Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 23.10.2023 17:16:08
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета информационных технологий
/Д. Г. Демидов/
«30» августа 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»

Направление подготовки
10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем»

Направленность подготовки
«**Безопасность открытых информационных систем**»

Квалификация (степень) выпускника
Специалист по защите информации

Форма обучения
Очная

Год приема 2021

Москва 2021 г.

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины **«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»** следует отнести:

- формирование личности студента, его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить;
- научное обоснование понятий линейной алгебры, первые сведения о которых даются в средней школе;
- знакомство с фундаментальными методами исследования, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов..

К **основным задачам** освоения дисциплины **«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»** следует отнести:

В результате изучения обучающийся должен:

знать:

- методы линейной алгебры;
- виды и свойства матриц, системы линейных алгебраических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними;
- основы линейной алгебры, необходимые для решения практических задач;

уметь:

- использовать аппарат линейной алгебры;
- применять методы математического моделирования для решения практических задач;

владеть:

- навыками решения задач линейной алгебры;
- навыками применения современного математического инструментария для решения практических задач;
- методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов.

.

2. Место дисциплины в структуре ООП специалитета

Дисциплина **«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»** относится к числу профессиональных учебных дисциплин базовой части Б.1.17 блока Б1.1 основной образовательной программы специалитета.

Дисциплина **«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»** взаимосвязана логически и содержательно-методически со следующими дисциплинами и практиками ООП: «Математический анализ».

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины (модуля) у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	**В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать**	**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**

ОПК-3	Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности	**знать:** - методы линейной алгебры; - виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними; - основы линейной алгебры, необходимые для решения практических задач; **уметь:** - использовать аппарат линейной алгебры; - применять методы математического моделирования для решения практических задач; **владеть:** - навыками решения задач линейной алгебры; - навыками применения современного математического инструментария для решения практических задач; - методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетных единицы, т.е. **144** академических часа (из них лекции - 36 часов, практических занятий - 36 часа, самостоятельная работа - 72 часа). Форма контроля – экзамен в 3 семестре.
Структура и содержание дисциплины **«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»** по срокам и видам работы отражены в приложении.

Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Понятие и представления комплексных чисел.

Мнимая единица. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел.

Тема 2. Действия над комплексными числами.

Сложение, вычитание и умножение комплексных чисел. Формула Муавра. Деление комплексных чисел. Извлечение корней из комплексных чисел.

Тема 2. Матрицы и определители

Понятие матрицы её размерность. Сложение и произведение матриц, свойства этих действий с матрицами. Дистрибутивность умножения относительно сложения матриц. Умножение матрицы на число. Понятия единичной и обратной матрицы. Элементарные действия со строками матрицы. Линейная зависимость строк матрицы. Основные свойства детерминанта. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Разложение детерминанта по элементам строчки или столбца. Определитель матрицы с линейно зависимыми строчками.

Тема 3. Ранг матрицы.

Понятие базисного минора матрицы. Понятие ранга матрицы любой размерности и его свойства. Связь понятия ранга матрицы с линейной зависимостью строк. Методы нахождения минора с помощью элементарных преобразований строк матрицы (метод сведения к трапецеидальному виду).

Тема 4. Обращение матриц

Методы нахождения обратной матрицы: с помощью алгебраических дополнений элементов и с помощью элементарных преобразований строк матрицы. Матричные уравнения.

Тема 5. Представление систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в матричной форме.

Основные понятия. Запись СЛАУ в матричной форме. Понятие совместности системы линейных алгебраических уравнений. Метод решения системы линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы.

Тема 6. Теорема КронекераКапелли

Теорема Кронекера-Капелли о достаточном условии совместности системы линейных алгебраических уравнений. Правило решения произвольной системы линейных алгебраических уравнений с любым количеством неизвестных.Использование базисного минора матрицы коэффициентов при переменных для выбора зависимых и свободных переменных.

