_1-5x_2+3x_3=-7\\2x_1+7x_2-x_3=13\end{cases}$

2.1. Написать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$ $\vec{x}=\{5,-12,1\}$, $\vec{p}=\{1,-3,0\}$, $\vec{q}=\{1,-1,1\}$, $\vec{r}=\{0,-1,2\}$

2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a}=\overrightarrow{2p}+\vec{q}$, $\vec{b}=\vec{p}-\overrightarrow{3q}$, $\quad |\overrightarrow{p}|=2$, $|\overrightarrow{q}|=2$, $\quad \alpha=\frac{\pi}{4}$

2.3. Дана пирамида с вершинами в точках $A_1A_2A_3A_4$. $A_1(6,1,3)$, $A_2(6,-2,-3)$, $A_3(2,2,0)$, $A_4(-5,1,0)$

Найти длину медианы, проведенную из вершины A_1 к ребру A_2A_3

3.1. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-4}$ и $x+y+2z-9=0$.

3.2. Найти точку P_1 симметричную точке P относительно прямой l: $P(0;-1;3)$ и $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$.

3.3. Написать уравнение плоскости α проходящей через точку M_0 и перпендикулярно прямой (M_1M_2): $M_0(3;2;0)$, $M_1(4;1;5)$, $M_2(2;-1;4)$.

4.1. Дана кривая второго порядка $x^2+4y^2-12x+16y+16=0$. Получить каноническое уравнение кривой и построить .ее

4.2. Составить матрицу перехода от базиса e_1,e_2,e_3 к базису e_1',e_2',e_3', если $\vec{e}_1'=2\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3$; $\vec{e}_2'=\vec{e}_1-\vec{e}_2+\vec{e}_3$; $\vec{e}_3'=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+\vec{e}_3$

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)

Теория пределов и дифференцирование функции одной переменной

1. Найти пределы:

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$, $\quad \lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$, $\quad \lim\limits_{n\to\infty}n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$, $\quad \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n-10}{n+1}\right)^{3n+1}$.

$\lim\limits_{x\to-3}\frac{2x^2+11x+15}{x+3}$. $\quad \lim\limits_{x\to0}\frac{4x^2}{\sin^2 3x}$.

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ $\quad \lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ $\quad \lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le-\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge0\end{cases}$

3. Найти производную функции:

$y = \dfrac{2\left(3x^3 + 4x^2 - x - 2\right)}{15\sqrt{1+x}}$. $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$.

$y = \operatorname{arctg} \dfrac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}$. $\begin{cases} x = \dfrac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\dfrac{t^3}{3} + t\right). \end{cases}$

$y = \dfrac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}$ $y = \operatorname{arctg}^2 \dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}} + \sin \ln 2x$

$y = arctg^3 \ln \dfrac{\sqrt{x}}{x+2}$ $y = \left(\sqrt{x}\right)$

$\sin(x - 2y) + \dfrac{x^3}{y} = 7x$ $x = e^{-t}\cos t,\ y = e^t \cos t$

4. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0: $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32,\quad x_0 = 4.$

5. Провести полное исследование и построить график $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

Функции нескольких переменных

1. Найти частные производные второго порядка, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$: $z = \dfrac{x^2 + 3y^2}{xy}$

2. Найти градиент функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$: $z = \dfrac{y^2}{\sqrt{x}}$, $M_0(4,6)$.

3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - x + y^2 + 2y$.

Интегрирование

Вычислить неопределенные интегралы

$\int \dfrac{dx}{2(x+\sqrt{x})}$, $\int x \cdot 2^{-x} dx$, $\int (x+1)e^x dx$, $\int x \cos 3x dx$, $\int e^x \cos x dx$,

$\int \dfrac{dx}{x^2 - 6x + 18}$, $\int \dfrac{dx}{x^2 + 6x + 5}$, $\int \dfrac{x+18}{(x-6)(x+2)} dx$, $\int \dfrac{x+1}{x^2+3} dx$, $\int \dfrac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$,

Вычислить определенные интегралы

$\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$, $\int_0^1 \dfrac{dx}{\sqrt{1+3x}}$, $\int_0^1 (x-1)e^x dx$, $\int_1^{e^3} \dfrac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$,

$\int_1^6 \dfrac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$, $\int_{-2}^2 \dfrac{1+x^2}{arctgx} dx$, $\int_1^{-4} \dfrac{dx}{(3x+5)^2}$, $\int_0^1 \dfrac{x^2+2x}{x^2+1} dx$,

$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$, $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$, $\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x\cos x dx$, $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$,

$\int_0^1 (x-1)e^x dx$, $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$.

Несобственные интегралы

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$\int_1^{\infty} \sqrt{x}dx$, $\int_1^{\infty} x^{-3}dx$, $\int_1^{\infty} \sqrt{x^5}dx$.

2. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_1^{\infty} \ln x dx$

4. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}}$, установить его сходимость или расходимость.

5. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

6. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

7. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_1^{\infty} \ln x dx$

8. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

Кратные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле

a. $\int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x,y)dy$, b. $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x,y)dx$.

2. Вычислить $\iint_{(D)} (10 - x^2 - y^2)dxdy$, $D = \{(x,y) \mid 1 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 2\}$.

