Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 23.10.2023 17:24:36
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Транспортный факультет

УТВЕРЖДАЮ
И.о. декана
_____ /М.Н. Лукьянов/
«16» февраля 2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дифференциальные уравнения и комплексный анализ

Направление подготовки/специальность
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль/специализация
Интеллектуальные системы управления транспортом

Квалификация
бакалавр

Формы обучения
очная

Москва, 2023 г.

Разработчик:

Канд. физ.-мат. наук, доцент _____ /Е.А. Коган/

И.о. зав. кафедрой «Математика»,
канд. физ.-мат. наук _____ /Н.В. Васильева/

Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине……. 4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы…….. 5
3. Структура и содержание дисциплины…….. 5
   - 3.1. Виды учебной работы и трудоемкость…… 5
   - 3.2. Тематический план изучения дисциплины…… 6
   - 3.3. Содержание дисциплины……. 6
   - 3.4. Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий…….. 7
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение……. 7
   - 4.1. Нормативные документы и ГОСТы…….. 7
   - 4.2. Основная литература……..... 8
   - 4.3. Дополнительная литература…… 8
   - 4.4. Электронные образовательные ресурсы…… 8
   - 4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение…. 9
   - 4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы…….. 9
5. Материально-техническое обеспечение…… 10
6. Методические рекомендации…… 10
   - 6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения 10
   - 6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины…… 11
7. Фонд оценочных средств…….. 13

Приложение 1. Тематический план содержания дисциплины……. 14

Приложение 2. Фонд оценочных средств…….. 18

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения…….. 18
2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения…… 18
3. Оценочные средства…… 19
   - 3.1. Текущий контроль…….. 20
   - 3.2. Промежуточная аттестация…… 25

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным *целям* освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения и комплексный анализ» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным *задачам* освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения и комплексный анализ» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Дифференциальные уравнения и комплексный анализ» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций в соответствии с ФГОС 01.03.02 (уровень бакалавриата) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Минобрнауки России от 10.01.2018 №9 (ред. от 27.02.2023):

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1 Использует методы математического анализа и моделирования для решения прикладных задач в профессиональной сфере ИОПК-1.2 Умеет использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования теоретических и экспериментальных исследований ИОПК-1.3 Использует в профессиональной деятельности знания о материалах, применяемых для изготовления деталей и сборочных единиц автомобилей, анализирует теоретические и экспериментальные научные исследования по поиску и проверке новых идей совершенствования наземных транспортно-технологических машин, их технологического оборудования.

	ИОПК-1.4 Осуществляет информационный поиск по отдельным системам объектов исследования, анализирует теоретические и экспериментальные научные исследования по поиску и проверке новых идей совершенствования наземных транспортно-технологических машин, их технологического оборудования. ИОПК 1.5 Умеет использовать физические явления в электротехнических и электронных устройствах информационных систем для идентификации, формулирования и решения технических и технологических проблем эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1: Модуль «Математические и естественно-научные дисциплины».
Дисциплина базируется на следующих, пройденных дисциплинах:

- линейная алгебра;
- математический анализ.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения и комплексный анализ» логически связана с последующими дисциплинами:
В обязательной части:

- физика;
- программирование;
- основы механики;
- основы материаловедения и сопротивления материалов;
- аналитическая динамика и теория колебаний;
- метод конечных элементов;
- дифференциальные уравнения и комплексный анализ;
- уравнения математической физики;
- теория вероятностей и математическая статистика.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

- динамика и прочность беспилотных транспортных средств;
- теория автоматического управления транспортных средств;
- интеллектуальные системы управления транспортом.

В части элективных дисциплин:

- численные методы;
- методы вычислений.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы -108 часов.

3.1. Виды учебной работы и трудоемкость

п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестр 3
	Аудиторные занятия	36	36
	В том числе:		
1.	Лекции	18	18
2.	Семинарские/практические занятия	18	18
	Лабораторные занятия	-	-
	Самостоятельная работа	72	72
	Промежуточная аттестация		
	экзамен	Э	Э
	Итого	108	108

3.2. Тематический план изучения дисциплины

Размещён в приложении 1 к рабочей программе.