Тема 7. Методы решения СЛАУ

Методы решения системы линейных алгебраических уравнений: правило Крамера, метод Гаусса и модифицированный метод ЖорданаГаусса. Описание канонического способа нахождения частного решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений

Тема 8. Элементы матричного анализа

Понятие вектора. Линейные операции над векторами: сложение векторов и умножение вектора на число, свойства этих операций. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями. Линейная зависимость и независимость систем векторов.

Тема 9. Основные операции над векторами

Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения через координаты. Угол между векторами. Векторное произведение векторов и его свойства. Понятие ориентации тройки векторов. Выражение векторного произведения через координаты. Условие коллинеарности векторов. Нахождение площади параллелограмма и треугольника. Смешанное произведение векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения через координаты. Определение взаимной ориентации векторов в пространстве. Установление компланарности векторов. Определение объёмов параллелепипеда и треугольной пирамиды.

Тема 10. Векторное пространство.

n-мерный вектор и векторное пространство. Линейная зависимость векторов в линейном n-мерном векторном пространстве. Понятие базиса системы векторов. Разложение вектора пространства по базису. Переход к новому базису и системе координат, матрица перехода. Нормированное векторное пространство. Норма вектора.

Тема 11. Евклидово пространство.

Метрика вводится с помощью скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского и неравенство треугольника. Теорема о существовании ортонормированного базиса во всяком n-мерном евклидовом пространстве. Понятие линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.

Тема 12. Собственные векторы

Понятие собственного значения и собственного вектора линейного оператора. Зависимость между диагональным видом матрицы линейного оператора в некотором базисе и собственными векторами образующими этот базис.

Тема 13. Линейная модель обмена.

Пример математической модели процесса, приводящийся к понятию собственного вектора и собственного значения матрицы.

Тема 14. Геометрическая интерпретация функции нескольких переменных

Функции двух и трех переменных. Линии и поверхности равного уровня. Метод сечений. Расстояние между двумя произвольными точками. Поверхности второго порядка. Эллипсоид, параболоид, гиперболоид. Эллиптический цилиндр. Конус. Гиперболический параболоид. Гиперболический цилиндр.

.

5. Образовательные технологии

Методика преподавания дисциплины **«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»** и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривает использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- подготовка к выполнению практических занятий;
- проведение интерактивных лекционных занятий.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах по дисциплине, составляет 25 % аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 50 % от объема аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- домашние задания и их защита;
- экзамен.

Рубежная проверка знаний в рамках отдельных модулей проводится в форме контроля выполнения практических и домашних заданий. Тематика домашних заданий, соответствует основному содержанию лекционных и практических занятий. Итоговый контроль знаний по дисциплине проводится в форме экзамена в пятом учебном семестре.

Тематика практических занятий

Тема 1. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Сложение, вычитание и умножение комплексных чисел. Формула Муавра. Деление комплексных чисел. Извлечение корней из комплексных чисел.

Тема 2. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Вычисление определителей. Разложение детерминанта по элементам строчки или столбца. Методы нахождения минора с помощью элементарных преобразований строк матрицы (метод сведения к трапецеидальному виду). Методы нахождения обратной матрицы: с помощью алгебраических дополнений элементов и с помощью элементарных преобразований строк матрицы. Матричные уравнения.

Тема 3. Метод решения системы линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы. Метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений. 4 Модифицированный метод Жордана-

Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений. Решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 4. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями. Скалярное и векторное произведение векторов. Нахождение площади параллелограмма и треугольника. Смешанное произведение векторов. Определение взаимной ориентации векторов в пространстве. Установление компланарности векторов. Определение объёмов параллелепипеда и треугольной пирамиды.

Тема 5. Линейная зависимость и независимость векторов. Разложение вектора пространства по базису. Переход к новому базису. Евклидово пространство.

Тема 6. Линейные операторы. Матрицы линейного оператора в различных базисах. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Тема 7. Линейная модель обмена.

Тема 8. Построение линий равного уровня для заданной функции двух переменных.