3. Вычислить

$\iint_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3\right)dxdy$;

$D:\ x = 1,\ y = x^2,\ y = -\sqrt{x}$.

4. Вычислить

$\iint_{(D)} (x^2 + y)dxdy$, D – множество точек плоскости, ограниченное линиями

$y = x/2$, $y = 2x$, $y = 2/x$ $(x > 0)$.

5. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями $y = 3/x,\ y = 4e^x,\ y = 3,\ y = 4$.

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = -x + 2$

8. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, \quad y = 1, \quad x = 0$.

9. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, \quad y^2 = x$.

Контрольные работы (примеры)

Вариант

1. Построить график: $y = 3\cos 2x$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{e^{2x^2}-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$

4) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2 - x - 1}}{\ln(x-1)}$ 5) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1 + x\cos 2x}{1 + x\cos x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ 6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - x + 1}\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y = \begin{cases} -x, & x \le 0 \\ x^2, & 0 \le x < 2 \\ 3, & x > 2 \end{cases}$

Вариант

1. Найти производную y'_x:

а) $y = arctg^3 \ln \dfrac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y = \left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x - 2y) + \dfrac{x^3}{y} = 7x$ г) $x = e^{-t}\cos t, \; y = e^t \cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\operatorname{arctg} x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$.

Вариант.

№1. Вычислить производную по направлению $\dfrac{\partial u}{\partial s}$ и найти модуль вектора градиента для функции $u = 2xy + \dfrac{x}{\sqrt{y}} + z^3$ в точке $A(6;9;1)$ в направлении, составляющем с осями координат углы $\cos\alpha = \dfrac{3}{7}, \; \cos\beta = \dfrac{6}{7}, \; \gamma < \dfrac{\pi}{2}$.

№2. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(1 - 4x^2 - 4y) - 5$.

№3. $z = \ln(y - x^4), \quad x = \sqrt{\sin t}, \quad y = \cos t$. Найти $\dfrac{dz}{dt}$.

Вариант

Вычислить:

1. $\int\limits_{9}^{16}\frac{dx}{\sqrt{x}-2}$. 2. $\int\limits_{1}^{2}(2x+1)\cdot\ln x dx$.

3. $\int\frac{3x^2-4}{x^2+4x}dx$. 4. $\int\frac{\sin^3 3x}{\cos^2 3x}dx$. 5. $\int\frac{2x-1}{\sqrt{4-2x-x^2}}dx$.

Изобразить область интегрирования и изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int\limits_{-4}^{0}dx\int\limits_{0}^{\sqrt{25-x^2}}f(x;y)dy.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y=2-x^2,\ y=x.$$

Вариант заданий тренировочного теста.

Задачи

1 часть 1. $y=\sin\ln x,\ y',y''-?$ 2. $y=\frac{\operatorname{arcctg}\sqrt[3]{x}}{x},\ dy-?$ 3.

$y=3x^2+xe^x, x_0$=2,$\triangle x=0{,}1,\ \triangle y-?$

4. Найти производную y'_x:

а) $y=\sqrt[5]{\sin^4\frac{x-3}{x}}$ б) $y=x^{\operatorname{arctg}7x}$

в) $e^{xy}+\frac{y}{x}=\cos 3x$ г) $x=\cos t+\sin t,\ y=\sin t-t\cos t$

5. Исследовать на экстремум $f(x)=(x-3)^2(x-5)$.

6. Найти интервалы монотонности $y=\frac{e^{2x}}{x}$.

7. Найти наибольшее, наименьшее значение функции $f(x)=\frac{x^3}{3}-16x$ на отрезке $[-5;1]$.

8. Построить касательную к графику функции $f(x)=3\arccos x^2$ в точке $x=\frac{1}{2}$.

2 часть 9. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3+n)^2-(2+n)^2}{(2+n)^2-(1-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}2x}{e^{2x}-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{x^2+2x-3}{x^3+5x^2+6x}$ 4) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\operatorname{tg}5x}{\operatorname{tg}3x}$

3 часть

10. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le-\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$.

11. Провести полное исследование и построить график $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-4}$.

Контрольные работы (примеры)

Вариант

1. Построить график: $y=3\cos 2x$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(5-n)^2+(5+n)^2}{(5-n)^2-(5+n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{e^{2x^2}-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-x-2}{x^3-2x^2+x-2}$

4) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2-x-1}}{\ln(x-1)}$ 5) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+x\cos 2x}{1+x\cos x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ 6) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2-x+1}\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}-x, & x\le 0\\ x^2, & 0\le x<2\\ 3, & x>2\end{cases}$

Вариант

1. Найти производную y'_x:

а) $y=arctg^3\ln\dfrac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y=\left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x-2y)+\dfrac{x^3}{y}=7x$ г) $x=e^{-t}\cos t,\ y=e^t\cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\operatorname{arctg}x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$.

Вариант.

№1. Вычислить производную по направлению $\dfrac{\partial u}{\partial s}$ и найти модуль вектора градиента для функции $u=2xy+\dfrac{x}{\sqrt{y}}+z^3$ в точке $A(6;9;1)$ в направлении, составляющем с осями координат углы $\cos\alpha=\dfrac{3}{7},\ \cos\beta=\dfrac{6}{7},\ \gamma<\dfrac{\pi}{2}$.