3.3. Содержание разделов дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Введение. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл общего интеграла.

Уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, уравнения в полных дифференциалах.

Линейные д.у. первого порядка и уравнения Бернулли. Решение линейных уравнений методом вариации произвольной постоянной, методом произведений Бернулли.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального уравнения n-го порядка. Общее и частное решения. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка.

Тема 3. Линейные однородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка, ее построение для уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n – го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов) для различных специальных видов правой части.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 4. Краевые задачи. Задачи на собственные значения.

Тема 5. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Нормальные системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Решение линейных однородных и неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Раздел 2. Комплексный анализ

Тема 1. Понятие комплексного числа. Понятие комплексной плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Три формы записи комплексного числа. Действия над комплексными числами.

Тема 2. Функция комплексного переменного. Представление функции комплексного переменного как отображения плоских множеств. Основные элементарные функции комплексного переменного, отличительные свойства на комплексной плоскости.

Тема 3. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Дифференцируемость. Условия Коши - Римана.

Тема 4. Интеграл от функции комплексного переменного. Зависимость от пути интегрирования. Интегралы от аналитических функций. Теоремы Коши для односвязной области и для сложного контура. Интегральная формула Коши. Интегральное представление производной от аналитической функции.

Тема 5. Функциональные ряды, степенные ряды для функции комплексного переменного. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Лорана. Область сходимости рядов в комплексной плоскости. Нули и особые точки аналитической функции, их классификация.

Тема 6. Теория вычетов, основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов относительно особых точек. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.

Тема 7. Операционное исчисление. Определение преобразования Лапласа. Понятие оригинала и изображения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица изображений элементарных функций.

Обратное преобразование Лапласа. Формула Меллина. Разложение рациональной дроби на простейшие. Операционный метод решения дифференциальных уравнений.

3.4. Тематика практических занятий по дисциплине «Дифференциальные уравнения и комплексный анализ»

№ п/п	Тема занятия
1	Интегрирование дифференциальных уравнений (д.у.) первого порядка различного типа.
2	Решение линейных однородных д.у n-го порядка с постоянными коэффициентами.
3	Методы решения линейных неоднородных д.у n-го порядка с постоянными коэффициентами.
4	Краевые задачи, задачи на собственные значения.
5	Решение нормальных систем д.у.
6	Комплексные числа и действия над ними. Основные элементарные функции комплексной переменной.
7	Дифференцирование и интегрирование функции комплексной переменной.
8	Ряды в комплексной области
9	Операционный метод решения д.у.

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. ФГОС 01.03.02. Прикладная математика и информатика. Утверждён приказом Минобрнауки России от 10.01.2018 №9 (ред. от 27.02.2023).
2. Академический учебный план по направлению подготовки: 01.03.02. Прикладная математика и информатика. Профиль: Интеллектуальные системы управления транспортом. Форма обучения – очная. 2023.
3. Матрица распределения компетенций 01.03.02. Прикладная математика и информатика (Интеллектуальные системы управления транспортом). 2023.
4. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
5. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

4.2. основная литература

1. Коган Е.А., Жукова Г.С. Теория функций комплексной переменной/ Учебное пособие. М.: Московский политех, 2019. 180 с. 100 экз.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Ряды. Функции комплексного переменного. В 3 томах. Том 3. В 2 книгах. книга 2. Учебник для академического бакалавриата. 7-е изд., стереотипное - М.: Изд-во «Юрайт», 2016. 220 с.
3. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. М.: МГИУ, 2012. 400 экз. https://e.lanbook.com/.

