2.3	Неявно заданные функции и их дифференцирование. Квадратичные формы. Экстремум. Необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных. **Самостоятельная работа № 3 в аудитории**	2	3	2			4						+		
2.4	**Раздел 7. Интегральное исчисление** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Интегралы от основных элементарных функций. Общее представление о методах интегрирования. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование дробно-рациональной функции. **Выдача заданий РГР № 4 по интегральному исчислению**	2	4		2		4				+				
2.5	Интегрирование тригонометрических функций, интегрирование некоторых иррациональностей.	2	5	2			4								
2.6	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Условия интегрируемости. Свойства определенного интеграла. Существование первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.	2	6		2		4								
2.7	Несобственные интегралы по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке.	2	7	2			4								

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 16.10.2023 11:49:00
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5724743551885d

2.8	Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Задачи на геометрические и физические приложения определенного интеграла **Самостоятельная работа № 4 в аудитории**	2	8		2		4						+		
2.9	**Раздел 8. Числовые и функциональные ряды.** Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Исследование сходимости рядов с положительными членами. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости знакоположительных числовых рядов **Выдача задания № 5 по рядам**	2	9	2			4				+				
2.10	Двойные интегралы и их свойства. Вычисление в декартовых и полярных координатах.	2	10		2		4								
2.11	Приведение двойного интеграла к повторному, изменение порядка интегрирования в повторных интегралах	2	11	2			4								
2.12	Знакопеременный ряд. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.	2	12		2		4								
2.13	Двойные интегралы. Вычисление моментов инерции и координат центра тяжести. Геометрические и механические приложения: вычисление площадей и объемов, вычисление моментов инерции и координат центра тяжести.	2	13	2			4								
2.14	Функциональные ряды. Область сходимости. Функциональные свойства сум-	2	14		2		4								

	мы ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости. Функциональные свойства суммы степенного ряда.															
2.15	Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряд Тейлора. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.	2	15	2			4									
2.16	Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.	2	16		2		4									
2.17	Применение степенных рядов в приближенных вычислениях. **Самостоятельная работа № 5 в аудитории**	2	17	2			4							+		
2.18	Обзорные практические занятия.	2	18		2		4									
	Форма аттестации		**19-21**													**3**
	Всего часов по дисциплине во втором семестре			**18**	**18**		**72**				**2 РГР**			**3 сам раб.**		
Третий семестр																
3.1	**Раздел 9. Обыкновенные дифференциальные уравнения** Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений (д.у.) первого порядка. Задача Коши, теорема существования и единственности ее решения. Решение д.у. первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными **Выдача заданий РГР № 6 *по д.у.***	3	1	2	2		5				+					
3.2	Решение однородных уравнений д.у. Линейные д.у. первого порядка и уравнения Бернулли Метод вариации произ-	3	2	2	4		5									

	вольной постоянной, метод произведений Бернулли.														
3.3	Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Уравнения, допускающие интегрирование методом понижения порядка	3	3	2	2		5								
3.4	Линейные однородные д.у. n –го порядка. Теорема о структуре общего решения линейных однородных д.у. n –го порядка. Построение фундаментальной системы решений для уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид частных решений однородного уравнения в зависимости от вида корней характеристического уравнения	3	4	2	4		5								
3.5	Решение линейных неоднородных д.у. n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для различных специальных видов правой части.	3	5	2	2		5								
3.6	Решение линейных неоднородных д.у. второго порядка с постоянными коэффициентами методом вариации произвольных постоянных **Самостоятельная работа № 7 в аудитории**	3	6	2	4		5						+		
3.7	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Решение нормальных систем линейных дифференциальных уравнений методом исключения.	3	7	2	2		5								
3.8	**Раздел 10. Теория вероятностей и математическая статистика** Основные понятия теории вероятностей.	3	8	2	4		5				+				

	Случайные события, их типы. Классическое и статистическое определения вероятности, их свойства. Непосредственный подсчет вероятности на основе классического определения. Элементы комбинаторики **Выдача задания РГР № 7 по теории вероятностей**														
3.9	Геометрическая вероятность. Задача Бюффона. Алгебра событий. Основные теоремы теории вероятностей. Зависимые и независимые события. Условная вероятность.	3	9	2	2		5								
3.10	Формула полной вероятности. Формулы Бейеса, Бернулли, локальная и интегральная теоремы Лапласа.	3	10	2	4		5								
3.11	Случайные величины, их типы, понятие закона распределения случайной величины. Основные законы распределения дискретной случайной величины (гипергеометрический, биномиальный, распределение Пуассона).	3	11	2	2		5								
3.12	Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайных величин, их вероятностный смысл и свойства.	3	12	2	4		5								
3.13	Непрерывная случайная величина. Интегральная функция распределения. Плотность вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.	3	13	2	2		5								
3.14	Краевые задачи. Задачи на собственные значения	3	14	2	4		5								