№2. Исследовать на экстремум функцию $z=xy(1-4x^2-4y)-5$.

№3. $z=\ln(y-x^4),\quad x=\sqrt{\sin t},\quad y=\cos t$. Найти $\dfrac{dz}{dt}$.

Вариант

Вычислить:

1. $\int_9^{16} \frac{dx}{\sqrt{x}-2}$. 2. $\int_1^2 (2x+1)\cdot \ln x dx$.

3. $\int \frac{3x^2-4}{x^2+4x}dx$. 4. $\int \frac{\sin^3 3x}{\cos^2 3x}dx$. 5. $\int \frac{2x-1}{\sqrt{4-2x-x^2}}dx$.

Изобразить область интегрирования и изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int_{-4}^{0} dx \int_{0}^{\sqrt{25-x^2}} f(x;y)dy.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2 - x^2,\ y = x.$$

Вариант заданий тренировочного теста.

Задачи

1 часть 1. $y = \sin \ln x,\ y', y'' - ?$ 2. $y = \frac{\operatorname{arcctg}\sqrt[3]{x}}{x},\ dy - ?$ 3.

$y = 3x^2 + xe^x, x_0 = 2, \triangle x = 0{,}1,\ \triangle y - ?$

4. Найти производную y'_x:

а) $y = \sqrt[5]{\sin^4 \frac{x-3}{x}}$ б) $y = x^{\operatorname{arctg} 7x}$

в) $e^{xy} + \frac{y}{x} = \cos 3x$ г) $x = \cos t + \sin t,\ y = \sin t - t\cos t$

5. Исследовать на экстремум $f(x) = (x-3)^2 (x-5)$.

6. Найти интервалы монотонности $y = \frac{e^{2x}}{x}$.

7. Найти наибольшее, наименьшее значение функции $f(x) = \frac{x^3}{3} - 16x$ на отрезке $[-5;1]$.

8. Построить касательную к графику функции $f(x) = 3\arccos x^2$ в точке $x = \frac{1}{2}$.

2 часть 9. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{e^{2x} - 1}$ 3) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 5x^2 + 6x}$ 4) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 3x}$

3 часть

10. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y = \begin{cases} 0, & x \le -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \ge 0 \end{cases}$.

11. Провести полное исследование и построить график $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$.

Содержание расчетно-графической работы по дифференциальным уравнениям.

Методы решений дифференциальных уравнений различного типа.

Вариант задания

Решить уравнения:

2. $\sqrt{4+y^2}dx - ydy = x^2 ydy,$
3. $2\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2}{x^2} + \dfrac{8y}{x} + 8,$
5. $xe^{y^2}dx + (x^2 ye^{y^2} + tgy)dy = 0.$

Решить задачи Коши для уравнений:

6. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2}{x^3} - \dfrac{3y}{x},$ $y(1) = 1,$
7. $4y' + x^3 y = (x^3 + 8)e^{-2x}y^2,$ $y(0) = 1.$
8. Решить уравнение: $x^2\, y''' + xy'' = \dfrac{1}{\sqrt{x}}.$

Решить уравнения:

10. $y'''' + y''' = x,$
11. $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x,$
12. $y'' + 25y = 2\cos 5x - \sin 5x + e^{5x},$
13. $y'' - 3y' + 2y = \dfrac{1}{(3 + e^{-x})}.$
14. Решить краевую задачу: $y'' + 2y' + 5y = -3\sin 2x,$ $y(0) = 1,$ $y\left(\dfrac{\pi}{8}\right) = 0.$

Решить системы уравнений:

19. $\begin{cases} z' = y - z, \\ y' = z - y. \end{cases}$ 20. $\begin{cases} y' = 4y - 3z + \sin x, \\ z' = 2y - z - \cos x. \end{cases}$

Контрольная работа №1

по обыкновенным дифференциальным уравнениям первого порядка

Решить уравнения

Вариант 1

1) $xy' = xe^{-y/x} + y$
2) $x^2 dy - (2xy + 3)dx = 0$
3) $(1 + y^2 \sin 2x)dx - y\cos 2x dy = 0$

Вариант 2

1) $xy' = x\sin\dfrac{y}{x} + y$
2) $xy' - y = e^{-x^2} y^3$
3) $(6y^2 + 3x^2 y + 1)y' - 3xy^2 + x^2 = 0$

Вариант 3

1) $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$
2) $\sin x \cdot y' = -y\cos x - \sin x$
3) $(xy + \sin y)dx + \left(\frac{x^2}{2} + y^2 + x\cos y\right)dy = 0$

Контрольная работа № 2
по обыкновенным линейным дифференциальным уравнениям
***n*-го порядка**

Вариант 1

Решить уравнения

1) $y''' - 4y'' = 1 - 12x^2$

2) $y'' + \frac{y}{\pi^2} = \frac{1}{\pi^2 \cos\frac{x}{\pi}}$

3) Указать вид частного решения уравнения

$$y'' + 6y' + 9y = e^{-x}(x-3)\sin 2x$$

Вариант 2

Решить уравнения

1) $y'' + 4y = 10\sin 2x$

2) $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x}$

3) Указать вид частного решения уравнения

$$y'' - 6y' + 13y = e^{3x}(\cos 2x - 2\sin 2x)$$

Вариант 3

Решить уравнения

1) $y'' + 2y' - 3y = e^x - \cos x$

2) $y'' + y = ctgx$

3) Указать вид частного решения уравнения

$$y'' - 6y' + 18y = xe^{3x}\cos 3x$$

Содержание расчетно-графических работы по теории вероятностей и математической статистике.