4.3. дополнительная литература

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. В 2-х томах. М.: Интеграл - Пресс, 2009. 180 экз.
2. Миносцев В.Б., Мартыненко А.И., Ляховский В.А., Зубков В.Г. Курс высшей математики: Учебное пособие. Часть 1.М.: МГИУ, 2007; Часть 2.М.: МГИУ, 2007. Часть 3. М.: МГИУ, 2011. 400 экз. https://e.lanbook.com/.
3. Коган Е.А., Жукова Г.С. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление: учебное пособие М.: ИНФРА-М, 2020. 180 с. – (Высшее образование: Бакалавриат).
4. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие. М. Изд-во «Лань», 2019. 280 с.
5. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Операционное исчисление. Теория устойчивости. Задачи и примеры с подробными решениями М.: Изд-во URSS, 2018. - 176 с.
6. Коган Е.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и операционное исчисление. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей. М. 2006. 693 экз.
7. Коган Е.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление в приложении к расчёту автомобильных конструкций. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей. М.: МАМИ, 2010. 200 экз. http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.

4.4. Электронные образовательные ресурсы

5. Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных

кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:.

Название ЭОР	
Дифференциальные уравнения	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=4396
Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=1219

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке московского политеха
https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1 .
Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:
http://exponenta.ru, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm*.
Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Наименование	Разработчик ПО (правообладатель)	Доступность (лицензионное, свободно распространяемое)	Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии)
1	Astra Linux Common Edition	ООО "РУСБИТЕХ-АСТРА"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036
2	МойОфис	ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375

4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

	Наименование	**Ссылка на ресурс**	**Доступность**
Информационно-справочные системы			
	Stack Overflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений

	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http:// www.consultant.ru	Доступно
	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru.	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			
	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

6. Методические рекомендации

6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся в программе средней школы. Однако он не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс дифференциальных уравнений разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и

письменную речь, успешно применять накопленные знания для решения, прежде всего, стандартных задач в профессиональной сфере деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

6.1.1. Образовательные технологии

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанного кафедрой «Математика» электронного образовательного ресурса (ЭОР) по всем разделам программы (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Раздел: обыкновенные дифференциальные уравнения

Изучение дифференциальных уравнений имеет важнейшее значение в математической подготовке инженера. Объясняется это тем, что дифференциальные уравнения представляют собой математические модели самых разнообразных процессов и явлений, так как их решения позволяют описать эволюцию изучаемого процесса, характер происходящих с материальной системой изменений в зависимости от первоначального состояния системы.
Отличительное свойство дифференциальных уравнений состоит в том, что при их интегрировании обычно получается бесчисленное множество решений. Для уравнения первого порядка это множество описывается одной произвольной постоянной. Чтобы выделить из бесконечного множества решений то, которое описывает именно данный процесс, необходимо задать дополнительную информацию, например, знать начальное состояние процесса. Такое дополнительное условие называется начальным условием.

Задача интегрирования дифференциального уравнения первого порядка совместно с начальным условием называется начальной задачей или задачей Коши.

Для дифференциальных уравнений первого порядка следует различать общее, частное и особое решения, а также общий, частный и особый интегралы.

При интегрировании уравнений первого порядка надо прежде всего определить тип уравнения, а затем уже применить тот или иной метод решения. Надо обязательно освоить процедуру приведения уравнения первого порядка к уравнению с разделенными переменными, так как именно такие уравнения можно непосредственно интегрировать.

Для дифференциальных уравнений n – го порядка обязательно знать постановки задачи Коши, краевой задачи, задачи на собственные значения.

В теме, посвященной линейным дифференциальным уравнениям n – го порядка, надо знать теоремы о структуре общего решения однородных и неоднородных уравнений, так как они указывают путь построения общего решения. Обратить внимание на то, что решение линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами не требует интегрирования, а сводится к чисто алгебраической проблеме нахождения корней соответствующего характеристического уравнения. Надо знать вид частных решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Надо четко уяснить алгоритм построения частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом подбора (методом неопределенных коэффициентов), обратив внимание на то, что в этом случае вид частных решений неоднородного уравнения соответствует по структуре заданной правой части.

Раздел: комплексный анализ

В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексное число явилось расширением понятия действительных чисел, знать определение и три формы записи комплексного числа, геометрическую интерпретацию комплексного числа и взаимно-однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов.

Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n-ой степени из комплексного числа.

Обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел.