3.15	Основные законы распределения непрерывных случайных величин (равномерный, показательный, нормальный). **Самостоятельная работа № 8 в аудитории**	3	15	2	2		5						+		
3.16	Основные задачи математической статистики. Выборочный метод. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма относительных частот.	3	16	2	4		5								
3.17	Точечные оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Выборочная средняя. Выборочная и исправленная дисперсии. Упрощенные методы расчета характеристик выборки	3	17	2	2		5								
3.18	Интервальные оценки. Построение доверительных интервалов для математического ожидания при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении.	3	18	2	4		5								
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине в третьем семестре			**36**	**54**		**90**				**2 РГР**		**2 сам раб.**		
	Всего часов по дисциплине на первом и втором курсах			**72**	**90**		**198**				**7 РГР**		**7 сам раб.**		

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки

27.03.05 ИННОВАТИКА

профиль подготовки

«Аддитивные технологии»

Форма обучения: очная

Кафедра «Математика»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Математика

Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Описание оценочных средств:
- Экзаменационные билеты
- Комплекты заданий для контрольных работ
- Комплект вопросов
- Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ

Составители:
к.ф.-м.н., доц. Коган Е.А.

Москва, 2022 год

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

«Математика»					
ФГОС ВО 27.03.05 «Инноватика» **профиль подготовки «Аддитивные технологии»**					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие **общекультурные и общепрофессиональные компетенции**:					
КОМПЕТЕНЦИИ		**Перечень компонентов**	**Технология формирования компетенций**	**Форма оценочного средства****	**Степени уровней освоения компетенций**
ИНДЕКС	**ФОРМУЛИРОВКА**				
ОПК-1	Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук	ИОПК-1.1. Использует основные законы базовых инженерных и технических дисциплин; ИОПК-1.2. Использует основные законы естественнонаучных дисциплин, правила построения технических схем и чертежей; ИОПК-1.3. Владеет основными методами технико-экономического анализа, навыками составления рабочих проектов в составе творческой команды; ИОПК-1.4. Знает принципиальные особенности моделирования математических, физических и химических процессов, предназначенные для конкретных технологических процессов, в том числе аддитивного производства;	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР	**Базовый уровень** -владеет навыками работы с основными понятиями и математическими методами в рамках дисциплины, позволяющими решать проблемы, характерные для профессиональной деятельности, используя накопленный творческий потенциал и способность к самообразованию в рамках дисциплины; **Повышенный уровень** -свободно владеет изученными математическими методами, способен творчески применить методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования к задачам повышенной сложности

**- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

Перечень оценочных средств по дисциплине
«Математика»

Таблица 1

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос, собеседование (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э) Зачет (З)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

1. Экзаменационные билеты

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации по дисциплине "Математика".

1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.
- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

"Отлично"- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

"Хорошо"- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

"Удовлетворительно" - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

"Неудовлетворительно" - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Шкала оценивания:

Зачтено - Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

Не зачтено - студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

Типовые варианты билетов прилагаются.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Математика»
Курс 1, семестр 1

БИЛЕТ

1. Решить матричное уравнение $XB = A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Найти угол между векторами $\bar{a} = (1,-2,-2)$ и $\bar{b} = (2,0,1)$.
3. Найти производную функции, заданной параметрически $x = \frac{t}{1+t^3}$, $y = \frac{2t^2}{1+t^3}$.
4. Найти предел функции $\lim\limits_{x \to -1} \frac{\sqrt{x+5}+2x}{x+1}$.
5. Найдите экстремумы функции $y = x^4 - 2x^2$.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «31» 05. 2022 г., протокол № 11

Зав. кафедрой _____ С.Н. Андреев / _____ /

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Математика»
Курс 1, семестр 1

БИЛЕТ

1. Решить систему методом обратной матрицы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 = 12 \end{cases}$.
2. Показать, что векторы $\bar{m} = (1,-1,2)$, $\bar{n} = (2,0,3)$, $\bar{p} = (-2,-1,1)$ образуют базис в пространстве.
3. Вычислить предел последовательности $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{5^{2n-1} - 2^{2n}}{2^{2n+1} + 5^{2n+2}}$.
4. Найдите экстремум функции $y = \sqrt{x} + \sqrt{6-x}$.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «31» 05. 2022 г., протокол № 11

Зав. кафедрой _____ С.Н. Андреев / _____ /

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Математика»
Курс 1, семестр 2

Билет

1. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi/6} 3\sin^2 x\cos x dx$.
2. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся
$$\int_1^{\infty}\sqrt{x}dx,\quad \int_1^{\infty}x^{-3}dx,\quad \int_1^{\infty}\sqrt{x^5}dx.$$
3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{5^n}$.
4. Найти частные производные второго порядка функции $z=\cos(x^3-2xy)$, убедиться, что $z''_{xy}=z''_{yx}$.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «31» 05. 2022 г., протокол № 11