Тема 9. Построение поверхностей второго порядка.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины (модуля) формируются следующие компетенции:

Код компетенции	**В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать**
ОПК-3	Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности

В процессе освоения образовательной программы данная компетенция, в том числе ее отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины (модуля), описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

ОПК-3 Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности				
Показатель	**Критерии оценивания**			
	2	**3**	**4**	**5**

знать: методы линейной алгебры; виды и свойства матриц, системы линейных алгебраических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними; основы линейной алгебры, необходимые для решения практических задач; **уметь**: использовать аппарат линейной алгебры; применять методы математического моделирования для решения практических задач; **владеть**: навыками решения задач линейной алгебры; навыками применения современного математического инструментария для решения практических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов.	Обучающийся не знает методов линейной алгебры; видов и свойств матриц, систем линейных алгебраических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними; основы линейной алгебры, необходимые для решения практических задач; не умеет использовать аппарат линейной алгебры; применять методы математического моделирования для решения практических задач; **не владеет**: навыками решения задач линейной алгебры; навыками применения современного математического инструментария для решения практических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих знаний и умений: методы линейной алгебры; виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними; основы линейной алгебры, необходимые для решения практических задач; **уметь**: использовать аппарат линейной алгебры; применять методы математического моделирования для решения практических задач; **владеть**: навыками решения задач линейной алгебры; навыками применения современного математического инструментария для решения практических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов..	Обучающийся демонстрирует соответствие следующих знаний и умений: методы линейной алгебры; виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними; основы линейной алгебры, необходимые для решения практических задач; **уметь**: использовать аппарат линейной алгебры; применять методы математического моделирования для решения практических задач; **владеть**: навыками решения задач линейной алгебры; навыками применения современного математического инструментария для решения практических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих знаний и умений: методы линейной алгебры; виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними; основы линейной алгебры, необходимые для решения практических задач; **уметь**: использовать аппарат линейной алгебры; применять методы математического моделирования для решения практических задач; **владеть**: навыками решения задач линейной алгебры; навыками применения современного математического инструментария для решения практических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов.

Шкалы оценивания результатов аттестации и их описание:

Форма аттестации: экзамен.

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине (модулю), при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине (модулю) методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	**Описание**
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков, приведенных в таблицах показателей, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует неполное, правильное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, либо если при этом были допущены 2-3 несущественные ошибки.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, в котором освещена основная, наиболее важная часть материала, но при этом допущена одна значительная ошибка или неточность.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков, приведенных в таблицах показателей, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

Фонды оценочных средств представлены в приложении к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М., Наука, 1984 (Дрофа, 2006).
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Задачник. М., Наука, 1982.
3. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., Наука, 1980 (Лань, 2008)
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учебник для вузов. М. Физматлит, 2007.
5. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Шикин Е.В., Заляпин В.И. Вся высшая математика: Учебник. Т.1 – Т.6. Издательство УРСС, 2002.
6. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) М., Высшая школа, 1986 (Лань, 2008).
7. Сборник задач по математике для втузов. Под ред. Ефимова А.В., Поспелова А.С. М., Физматлит, ч.1-4, 2001 – 2004.
8. Беклемишева Л.А., Петрович Ф.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. / М., Изд-во «Физматгиз», 2003.

б) дополнительная литература:

9. Малугин В.А. Линейная алгебра – курс лекций. / Учебное пособие. / М., Изд-во «Эксмо», 2006.
10. Малугин В.А. Линейная алгебра – задачи и упражнения. / М., Изд-во «Эксмо», 2006. 13. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И., Шикин Е.В., Заляпин В.И., Соболев С.К. Высшая математика, тома 1 и 2, Учебник / М., Изд-во «Эдиториал УРСС», 2000

1. Офисные приложения, MicrosoftOffice 2013 (или ниже) - MicrosoftOpenLicense

   Лицензия № 61984042

2. Операционная система Windows 7(или ниже) – MicrosoftOpenLicense.
3. Система компьютерного моделирования машины Тьюринга (тренажер машины Тьюринга).