Важно осмыслить понятие функции комплексной переменной как отображения плоских множеств (множества значений комплексного аргумента на множество значений функции). Эта геометрическая трактовка в значительно мере определяет эффективность методов теории функций комплексной переменной, так как оказывается, что во многих случаях при решении задач для областей сложной формы (например, профиль крыла самолета, отверстие некруговой формы и т.п.) можно отобразить заданную область сложного очертания на область простой формы (например, на единичный круг), для которой соответствующая задача или уже решена, или решение находится достаточно просто.

Надо усвоить, что не всякая функция комплексной переменной является дифференцируемой, но если для нее выполняются необходимое и достаточное условия дифференцируемости (условия Коши – Римана), то она обладает рядом замечательных свойств.

Например, величина интеграла от аналитической функции не зависит от формы пути интегрирования, а определяется лишь его начальной и конечной точками, интеграл по замкнутому контуру от аналитической функции равен нулю.

Надо знать центральную формулу теории аналитических функций – интегральную формулу Коши (она позволяет находить значения аналитической функции в любой внутренней точке двумерной области по её значениям на границе *C*. Тем самым, по существу, понижается размерность решаемой задачи) и уметь применять её и основную теорему о вычетах к вычислению контурных интегралов.

При изучении операционного исчисления надо понять его основную идею: переход от действий над функциями действительной переменной - оригиналов к более простым действиям над изображениями этих функций. Надо знать свойства преобразования Лапласа, а для выполнения обратного преобразования Лапласа освоить процедуру разложения рациональных дробей на простейшие.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины, приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, равно или, как правило, больше часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

7. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств представлен в Приложении 2 к рабочей программе и включает разделы:

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения.
2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения.
3. Оценочные средства.

3.1. Текущий контроль.

3.2. Промежуточная аттестация.

Приложение 1

Структура и содержание дисциплины
«Дифференциальные уравнения и комплексный анализ»
Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Профиль
«Интеллектуальные системы управления транспортом»
Бакалавр
(Очная форма обучения)
Год набора 2023/2024

n/n	Раздел	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы аттестации	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Третий семестр															
3.1	**Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения** **Введение.** Дифференциальные уравнения первого порядка**.** Введение. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл	3	1	2			4				+				

	общего интеграла. **Выдача заданий РГР № 1 *по д.у.***														
3.2	Уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, уравнения в полных дифференциалах	3	2		2		4								
3.3	Линейные д.у. первого порядка и уравнения Бернулли. Решение линейных уравнений методом вариации произвольной постоянной, методом произведений Бернулли.	3	3	2			4								
3.4	Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального уравнения n-го порядка. Общее и частное решения. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка.	3	4		2		4								
3.5	Линейные однородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения в зависимости от вида корней характеристического уравнения.	3	5	2			4								
3.6	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Теорема о структуре общего решения Метод вариации произвольных постоянных.	3	6		2		4								
3.7	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n – го порядка с по-	3	7	2											

	стоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения для различных специальных видов правой части.						4								
3.8	Краевые задачи. Задачи на собственные значения.	3	8		2		4								
3.9	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Решение нормальных систем линейных однородных и неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами.	3	9	2			4								
3.10	**Контрольное тестирование по диф. Уравнениям**	3	10		2		4						+		
3.11	**Раздел 2. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление.** Функция комплексного переменного. Представление функции комплексного переменного как отображения плоских множеств. Основные элементарные функции комплексного переменного, отличительные свойства на комплексной плоскости **Выдача заданий РГР № 2 *по функциям комплексной переменной.***	3	11	2			4				+				
3.12	Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Дифференцируемость. Условия Коши - Римана.	3	12		2		4								
3.13	Интеграл от функции комплексного переменного. Интегралы от аналитических функций. Теоремы Коши для односвязной области и для сложного контура. Интегральная формула Коши. Инте-	3	13	2			4								