Определение вероятностей случайных событий, законов распределения дискретных и непрерывных случайных величин и их числовых характеристик.

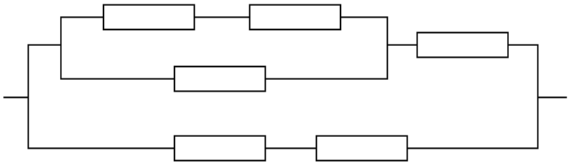
Построение эмпирической функции распределения выборки, полигона и гистограммы относительных частот.

Расчет статистических характеристик выборки.

Комплект заданий
для выполнения расчетно-графических работ (РГР)

по дисциплине «Теория вероятностей»

1. У сборщика имеются 10 деталей, мало отличающихся по внешнему виду. Из них 6 деталей первого сорта, а 4 – второго. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу 5 деталей 3 окажутся первого сорта?
2. В урне 7 черных шаров и 5 желтых шаров. Найти вероятность того, что среди наудачу извлеченных 4-х шаров окажется более 2-х желтых.
3. Вероятность отказа каждого из независимо работающих элементов электрической цепи равна $P = 0{,}05.$ Найти вероятность безотказной работы электрической цепи.



4. На двух станках обрабатываются однотипные детали. Вероятность изготовления стандартной детали для первого станка равна 0,96, а для второго станка - 0,92. Детали складываются в одном месте, причем первый станок изготавливает в 1,5 раза меньше деталей, чем второй. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется нестандартной.
5. Вероятность того, что наудачу взятая деталь из партии стандартна, равна 0,92. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу шести деталей не менее двух окажутся нестандартными.
6. Вероятность безотказной работы каждого из 700 независимо работающих элементов некоторого устройства равна 0,85. Найти вероятность того, что выйдут из строя от 80 до 120 элементов; ровно 100 элементов.
7. Устройство состоит из 4-х элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность надежной работы каждого элемента в одном испытании равна 0,9. Составить закон распределения дискретной случайной величины X - числа отказавших элементов в одном опыте.

9. Устройство состоит из 4-х независимо работающих однотипных элемен¬тов. Вероятность надежной работы каждого элемента равна 0,995. Найти вероятность того, что работают не менее трех элементов.

11. На станке изготавливается деталь. Ее длина X - случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами: =20 см, =1,1 см. Найти вероятность того, что длина детали заключена между 19 см и 21,1 см. Какое отклонение длины детали от можно гарантировать с вероятностью 0,9; 0,99? В каких пределах будут лежать практически все размеры деталей?

Приложение теории вероятностей к статистической обработке данных

Для каждого варианта требуется:

1. Представить опытные данные в сгруппированном виде, разбив на k равноотстоящих частичных интервалов.
2. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.
3. Построить полигон и гистограмму относительных частот.
4. Вычислить методом произведений числовые характеристики выборки: выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии, выборочное среднее квадратическое отклонение.
5. Найти точечные оценки параметров нормального закона распределения и плотность вероятностей $f(x)$.
6. Найти интервальные оценки параметров нормального закона распределения, приняв доверительную вероятность γ = 0,95 и 0,99.

Задание

Результаты регистрации средней эксплуатационной скорости движения автобусов на междугородных маршрутах представлены в виде вариационного ряда в таблице

23	30,2	32,5	34,2	35,6	37,7	38,6	40,3	42,8	44,6
24,5	30,4	32,7	34,3	35,9	37,7	38,8	40,4	42,9	45,0
25,8	30,6	32,9	34,4	36,2	37,8	38,9	40,6	43,0	45,5
26,6	30,8	33,1	34,4	36,5	37,8	39,1	40,8	43,1	46,0
27,0	31,1	33,4	34,6	36,8	37,9	39,3	41,1	43,1	46,5
27,5	31,3	33,6	34,6	37,1	38,1	39,5	41,4	43,2	47,2
28,0	31,5	33,8	34,8	37,3	38,1	39,7	41,7	43,5	47,8
28,6	31,8	33,8	34,9	37,4	38,3	39,9	42,0	43,7	48,6
29,2	32,0	34,0	35,1	37,5	38,4	40,1	42,3	43,9	50,2,
29,7	32,3	34,0	35,3	37,6	38,6	40,2	42,6	44,2	51,0

Вариант теста по обыкновенным дифференциальным уравнениям

ЗАДАНИЕ 1.

Установите соответствие между номером уравнения и его типом

1) $xy' + 2y = x^4 \sin 2x$ 2) $\left(1 + y^2 \sin 2x\right)dx - 2y\cos^2 x dy = 0$

3) $y' - \frac{4y}{x} = 2x\sqrt{y}$ 4) $y\sqrt{3+2x^2}\,y' = x\sqrt{3+2y^2}$.

- уравнение с разделяющимися переменными,
- линейное дифференциальное уравнение,
- уравнение в полных дифференциалах,
- уравнение Бернулли,
- уравнение, приводящееся к однородному.