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

Для прведения всех видов занятий необходимо презентационное оборудование (мультимедийный проектор, ноутбук, экран) – 1 комплект.

Для проведения практических занятий необходимо наличие компьютерных классов оборудованных современной вычислительной техникой из расчета одно рабочее место на одного обучаемого.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Изучение дисциплины осуществляется в строгом соответствии с целевой установкой в тесной взаимосвязи учебным планом. Основой теоретической подготовки студентов являются *лекции.*

В процессе самостоятельной работы студенты закрепляют и углубляют знания, полученные во время аудиторных занятий, дорабатывают конспекты лекций, готовятся к экзамену, а также самостоятельно изучают отдельные темы учебной программы.

Практические занятия проводятся по наиболее важным темам дисциплины. Осуществляется закрепление знаний, полученных студентами на лекциях и в процессе самостоятельной работы. Особое внимание обращается на развитие умений и навыков установления связи положений теории с профессиональной деятельностью будущего специалиста по ИБ. Практические занятия проводятся по теоретическим и проблемным вопросам ИБ.

Важным обстоятельством является привлечение внимания студентов к теме практических занятий, стимулирование интереса к ней и организация активного обсуждения, как структуры проблемы, так и составляющих ее наиболее актуальных тем. Для повышения эффективности проведения занятия требуется предварительная подготовка всех его участников. В этой связи рекомендуется заблаговременно (не менее, чем за неделю) оповестить студентов о теме занятия.

При проведении практического преподаватель выполняет, в основном, функции ведущего - следит за регламентом времени, помогает уточнить формулировки, обобщает полученные результаты, подводит итог занятию в целом. При высоком уровне подготовки студенческой группы отдельные функции ведущего можно поручить одному из студентов. В случае необходимости, преподаватель оказывает ему поддержку, а при подведении итогов - дает оценку работе ведущего.

Активная работа студента на практическом занятии учитывается при определении итоговой оценки его знаний по дисциплине на зачете.

Самостоятельная работа по дисциплине предполагает: выполнение студентами домашних заданий. Домашние задания являются, как правило, продолжением практических занятий и содействуют овладению практическими навыками по основным разделам дисциплины.

Самостоятельная работа студентов предполагает изучение теоретического и практического материала по актуальным вопросам дисциплины. Рекомендуется самостоятельное изучение учебной и научной литературы, использование справочной литературы и др.

При выдаче заданий на самостоятельную работу используется дифференцированный подход к студентам. Перед выполнением студентами самостоятельной внеаудиторной работы преподаватель проводит инструктаж по выполнению задания, который включает: цель здания, его содержание, сроки выполнения, ориентировочный объем работы, основные требования к результатам работы, критерии оценки. В процессе инструктажа преподаватель предупреждает студентов о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания. Инструктаж проводится преподавателем за счет объема времени, отведенного на изучение дисциплины.

Текущий контроль осуществляется на лабораторных занятиях, промежуточный контроль осуществляется на экзамене в письменной (устной) форме.

Самостоятельная работа осуществляется индивидуально.

Контроль самостоятельной работы организуется в двух формах:

- самоконтроль и самооценка студента;
- контроль со стороны преподавателей (текущий и промежуточный).

Текущий контроль осуществляется на практических занятиях, промежуточный контроль осуществляется на экзамене в письменной (устной) форме.

Критериями оценки результатов самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентом учебного материала;
- умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность компетенции;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки специалистов **10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем»**.

Программу составил: к.т.н., доцент Алибеков И. Ю.

Программа утверждена на заседании кафедры “Информационная безопасность”
«30» августа 2021 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой
«Информационная безопасность»



к.т.н., профессор Н.В. Федоров

Приложение

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки: 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем»
ОП (профиль): «Безопасность открытых информационных систем»
Форма обучения: очная
Вид профессиональной деятельности: эксплуатационная; проектно-технологическая

Кафедра: «Информационная безопасность»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»

Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Описание оценочных средств:
Контрольные вопросы
Экзамен

Составители: к.т.н., доцент Алибеков И.Ю.