	гральное представление производной от аналитической функции.														
3.14	Функциональные ряды, степенные ряды для функции комплексного переменного. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Лорана. Область сходимости рядов в комплексной плоскости. Нули и особые точки аналитической функции, их классификация.	3	14		2		4								
3.15	Теория вычетов, основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов относительно особых точек. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.	3	15	2			4								
3.16	Операционное исчисление. Определение преобразования Лапласа. Понятие оригинала и изображения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица изображений элементарных функций.	3	16		2		4								
3.17	Обратное преобразование Лапласа. Разложение рациональной дроби на простейшие. Операционный метод решения дифференциальных уравнений.	3	17	2			4								
3.18	**Контрольное тестирование по комплексному анализу**	3	18		2		4								
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине в третьем семестре.			**18**	**18**		**72**				**2 РГР**		**2 конт р. раб.**		

Приложение 2

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

««Дифференциальные уравнения и комплексный анализ»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».
Профиль «Интеллектуальные системы управления транспортом»
Форма обучения: очная.

Кафедра: «Математика»

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:

- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация (экзамен).

2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.

Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

3. Оценочные средства

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Контрольные задания
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Вариант теста
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты

3.1. Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Содержание расчетно-графических работ.

Расчетно-графическая работа по дифференциальным уравнениям.
Краткое содержание расчетно-графической работы:
Первый этап.
Методы решений дифференциальных уравнений первого порядка различного типа.
Второй этап.
Методы решений дифференциальных уравнений *n* -го порядка и систем различного типа.

Расчетно-графическая работа по комплексному анализу.
Краткое содержание расчетно-графической работы:
Действия над комплексными числами, элементарные функции комплексной переменной, построение отображений плоских множеств, вычисление контурных интегралов, ряды в комплексной области, решение дифференциальных уравнений операционным методом.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)

Вариант

Решить уравнения:

2. $(1+cosx)\sqrt{\sin y+1}\,dx=\cos y dy/(1+\cos x)$,
3. $(x^2+xy)dy-(2xy+y^2)dx=0$,
5. $(e^y+1)dx+(\sin y+xe^y)dy=0$,

Решить задачи Коши для уравнений:

6. $x\,y'-y=-\ln x$, $y(2)=1$.
7. $y'-2y=xy^2$, $y(0)=1$.
8. Решить уравнение: $y'''-(ctgx)y''=ctgx$.

Решить уравнения:

10. $y''+4y'=2x^2$,
11. $y'''-5y''+7y'-3y=(4x+5)e^x$,
12. $y''-4y'=e^{2x}+\cos 2x-\sin x$,
13. $y''-2y'+y=\dfrac{e^x}{\sqrt{1+x^2}}$.
14. Решить краевую задачу:

$y''-6y'+5y=e^{5x}(x+1)$, $y(0)=1$, $y(1)=1$.

15. Найти собственные значения λ и собственные функции y задачи:

$y''+12\lambda y'+40\lambda^2 y=0$, $y(0)=0$, $y(1)=0$.

Решить уравнения:

16. $x^2y'' + 8xy' - 4y = 2\ln x$,

17. $y'' + xy' + 2y = x^2$.

Решить системы уравнений:

19. $\begin{cases} y_1' = y_2 + y_3, \\ y_2' = y_1 + y_3, \\ y_3' = y_1 + 2y_2. \end{cases}$ 20. $\begin{cases} y_1' = y_2 - 2y_1 - x^2, \\ y_2' = 4y_1 + 3x. \end{cases}$

Вариант

1. Записать комплексное число $a = -2 - 2i$ в тригонометрической и показательной формах и показать его положение на комплексной плоскости $x0y$ с указанием модуля и аргумента.
2. Выполнить указанные действия с двумя комплексными числами $a = -2 - 2i$ и $b = -3 - i$: $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, a/b, a^4, $\sqrt[3]{a}$.
3. Вычислить функцию $w = 3 + 2\cos z^2$ при $z = -3 - i$ и показать числа z и w на комплексных плоскостях $x0y$ и $u0v$.
4. Проверить функцию комплексной переменной $w = 4\mathrm{sh}z - \mathrm{ch}3z$ на аналитичность и найти её производную.
5. Вычислить интеграл функции комплексной переменной по замкну-

$$\oint_C \frac{\mathrm{tg}z}{(z+i)^3}dz, \quad C: |z-1| = 1$$

тому контуру C, применяя интегральную формулу Коши и теорему Коши о вычетах.