ЗАДАНИЕ 2.

Дано уравнение первого порядка $(5xy^2 + x^3)dx - (y^2 - 5x^2 y)dy = 0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешенному относительно производной.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 3.

Дано дифференциальное уравнение $y' = (2k+3)x^4$, тогда функция $y = 2x^5$ является его решением при k, равном:

Ответ	

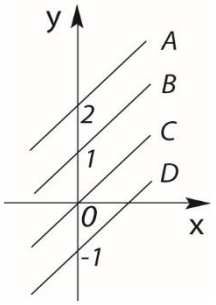
ЗАДАНИЕ 4.

Общий интеграл дифференциального уравнения $y^2 dy = \frac{dx}{x^2}$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 5.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy' = y - 1; \quad y(1) = 2.$



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) A 2) B 3) C 4) D.

ЗАДАНИЕ 6.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y'' = x^2 + x.$ Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2$ 2) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + C_1x + C_2$

3) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2$ 4) $y = 6x^4 + 2x^3 + C_1x.$

ЗАДАНИЕ 7.

Решение задачи Коши $y'' = 2x + 1, \quad y(0) = y'(0) = 0$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{x^3}{3} + x^2$ 2) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ 3) $y = \frac{x^3}{6} + x^2$ 4) $y = \frac{x^3}{2} - x.$

ЗАДАНИЕ 8.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $2xy'' - y' = 0,$ тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 9.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y''ctg4x + 4y' = 0,$ тогда его общее решение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y = 0{,}25C_1 \sin 4x + C_2$ 2) $y = -C_1 \cos 4x + C_2$

3) $y = C_1 \sin 4x + C_2$ 4) $y = -C_1 \sin 4x + C_2.$

ЗАДАНИЕ 10.

Корни характеристического уравнения равны $k_1 = k_2 = -1, \quad k_{3,4} = \pm 2,$ тогда фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{2x}, \quad y_3 = \cos 3x, \quad y_4 = \sin 3x$

2) $y_1 = e^{-x}, \quad y_2 = e^{-2x}, \quad y_3 = e^{3x}, \quad y_4 = e^{-3x}$

3) $y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{2x}, \quad y_3 = \cos 3x, \quad y_4 = -\sin 3x$

4) $y_1 = e^{-x}, \quad y_2 = xe^{-x}, \quad y_3 = e^{2x}, \quad y_4 = e^{-2x}.$

ЗАДАНИЕ 11.

Корни характеристического уравнения равны $k_1 = k_2 = 5, \quad k_{3,4} = 5 \pm i.$ тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 12.

Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения: $y_1 = 1, \quad y_2 = x, \quad y_3 = x^2.$ Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 2, \quad y'(0) = -1,$

$y''(0) = -2,$ равно:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = 2 + x - x^2$ 2) $y = 2 - x - 2x^2$ 3) $y = 2 - x - x^2$ 4) $y = 2 - x - 0{,}5x^2.$

ЗАДАНИЕ 13.

Функция $y = C_1 e^x + C_2 x e^x$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $k^2 - 1 = 0$ 2) $k^2 - k = 0$ 3) $k^2 + 2k + 1 = 0$ 4) $k^2 - 2k + 1 = 0.$

ЗАДАНИЕ 14.

Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 3y = 0$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15.

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 2x - 1$ по виду его правой части соответствует функция

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y_* = Ax^2 + Bx$ 2) $y_* = Ax + B$ 3) $y_* = Ax$ 4) $y_* = Ax^2 + Bx + C.$.

ЗАДАНИЕ 16.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $2y'' + y' + 2y = xe^x \sin 2x.$ Записать вид частного решения с неопределенными коэффициентами

Ответ	

ЗАДАНИЕ 17.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $y'' + 4y = 2ctg\,2x.$ В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 18.

Решение краевой задачи $y'' = 2x + 1, \quad 0 \le x \le 3, \quad y(0) = 1, \quad y(3) = 9/2$

имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-3x+1$ 2) $y=\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{2}-3x+1$ 3) $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-\frac{10}{3}x+1$ 4) $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+\frac{10}{3}x+1.$

ЗАДАНИЕ 20.

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} y_1' = 3y_2, \\ y_2' = 2y_1 - y_2 \end{cases}$

имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{cases} y_1 = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x}, \\ y_2 = \frac{2}{3}C_1e^{2x} - C_2e^{-3x} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1 = C_1e^{-2x} + C_2e^{-3x}, \\ y_2 = -\frac{2}{3}C_1e^{-2x} - C_2e^{-3x} \end{cases}$

3) $\begin{cases} y_1 = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}, \\ y_2 = \frac{2}{3}C_1e^{2x} + C_2e^{-3x} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y_1 = C_1e^{-2x} + C_2e^{3x}, \\ y_2 = -\frac{2}{3}C_1e^{2x} + C_2e^{-3x}. \end{cases}$

Вариант теста по теории вероятностей

ЗАДАНИЕ 1

Количество способов распределения трех призовых мест в олимпиаде по теории вероятностей среди 10 участников равно

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 120 2) 720 3) 240 4) 1000.