Москва, 2021 год

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Проектирование безопасных информационных систем					
ФГОС ВО **10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем»**					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие **профессиональные компетенции**:					
КОМПЕТЕНЦИИ		**Перечень компонентов**	**Технология формирования компетенций**	**Форма оценочного средств**	**Степени уровней освоения компетенций**
ИН-ДЕКС	**ФОРМУЛИРОВКА**				

ОПК-3	Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности	**знать**: методы линейной алгебры; виды и свойства матриц, системы линейных алгебраических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними; основы линейной алгебры, необходимые для решения практических задач; **уметь**: использовать аппарат линейной алгебры; применять методы математического моделирования для решения практических задач; **владеть**: навыками решения задач линейной алгебры; навыками применения современного математического инструментария для решения практических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов.	лекции, самостоятельная работа, практические занятия	**ДЗ, экзамен**	знание теоретических и практических основ линейной алгебры и функций нескольких переменных, применение математических методов при решении профессиональных задач. Применение на практике методов линейной алгебры решение практических задач. Владение навыками линейной алгебры при решении практических и профессиональных задач, а также -навыками решения задач линейной алгебры

Оценочные средства для текущей аттестации

Домашние задания.

1. Написать разложение вектора x по векторам p, q, r.

$x = \{-2, 4, 7\}, \quad p = \{0, 1, 2\}, \quad q = \{1, 0, 1\}, \quad r = \{-1, 2, 4\}$

2. Определить коллинеарность векторов c_1 и c_2, построенные по векторам a и b?

$a = \{1, -2, 3\}, \quad b = \{3, 0, -1\}, \quad c_1 = 2a + 4b, \quad c_2 = 3b - a$

3. Найти косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

$A(1, -2, 3), \quad B(0, -1, 2), \quad C(3, -4, 5)$

4. Определить компланарность векторов a, b и c?

$a = \{2, 3, 1\}, \quad b = \{-1, 0, -1\}, \quad c = \{2, 2, 2\}$

6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

$A_1(1, 3, 6), \quad A_2(2, 2, 1), \quad A_3(-1, 0, 1), \quad A_4(-4, 6, -3).$

7. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через три точки M_1, M_2, M_3.

$M_1(-3, 4, -7), \quad M_2(1, 5, -4), \quad M_3(-5, -2, 0), \quad M_0(-12, 7, -1).$

8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\overrightarrow{BC}$.

$A(1, 0, -21), \quad B(2, -1, 3), \quad C(0, -3, 2)$

9. Найти угол между плоскостями

$x-3y+5=0, \quad 2x-y+5z-16=0.$

10. Найти координаты точки A, равноудаленной от точек B и C.

$A(0, 0, z), \quad B(5, 1, 0), \quad C(0, 2, 3)$

Пусть κ – коэффициент преобразования подобия с центром в начале координат. Верно ли, что точка A принадлежит образу плоскости α?

$A(1, 2, -1), \quad \alpha: 2x + 3y + z - 1 = 0, \quad \kappa = 2.$

12. Написать канонические уравнения прямой.

$2x+y+z-2=0,\ 2x-y-3z+6=0.$

13. Найти точку пересечения прямой и плоскости.

$$\frac{x-2}{-1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{4},\quad x+2y+3z-14=0.$$

14. Найти точку M', симметричную точке M относительно прямой (для варианта **1**)

$$M\,(0,-3,-2),\quad \frac{x-1}{1}=\frac{y+1{,}5}{-1}=\frac{z}{1}.$$

15. Определить совместность системы линейных уравнений.

$$\begin{cases} x_1-4x_2=-1 \\ 3x_1+2x_2=4 \\ 7x_1+10x_2=12 \\ 5x_1+6x_2=8 \\ 3x_1-16x_2=-5 \end{cases}$$

16. Решить систему уравнений матричным методом

$$\begin{cases} 5x-y-z=0 \\ x+2y+3z=14 \\ 4x+3y+2z=16 \end{cases}$$

17. Определить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

18. Определить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

19. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

20. Дана матрица

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 4\end{pmatrix}$$

найти A^3.