6. Найти изображение $F(p)$ по Лапласу функции действительной переменной $f(t) = 2e^{-2t}\mathrm{ch}3t - 4\sin 2t$.
7. Найти оригинал $f(t)$ по его изображению по Лапласу

$$F(p) = \frac{p+1}{p^2 - 6p + 8}.$$

8. С помощью преобразования Лапласа решить задачу Коши для линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами

$y'' - y = e^t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ $(t \geq 0)$.

Комплекты тестовых заданий

Тестовое задание по обыкновенным дифференциальным уравнениям

ВАРИАНТ № 1

ЗАДАНИЕ № 1.

Дано уравнение первого порядка $xdy - y\ln\frac{y}{x}dx = 0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешённому относительно производной.

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 2.

Дано дифференциальное уравнение $y' = (k+1)x^2$, тогда функция $y = x^3$ является его решением при k, равном:

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 3.

Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2} = xdx$ имеет вид

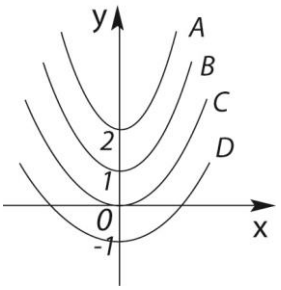
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$ 2) $-\frac{1}{y} = x^2 + C$ 3) $y = \frac{x^2}{2} + C$ 4) $\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$.

ЗАДАНИЕ № 4.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy' = 2y; \quad y(1) = 1.$

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) D 2) C 3) A 4) B.



ЗАДАНИЕ № 5.

Дано дифференциальное уравнение третьего порядка $y''' = x + 2$. Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$ 2) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + C_1\frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$

3) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1\frac{x^2}{2} + C_2x + C_3$

4) $y = x^4 + x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3$.

ЗАДАНИЕ № 6.

Решение задачи Коши $y'' = x, \; y(0) = 1, \; y'(0) = 2$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{x^3}{6}$ 2) $y = \frac{x^3}{6} + 2x$ 3) $y = \frac{x^3}{6} + 2x + 1$ 4) $y = \frac{x^2}{2} + 2x + 1$.

ЗАДАНИЕ № 7.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $xy'' + y' = 0,$ тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 8.

Корни характеристического уравнения равны $k_1 = k_2 = 2i, k_3 = \ = k_4 = -2i.$ тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 9.

Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения: $y_1 = 1, \quad y = x, \quad y_3 = x^2.$ Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 1,$ равно:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $1 + x$ 2) $\frac{x^2}{2}$ 3) $x + \frac{x^2}{2}$ 4) $1 + x + \frac{x^2}{2}$.

ЗАДАНИЕ № 10.

Общее решение дифференциального уравнения $y''' + 9y' = 0$ имеет вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 11.

Функция $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $k^2 - k - 2 = 0$ 2) $k^2 + k - 2 = 0$ 3) $k^2 + 3k + 2 = 0$

4) $k^2 - 3k + 2 = 0$.

ЗАДАНИЕ № 12.

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = x + 1$ по виду его правой части соответствует функция

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y_* = Ax^2 + Bx$ 2) $y_* = Ae^{2x} + Be^{3x}$ 3) $y_* = e^{2x}(Ax + B)$ 4) $y_* = Ax + B$.

ЗАДАНИЕ № 13.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $y'' - 5y' + 6y = \frac{e^{2x}}{1 - e^x}$. В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	

ЗАДАНИЕ № 14.

Решение краевой задачи $y'' = 0, \qquad 0 \le x \le 1, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 2$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = x - 1$ 2) $y = x$ 3) $y = x + 1$ 4) $y = 3x + 1.$

ЗАДАНИЕ № 15.

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} y_1' = y_2 + 2, \\ y_2' = y_1 + 1 \end{cases}$ имеет вид:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^{-x}, \\ y_2 = -C_2 e^{-x} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{x} + C_2 e^{-x} - 1, \\ y_2 = C_1 e^{x} - C_2 e^{-x} - 2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^{x}, \\ y_2 = C_2 e^{x} - 2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^{x} - 1, \\ y_2 = C_2 e^{x} - 2. \end{cases}$

Тестовое задание

по комплексному анализу

ЗАДАНИЕ 1

Установите соответствие между комплексным числом и его модулем.