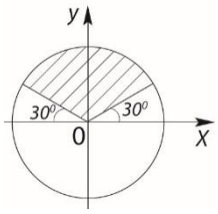
ЗАДАНИЕ 2

Из урны, в которой находятся 6 белых и 4 черных шара, извлекают наудачу 2 шара. Тогда вероятность того, что оба шара будут белыми, равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $1/3$ 2) $2/3$ 3) $1/4$ 4) $14/33$.

ЗАДАНИЕ 3

В круг радиуса R брошена точка. Тогда вероятность того, что она попадет в заштрихованную область, равна



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $1/2$ 2) $1/3$ 3) $1/4$ 4) $1/6$.

ЗАДАНИЕ 4

Несовместные события A, B, C **не** образуют полную группу событий, если их вероятности равны:

1) $P(A)=2/3, P(B)=1/6, P(C)=1/6$ 2) $P(A)=1/3, P(B)=1/2, P(C)=1/6$

3) $P(A)=1/4, P(B)=1/3, P(C)=1/6$ 4) $P(A)=1/4, P(B)=1/3, P(C)=5/12.$

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 2) 3) 4).

ЗАДАНИЕ 5

Бросают 2 монеты. События: *A* - герб на первой монете, *B*- цифра на второй монете являются:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) несовместными 2) совместными
3) независимыми 4) зависимыми.

ЗАДАНИЕ 6

Студент знает 20 вопросов программы из 30. Тогда вероятность правильного ответа на 3 вопроса равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $57/203$ 2) $8/27$ 3) $19/75$ 4) $146/203$.

ЗАДАНИЕ 7

В первой урне 6 белых и 8 черных шаров, во второй 7 белых и 3 черных шара. Из наудачу взятой урны вынут один шар. Тогда вероятность того, что этот шар окажется белым, равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

Событие A может наступить лишь при условии появления одного из 2-х несовместных событий B_1 и B_2, образующих полную группу. Известны вероятность $P(B_1)=2/3$ и условные вероятности $P_{B_1}(A)=1/3,\ P_{B_2}(A)=2/5.$ Тогда вероятность события A равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $16/45$ 2) $28/45$ 3) $22/45$ 4) $17/45$.

ЗАДАНИЕ 9

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

X	1	3	5
P	0,1	0,3	0,6

Тогда её функция распределения вероятностей $F(x)$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1\\ 0{,}3 & при \quad 1<x\le 3\\ 0{,}6 & при \quad 3<x\le 5\\ 1 & при \quad x>5\end{cases}$ 2) $F(x)=\begin{cases}0{,}1 & при \quad x\le 1\\ 0{,}4 & при \quad 1<x\le 3\\ 1 & при \quad 3<x\le 5\\ 0 & при \quad x>5\end{cases}$

3) $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1\\ 0{,}1 & при \quad 1<x\le 3\\ 0{,}4 & при \quad 3<x\le 5\\ 1 & при \quad x>5\end{cases}$ 4) $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1\\ 0{,}1 & при \quad 1<x\le 3\\ 0{,}3 & при \quad 3<x\le 5\\ 0{,}6 & при \quad x>5.\end{cases}$

ЗАДАНИЕ 10

Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией

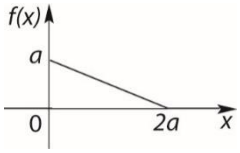
распределения вероятностей $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 0,\\ x^2/9 & при \quad 0<x\le 3,\\ 1 & при \quad x>3.\end{cases}$

Тогда плотность вероятностей $f(x)$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 11

График плотности вероятностей $f(x)$ показан на рисунке. Тогда значение a



равно

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0,5 2) 1 3) $\sqrt{2}$ 4) 2.

ЗАДАНИЕ 12

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

X	0	1	3
P	0,2	0,3	0,5

Тогда её математическое ожидание и дисперсия равны

Ответ	

ЗАДАНИЕ 13

Вероятность появления события A в 30 независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,6. Тогда дисперсия числа появлений этого события равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0,24 2) 18 3) 7,2 4) 12.

ЗАДАНИЕ 14

Непрерывная случайная величина распределена равномерно на интервале (6, 10). Тогда её математическое ожидание и дисперсия соответственно равны

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15

Непрерывная случайная величина X подчинена нормальному закону распределения с математическим ожиданием $M(X)=a=20$. Вероятность её попадания в интервал (20, 25) равна 0,4. Тогда вероятность её попадания в интервал (15, 20) равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 16

Статистическое распределение выборки имеет вид

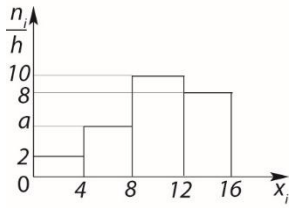
x_i	2	4	5	8
n_i	2	5	7	6

Тогда относительная частота варианты $x_1=4$ равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 17

По выборке объема $n=100$ построена гистограмма частот.



Тогда значение a равно:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 18

Известно статистическое распределение выборки

x_i	6	7	10	12	13
n_i	5	6	8	7	4

Тогда её выборочная средняя $\overline{X}_в$ равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 19

Дана выборка объема n. Если каждый элемент выборки уменьшить в три раза, то выборочная средняя $\overline{X}_в$:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) не изменится 2) уменьшится в 3 раза
3) увеличится в 3 раза 4) уменьшится в 9 раз.