21. Дана матрица

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$$

найти обратную матрицу A^{-1}.

22. Даны матрицы

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$$

Найти det (AB) двумя способами.

23. Вычислить определитель матрицы

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & -2 & 3\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

24. Найти произведение матриц

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 5 & 6\end{pmatrix}$$

25. Даны матрицы

$$A=\begin{pmatrix}1\\ 4\\ 3\end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix}2 & 4 & 1\end{pmatrix}$$

Найти AB и BA.

26. Даны матрицы

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & -4 & 2\end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix}1\\ 3\\ 2\end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix}-1\\ 2\\ 1\end{pmatrix}$$

и число α = 2.

Найти $A^TB+\alpha C$.

27. Даны матрицы

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 1 & 4\\ 3 & 2 & 3\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 4\\ 5 & 7 & 8\\ 1 & 2 & 4\end{pmatrix}$$

найти 2A + B.

28. Найти решение системы уравнений методом Крамера

$$\begin{cases}5x-y-z=0\\ x+2y+3z=14\\ 4x+3y+2z=16\end{cases}$$

29. Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{cases}5x-y-z=0\\ x+2y+3z=14\\ 4x+3y+2z=16\end{cases}$$

30. Упростить матрицу и вычислить определитель

$$\Delta=\begin{vmatrix}4 & 3 & 2 & 6\\ -8 & 5 & 1 & -2\\ 3 & 4 & 2 & 3\\ 4 & -2 & -1 & 1\end{vmatrix}$$

31. Вычислить определитель матрицы по правилу треугольников:

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & x\\ 2 & x & 1\\ 0 & -1 & x\end{vmatrix}$$

32. Вычислить определитель матрицы по правилу Саррюса:

$$\begin{vmatrix}a & 1 & -a\\ 1 & a & 1\\ -a & 1 & -a\end{vmatrix}$$

33. Линейное превращение в базисе
e: $\vec{e}_1=(8,-6,7)$, $\vec{e}_2=(-16,7,-13)$, $\vec{e}_3=(9,\ -3,\ 7)$

образует матрицу

$$A=\begin{pmatrix}1 & -18 & 15\\ -1 & -22 & 20\\ 1 & -25 & 22\end{pmatrix}.$$

Найти его матрицу в базисе

e': $e_1'=(1,-2,1)$, $e_1'=(3,-1,2)$, $e_3'=(2,1,2)$

34. Пусть в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ пространства V3 линейное преобразование φ задается матрицей

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 1 & 0\\ 1 & 3 & -4\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$$

, вектор $\vec{a}=5\vec{e}_1+\vec{e}_2-2\vec{e}_3$.

Найти образ $a'=\varphi\,\vec{a}$.

35. Доказать, что каждая из двух систем векторов e і e’ является базисом, найти связь координат одного и того же вектора в этих базисах.

e: $\vec{e}_1=(1,2,1)$, $\vec{e}_2=(2,3,3)$, $\vec{e}_3=(3,7,1)$;

e': $\vec{e}_1=(3,1,4)$, $\vec{e}_2=(5,2,1)$, $\vec{e}_3=(1,1,-6)$.

36. В пространстве V3 задан базис e: $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ Векторы

$\vec{e}_1'=5\vec{e}_1-\vec{e}_2-2\vec{e}_3$,

$\vec{e}_2'=2\vec{e}_1+3\vec{e}_2$,

$\vec{e}_3'=-2\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3$

образовывают новый базис e’. Найти координаты вектора $\vec{a}=\vec{e}_1+4\vec{e}_2-\vec{e}_3$ в новом базисе e’.