1	$1-i$		$2\sqrt{2}$
2	$2+2i$		$\sqrt{2}$
3	$-3+4i$		2
4	$\sqrt{3}-2i$		5
5			$\sqrt{7}$

ЗАДАНИЕ 2

Действительная часть комплексного числа $(3-2i)^2$ равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $\sqrt{13}$ 2) 5 3) 13 4) 9.

ЗАДАНИЕ 7

Найти модуль комплексного числа z, если $\mathrm{Im} z = 3$, а $\arg z = \arcsin(3/5)$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

Дано комплексное число $z = 2 + \sqrt{5}\,i$. Установите соответствие между операциями над данным числом и результатами их выполнения.

1	$z\bar{z}$		$2\sqrt{5}\mathrm{i}$
2	$\bar{z}/\lvert z \rvert$		4
3	$z+\bar{z}$		9
4	$z-\bar{z}$		$\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}i$

ЗАДАНИЕ 9

Найти значения корня $\sqrt[3]{-1}$. Показать их на комплексной плоскости.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 10

Заданию каких двух действительных функций действительной переменной эквивалентно задание комплексной функции комплексной переменной $f(z) = \mathrm{e}^{-2z^2}$?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 11

Пусть $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$. Вычислить $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{80}$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) -1 2) 1 3) 2^{40} 4) -2^{40}.

ЗАДАНИЕ 12

Укажите значение комплексного логарифма $\operatorname{Ln} z$ при $z=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\mathrm{i}\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 13

Дана функция комплексной переменной: $f(z)=\bar{z}^2$. Проверить, применяя условия Коши – Римана, является ли она аналитической.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15

Вычислить интеграл $\oint\limits_{|z|=4}\frac{zdz}{z^2+9}$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 16

Определите радиус сходимости ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{(1+i)^{n+1}}$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 17

Найти сумму вычетов функции комплексной переменной $f(z)=\frac{z+1}{(z-2)(z-3)}$ относительно её особых точек.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) -7 2) -1 3) 1 4) 0.

ЗАДАНИЕ 18

Решить операционным методом задачу Коши для дифференциального уравнения: $y'-4y=e^{-t},\quad y(0)=0$.

Указание: Оригиналу $f(t)=e^{-t}$ соответствует изображение $F(p)=\frac{1}{p+1}$.

Ответ	

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

Для проведения текущего контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанном кафедрой «Математика» онлайн-курсе имеются промежуточные (пробные) контрольные работы.

3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация - (экзамен) проводится по билетам в устной форме.
Время для подготовки ответа на вопросы не более 45 мин.
Билет включает теоретический вопрос и задачи.
Комплекты экзаменационных билетов хранятся на кафедре «Математика».
Типовые варианты билетов прилагаются.

Комплект вопросов

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: определение обыкновенного дифференциального уравнения, формы записи обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов.
2. Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка.
4. Геометрический смысл общего интеграла обыкновенного д.у. первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.
6. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Дифференциальные уравнения *n*-го порядка. Основные понятия: формы записи, понятия общего и частного решений.
8. Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения *n*-го порядка.
9. Интегрирование дифференциальных уравнений *n*-го порядка методом понижения порядка.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения *n*-го порядка. Общие свойства решений: понятия линейно зависимых и линейно независимых решений, определителя Вронского, понятие фундаментальной системы решений,
11. Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного однородного дифференциального уравнения *n*-го порядка.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения *n*-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, его связь с дифференциальным уравнением.
13. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения *n* - го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.
15. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для правых частей вида

$$f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}, \qquad f(x) = M\cos\beta x + N\sin\beta x,$$

$$f(x) = P(x)e^{\alpha x}\cos\beta x + Q(x)e^{\alpha x}\sin\beta x.$$

16. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.
17. Постановка и решение задачи на собственные значения.
18. Системы дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы. Понятия общего и частного решений системы. Теорема о приведении дифференциального уравнения *n*-го порядка к нормальной системе. Метод исключения неизвестных.

КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

1. Комплексные числа. Определение, формы записи и действия над ними.
2. Определение функции комплексной переменной. Понятие функции комплексной переменной как отображения.
3. Определение и свойства основных элементарных функций комплексной переменной.

4. Логарифмическая функция комплексной переменной.
5. Непрерывность и дифференцируемость функции комплексной переменной. Условия Коши – Римана. Понятие аналитической функции.
6. Определение и свойства интегралов от функций комплексной переменной.
7. Теорема Коши для односвязной области.
8. Теорема Коши для сложного контура.
9. Интегральная формула Коши. Вычисление контурных интегралов с помощью интегральной формулы Коши.
10. Интегральное представление производной от аналитической функции.
11. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда в комплексной области.
12. Теорема о разложении функции комплексной переменной в ряд Тейлора. Различные формы записи ряда Тейлора. Область и радиус сходимости ряда Тейлора.
13. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.
14. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана.
15. Классификация особых точек аналитической функции.
16. Понятие вычета функции относительно особой точки. Основная теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов функции комплексной переменной относительно простого полюса, полюса n –го порядка.
17. Вычисление контурных интегралов от функции комплексной переменной с помощью вычетов.
18. Определение преобразования Лапласа, понятия оригинала и изображения.
19. Свойства преобразования Лапласа. Теоремы линейности изображения и подобия.
20. Свойства преобразования Лапласа. Теоремы смещения изображения и запаздывания.
21. Свойства преобразования Лапласа. Теоремы дифференцирования оригинала и дифференцирования изображения.
22. Свойства преобразования Лапласа. Теорема интегрирования оригинала.
23. Обратное преобразование Лапласа. Теорема обращения.
24. Обратное преобразование Лапласа. Способы нахождения оригинала.
25. Операционный метод решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Типовые варианты билетов

по дисциплине «Дифференциальные уравнения и комплексный анализ»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра математики
Дисциплина «Дифференциальные уравнения и комплексный анализ».

Курс 2, семестр 3

БИЛЕТ № 1

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Связь между показательными и тригонометрическими функциями комплексной переменной.
3. Решить уравнение: $y^{IV} - 2y'' + y = 2x$.

4. Вычислить $\oint\limits_{|z|=3} \frac{\cos z}{z^2 - z - 2} dz$ с помощью интегральной формулы Коши и основной теоремы о вычетах.

Утверждено на заседании кафедры математики « 03» 05 2023 г., протокол № 10

И.о. зав. кафедрой Н.В. Васильева /_____/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра математики
Дисциплина «Дифференциальные уравнения и комплексный анализ».
Курс 2, семестр 3

Билет №2

1. Комплексные числа. Определение, формы записи и действия над ними.
2. Решить задачу Коши: $y' = \frac{y}{1+x^2} + e^{\operatorname{arctg} x}, \quad y(0) = 1.$
3. Решить уравнение $\cos z - \frac{e^{-iz}}{2} + 1 - i = 0.$
4. Решить задачу Коши:

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + 1, \\ y_2' = 2y_1 + y_2, \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 0, \\ y_2(0) = 0. \end{cases}$$

Утверждено на заседании кафедры математики « 03» 05 2023 г., протокол № 10

И.о. зав. кафедрой Н.В. Васильева /_____/

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра математики
Дисциплина «Дифференциальные уравнения и комплексный анализ».
Курс 2, семестр 3

Билет № 3

1. Понятие вычета функции. Основная теорема о вычетах.
2. Решить операционным методом задачу Коши $y' - 4y = \sin 2t, \quad y(0) = 0.$
3. Решить уравнение: $y^{IV} - y = x^2.$
4. Найти общее решение системы:

$$\begin{cases} y_1' = y_2 + e^{3x}, \\ y_2' = x - y_1 + 2y_2. \end{cases}$$

Утверждено на заседании кафедры математики « 03» 05 2023 г., протокол № 10

И.о. зав. кафедрой Н.В. Васильева /_____/

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах «Дифференциальные уравнения» и «Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление» имеются итоговые тесты.