ЗАДАНИЕ 21

Выборочная средняя для данного статистического распределения выборки

x_i	2	4	5	8	10
n_i	4	7	14	8	7

равна $\overline{x}_в = 6$. Тогда выборочная дисперсия $D_в$ равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 41 2) 2,20 3) 1,025 4) 6,25.

ЗАДАНИЕ 22

Найти доверительный интервал для оценки с надежностью $\gamma = 0{,}95$ неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака X генеральной совокупности x_0, если известны объем выборки $n = 30$, выборочная средняя $\overline{x}_в = 2500$, среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности $\sigma = 100$, квантиль нормального распределения $t = 2{,}58$.

Ответ	

7.3.2 Промежуточная аттестация

Вопросы к зачету (1 семестр очной формы обучения)

Матрицы, типы матриц.	ОПК-1
Операции с матрицами, их свойства.	ОПК-1
Умножение прямоугольных матриц.	ОПК-1
Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.	ОПК-1
Определители и их свойства.	ОПК-1
Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.	ОПК-1
Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.	ОПК-1
Правило Крамера решения систем линейных уравнений.	ОПК-1
Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.	ОПК-1
Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.	ОПК-1

Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	ОПК-1
Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.	ОПК-1
Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.	ОПК-1
Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.	ОПК-1
Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.	ОПК-1
Линейная комбинация векторов.	ОПК-1
Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.	ОПК-1
Понятие базиса. Координаты вектора.	ОПК-1
Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.	ОПК-1
Упорядоченная тройка векторов.	ОПК-1
Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.	ОПК-1
Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.	ОПК-1
Линейные пространства.	ОПК-1
Матрица перехода от базиса к базису.	ОПК-1
Собственные векторы и собственные значения матрицы.	ОПК-1
Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве.	ОПК-1
Полярная система координат.	ОПК-1
Различные типы уравнений плоскости и прямой.	ОПК-1
Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью.	ОПК-1
Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.	ОПК-1
Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.	ОПК-1
Кривые второго порядка их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.	ОПК-1
Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы.	ОПК-1
Уравнение поверхности второго порядка.	ОПК-1
Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конусов, гиперболоидов, параболоидов.	ОПК-1

Вопросы к экзамену (2 семестр очной формы обучения)

Понятие переменной величины и области ее изменения.	ОПК-1
понятие функциональной зависимости, классификация функций.	ОПК-1
Определение и типы числовой последовательности.	ОПК-1
Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.	ОПК-1
Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).	ОПК-1
Второй замечательный предел.	ОПК-1
Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.	ОПК-1

Бесконечно малые, бесконечно большие функции.	ОПК-1
Первый замечательный предел.	ОПК-1
Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.	ОПК-1
Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.	ОПК-1
Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).	ОПК-1
Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.	ОПК-1
Таблица производных основных элементарных функций.	ОПК-1
Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.	ОПК-1
Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.	ОПК-1
Производная параметрически заданной функции.	ОПК-1
Производная функции, заданной неявно.	ОПК-1
Дифференцирование сложной показательной функции.	ОПК-1
Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.	ОПК-1
Производные и дифференциалы высших порядков.	ОПК-1
Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).	ОПК-1
Правило Лопиталя.	ОПК-1
Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.	ОПК-1
Асимптоты графика функции.	ОПК-1
Экстремум. Необходимое условие экстремума.	ОПК-1
Достаточные условия экстремума.	ОПК-1
Достаточное условие возрастания (убывания) функции.	ОПК-1
Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.	ОПК-1
Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).	ОПК-1
Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.	ОПК-1
Общая схема построения и исследования графика функции.	ОПК-1
Определение и геометрический смысл функции двух переменных.	ОПК-1
Линии уровня функции двух переменных.	ОПК-1
Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл	ОПК-1
Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.	ОПК-1
Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.	ОПК-1
Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.	ОПК-1
Производная функции нескольких переменных по направлению.	ОПК-1
Производная по направлению и градиент скалярного поля.	ОПК-1
Экстремум функции нескольких переменных.	ОПК-1
Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.	ОПК-1

Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.	ОПК-1
Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.	ОПК-1
Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.	ОПК-1
Интегрирование рациональных дробей.	ОПК-1
Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.	ОПК-1
Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.	ОПК-1
Интегрирование иррациональных функций.	ОПК-1
Универсальная тригонометрическая подстановка.	ОПК-1
Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.	ОПК-1
Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.	ОПК-1
Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.	ОПК-1
Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.	ОПК-1
Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.	ОПК-1
Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью опре¬деленного интеграла.	ОПК-1
Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.	ОПК-1
Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.	ОПК-1
Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.	ОПК-1
Вычисление площади поверхности тела вращения.	ОПК-1
Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.	ОПК-1
Несобственные интегралы от разрывных функций.	ОПК-1

Вопросы к экзамену (3 семестр очной формы обучения)

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: определение обыкновенного дифференциального уравнения, формы записи обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов.	ОПК-1
Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.	ОПК-1
Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка.	ОПК-1
Геометрический смысл общего интеграла обыкновенного д.у. первого порядка.	ОПК-1
Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.	ОПК-1
Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.	ОПК-1
Дифференциальные уравнения *n*-го порядка. Основные понятия: формы записи, понятия общего и частного решений.	ОПК-1
Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения *n*-го порядка.	ОПК-1
Интегрирование дифференциальных уравнений *n*-го порядка методом понижения порядка.	ОПК-1
Линейные однородные дифференциальные уравнения *n*-го порядка. Общие свойства решений: понятия линейно зависимых и линейно независимых	ОПК-1