37. Исследовать систему и найти общий решение в зависимости от λ.

$$\begin{cases}5x_1-3x_2+2x_3+4x_4=3\\ 4x_1-2x_2+3x_3+7x_4=1\\ 8x_1-6x_2-x_3-5x_4=9\\ 7x_1-3x_2+7x_3+17x_4=\lambda.\end{cases}$$

38. Решить методом Жордана-Гаусса систему уравнений:

$$\begin{cases}3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3\\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7\\ 9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13\end{cases}$$

39. Найти фундаментальную систему решений системы уравнений:

$$\begin{cases}3x_1+x_2-8x_3+2x_4+x_5=0\\ 2x_1-2x_2-3x_3-7x_4+2x_5=0\\ x_1+11x_2-12x_3+34x_4-5x_5=0\\ x_1-5x_2+2x_3-16x_4+3x_5=0\\ x_1+3x_2-5x_3+9x_4-x_5=0\end{cases}$$

40. Решить с помощью теоремы Кронекера-Капелли систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

41. С помощью элементарных преобразований найти ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & -5 & -6 \\ -3 & 1 & -4 & -7 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

42. Найти ранг матрицы А методом обводных миноров, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

43. Решить матричное уравнение AX=B где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

44. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_2 - x_2 + 4x_3 = -4 \end{cases}$$

методом обратной матрицы.

45. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = -11 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = -4 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = -11 \end{cases}$$

46. Найти проекцию на плоскость Oxz, z=0 линию пересечения эллипсоида $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ и плоскости

z + 4z – 4 = 0

47. Найти прямые, которые проходят через точку А(6; 2; 8) и лежат на поверхности $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1.$

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Экзамен

Список вопросов для экзамена по дисциплине

1. Мнимая единица. Геометрическое изображение комплексных чисел.
2. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел.
4. Сложение, вычитание и умножение комплексных чисел.
5. Формула Муавра.
6. Деление комплексных чисел.
7. Извлечение корней из комплексных чисел.
8. Матрицы и линейные операции над ними. Свойства операций.
9. Матрицы и умножение матриц.
10. Определители второго и третьего порядка. Их свойства.
11. Определители n-го порядка. Свойства определителей.
12. Теорема Лапласа (о значении определителя).
13. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Правило Крамера.
14. Обратная матрица и ее свойства.
15. Матричные уравнения.
16. Матричная запись и матричное решение СЛАУ.
17. Метод Гаусса для решения СЛАУ.
18. Метод Жордана-Гаусса для решения СЛАУ.
19. Ранг матрицы. Его свойства.
20. Исследование СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли (о совместности системы).
21. Алгоритм решения произвольной СЛАУ.
22. Система линейных однородных уравнений (СЛОУ). Теорема о ненулевом решении СЛОУ.
23. Фундаментальная система решений СЛОУ. Ее свойства.
24. Векторы. Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций.
25. Проекция вектора на ось. Свойства проекций.
26. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль и направляющие косинусы вектора.
27. Коллинеарные векторы. Их свойства. Координаты вектора.
28. Скалярное произведение векторов. Его свойства.
29. Векторное произведение векторов. Его свойства.
30. Смешанное произведение векторов. Его свойства.
31. Понятие линейной зависимости и независимости векторов.
32. Линейная зависимость векторов на плоскости.
33. Линейное (векторное) пространство. Примеры линейных пространств.
34. Размерность и базис линейного пространства.
35. Переход к новому базису.
36. Линейные операторы. Теорема о матрице линейного оператора.
37. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
38. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора

Пример билета.

1. Определители второго и третьего порядка. Их свойства.

2. Размерность и базис линейного пространства.

3. Найти ранг матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & -5 & -6 \\ -3 & 1 & -4 & -7 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Структура и содержание дисциплины «Линейная алгебра и функции нескольких переменных»
по направлению подготовки
10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем»

n/n	Раздел	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы студентов					Формы аттестации	
				Л	Лаб	П/С	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	ДЗ	Реферат	К/р	Э	З
	Третий семестр														
1.1	Понятие и представления комплексных чисел. Мнимая единица. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел.	3	1	2		2	4								
1.2	Действия над комплексными числами. Сложение, вычитание и умножение комплексных чисел. Формула Муавра. Деление комплексных чисел. Извлечение корней из комплексных чисел.	3	2	2		2	4								
1.3	Матрицы и определители Понятие матрицы её размерность. Сложение и произведение матриц, свойства этих действий с матрицами. Дистрибутивность умножения относительно сложения матриц. Умножение матрицы на число. Понятия единичной и обратной матрицы. Элементарные действия со строками матрицы. Линейная зависимость строк	3	3	2		2	4								

	матрицы. Основные свойства детерминанта. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Разложение детерминанта по элементам строчки или столбца. Определитель матрицы с линейно зависимыми строчками.														
1.4	Ранг матрицы. Понятие базисного минора матрицы. Понятие ранга матрицы любой размерности и его свойства. Связь понятия ранга матрицы с линейной зависимостью строк. Методы нахождения минора с помощью элементарных преобразований строк матрицы (метод сведения к трапецеидальному виду).	3	4	2		2	4								
1.5	Обращение матриц Методы нахождения обратной матрицы: с помощью алгебраических дополнений элементов и с помощью элементарных преобразований строк матрицы. Матричные уравнения..	3	5	2		2	4								
1.6	Представление систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в матричной форме. Основные понятия. Запись СЛАУ в матричной форме. Понятие совместности системы линейных алгебраических уравнений. Метод решения системы линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы.	3	6	2		2	6				+				
1.7	Теорема Кронекера-Капелли Теорема Кронекера-Капелли о достаточном условии совместности системы линейных алгебраических уравнений. Правило решения произвольной системы линейных	3	7	2		4	6								

	алгебраических уравнений с любым количеством неизвестных. Использование базисного минора матрицы коэффициентов при переменных для выбора зависимых и свободных переменных.														
1.8	Методы решения СЛАУ Методы решения системы линейных алгебраических уравнений: правило Крамера, метод Гаусса и модифицированный метод Жордана-Гаусса. Описание канонического способа нахождения частного решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.	3	8	2		2	6								
1.9	Элементы матричного анализа Понятие вектора. Линейные операции над векторами: сложение векторов и умножение вектора на число, свойства этих операций. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями. Линейная зависимость и независимость систем векторов.	3	9	2		2	6								
1.10	Основные операции над векторами Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения через координаты. Угол между векторами. Векторное произведение векторов и его свойства. Понятие ориентации тройки векторов. Выражение векторного произведения через координаты. Условие коллинеарности векторов. Нахождение площади параллелограмма и треугольника. Смешанное произведение	3	10	4		2	4				+				

	векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения через координаты. Определение взаимной ориентации векторов в пространстве. Установление компланарности векторов. Определение объёмов параллелепипеда и треугольной пирамиды.														
1.11	Векторное пространство. n-мерный вектор и векторное пространство. Линейная зависимость векторов в линейном n-мерном векторном пространстве. Понятие базиса системы векторов. Разложение вектора пространства по базису. Переход к новому базису и системе координат, матрица перехода. Нормированное векторное пространство. Норма вектора.	3	11	4		4	4								
1.12	Евклидово пространство. Метрика вводится с помощью скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского и неравенство треугольника. Теорема о существовании ортонормированного базиса во всяком n-мерном евклидовом пространстве. Понятие линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.	3	12	4		4	4				+				
1.13	Собственные векторы Понятие собственного значения и собственного вектора линейного оператора. Зависимость между диагональным видом матрицы линейного оператора в некотором базисе и собственными векторами образующими этот базис.	3	13	2		2	4								
1.14	Линейная модель обмена. Пример математической модели процесса,	3	14-15	2		2	6				+				

	приводящийся к понятию собственного вектора и собственного значения матрицы.														
1.15	Геометрическая интерпретация функции нескольких переменных Функции двух и трех переменных. Линии и поверхности равного уровня. Метод сечений. Расстояние между двумя произвольными точками. Поверхности второго порядка. Эллипсоид, параболоид, гиперболоид. Эллиптический цилиндр. Конус. Гиперболический параболоид. Гиперболический цилиндр.	3	16-18	2		2	6								
	Форма аттестации		19-21											Э	
	Всего часов по дисциплине			36		36	72								