решений, определителя Вронского, понятие фундаментальной системы решений,	
Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного однородного дифференциального уравнения *n*-го порядка.	ОПК-1
Линейные однородные дифференциальные уравнения *n*-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, его связь с дифференциальным уравнением.	ОПК-1
Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n - го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.	ОПК-1
Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.	ОПК-1
Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для правых частей вида	ОПК-1
$f(x)=P_n(x)e^{\alpha x}, \quad f(x)=M\cos\beta x+N\sin\beta x,$ $f(x)=P(x)e^{\alpha x}\cos\beta x+Q(x)e^{\alpha x}\sin\beta x.$	ОПК-1
Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.	ОПК-1
Системы дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы. Понятия общего и частного решений системы. Теорема о приведении дифференциального уравнения *n*-го порядка к нормальной системе. Метод исключения неизвестных.	ОПК-1
Виды случайных событий.	ОПК-1
Классическое и статистическое определения вероятности появления события. Основные формулы комбинаторики.	ОПК-1
Принцип статистической устойчивости относительных частот. Связь и различие между классическим и статистическим определениями вероятности.	ОПК-1
Геометрическое определение вероятности. Задача Бюффона.	ОПК-1
Алгебра событий. Понятия суммы и произведения событий, их геометрическая интерпретация. Основные законы алгебры событий.	ОПК-1
Теорема сложения вероятностей для несовместных событий. Следствия из нее.	ОПК-1
Теорема сложения вероятностей для совместных событий.	ОПК-1
Теорема умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Понятие условной вероятности.	ОПК-1
Теорема о вероятности появления хотя бы одного события.	ОПК-1
Формула полной вероятности.	ОПК-1
Формула Бернулли.	ОПК-1
Локальная и интегральная теоремы Лапласа.	ОПК-1
Определение и типы случайных величин. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения.	ОПК-1
Интегральная функция распределения вероятностей. Определение, вероятностный смысл и свойства.	ОПК-1
Плотность вероятностей. Определение, вероятностный смысл и свойства.	ОПК-1
Связь между интегральной функцией распределения вероятностей и плотностью вероятностей.	ОПК-1

Определение, вероятностный смысл и свойства математического ожидания для дискретных и непрерывных случайных величин.	ОПК-1
Определение, вероятностный смысл и свойства дисперсии.	ОПК-1
Биномиальный закон распределения.	ОПК-1
Среднее и наивероятнейшее числа появлений события при биномиальном распределении.	ОПК-1
Закон распределения Пуассона.	ОПК-1
Равномерный закон распределения вероятностей.	ОПК-1
Нормальный закон распределения вероятностей. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на произвольный конечный интервал.	ОПК-1
Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на интервал, симметричный относительно среднего значения. Правило трех сигм. Теорема Ляпунова.	ОПК-1
Предмет и основные задачи математической статистики.	ОПК-1
Понятие о выборочном методе. Генеральная и выборочная совокупности.	ОПК-1
Основные понятия математической статистики (вариационный ряд, частота, относительная частота, статистическое распределение выборки).	ОПК-1
Эмпирическая функция распределения выборки и ее свойства.	ОПК-1
Полигон частот и полигон относительных частот.	ОПК-1
Гистограмма частот и относительных частот.	ОПК-1
Точечные оценки параметров распределения. Требования к оценкам.	ОПК-1

Типовые варианты билетов

по дисциплине **«Высшая математика»**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Дисциплина «Высшая математика»
Курс 1, семестр 2

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x}+\sqrt{5-x}}$.
3. Найти градиент функции $z = y\sqrt{xy}$ в точке $M_0(1,4)$.
4. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся
$$\int_1^{\infty} \sqrt{x}dx, \quad \int_1^{\infty} x^{-3}dx, \quad \int_1^{\infty} \sqrt{x^5}dx.$$
5. Найдите экстремумы и точки перегиба функции $y = (x-1)e^{-x}$.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Дисциплина «Высшая математика»
Курс 1, семестр 2

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

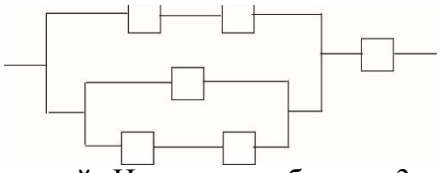
1. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
2. Найти производную функции, заданной параметрически $x = \frac{t}{1+t^3}, \quad y = \frac{2t^2}{1+t^3}$.
3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - x + y^2 + 2y$.
4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$.
5. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, \quad y = 1, \quad x = 0$.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Дисциплина «Высшая математика»
Курс 2, семестр 3

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Теорема умножения вероятностей для зависимых и независимых событий.
3. Решить уравнение: $y^{IV} - 2y'' + y = 2x.$
4. Решить задачу Коши: $y' = \frac{y}{1+x^2} + e^{\operatorname{arctg} x}, \quad y(0) = 1.$
5. Найти вероятность работы электрической цепи, изображенной на рис., если вероятность работы каждого из независимо работающих элементов цепи равна p=0.9.



6. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны 3 детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных.

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.