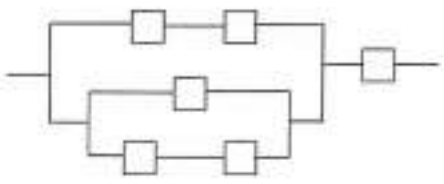
Зав. кафедрой _____ С.Н. Андреев /_____/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Математика»
Курс 2, семестр 3

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Решить задачу Коши: $y'=\frac{y}{1+x^2}+e^{\operatorname{arctg}x},\quad y(0)=1.$
2. Решить уравнение: $y^{IV}-2y''+y=2x.$
3. Найти вероятность работы электрической цепи, изображенной на рис., если вероятность работы каждого из независимо работающих элементов цепи равна p=0.9.



4. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение её контролируемого размера от проектного не превышает 2 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma=1$ мм и математическим ожиданием $a=0$. Сколько процентов негодных деталей изготавливает автомат?

Утверждено на заседании кафедры «Математика» « 31 » 05. 2022 г., протокол № 11

Зав. кафедрой _____ С.Н. Андреев / _____ /

Комплекты заданий для контрольных работ (КР, Т)
(для оценки компетенции ОПК-7)

по дисциплине Математика
(наименование дисциплины)

1-ый семестр

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$f(x)=-x^3+2x^2-x+3, A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 3 & 2\end{pmatrix}$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix}-2 & 0 & 8 & 1 & -5\\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4\\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13\\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17\end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\ 3 & -5 & 3\\ 2 & 7 & -1\end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 3 & -5 & 3\\ 2 & 7 & -1\end{pmatrix}$ (б) $\begin{pmatrix}1 & -2\\ -3 & 4\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}-2 & 3 & 5\\ 3 & -1 & 0\end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).
Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases}4x_1+9x_2-5x_3-8x_4=5\\ 3x_1+7x_2-2x_3-4x_4=4\\ 2x_1+5x_2+x_3+3x_4=3\end{cases}$ (б) $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=5\\ 3x_1-5x_2+3x_3=-7\\ 2x_1+7x_2-x_3=13\end{cases}$

---

1. Расписать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$

$\vec{x}=\{5,-12,1\}$, $\vec{p}=\{1,-3,0\}$, $\vec{q}=\{1,-1,1\}$, $\vec{r}=\{0,-1,2\}$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$?

$\vec{a}=\{2,0,1\}$, $\vec{b}=\{-2,3,1\}$, $\vec{p}=2\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a}=2\vec{p}+\vec{q}$, $\vec{b}=\vec{p}-3\vec{q}$, $|\vec{p}|=2$, $|\vec{q}|=2$, $\alpha=\frac{\pi}{4}$

Тестовое задание по комплексным числам

ЗАДАНИЕ 1

Установите соответствие между комплексным числом и его модулем.

1	$1-i$		$2\sqrt{2}$
2	$2+2i$		$\sqrt{2}$
3	$-3+4i$		2
4	$\sqrt{3}-2i$		5
5			$\sqrt{7}$

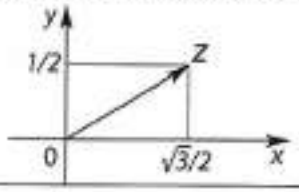
ЗАДАНИЕ 2

Действительная часть комплексного числа $(3-2i)^2$ равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $\sqrt{13}$ 2) 5 3) 13 4) 9.

ЗАДАНИЕ 3

На рисунке представлена геометрическая иллюстрация комплексного числа $z = x + iy$. Тогда тригонометрическая форма записи этого числа имеет вид

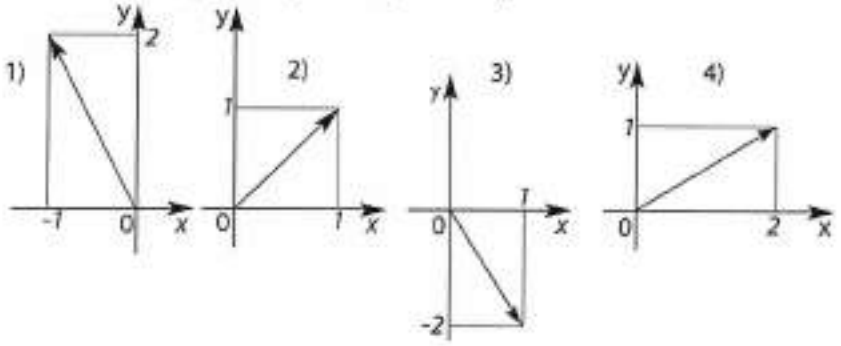


Ответ	

ЗАДАНИЕ 4

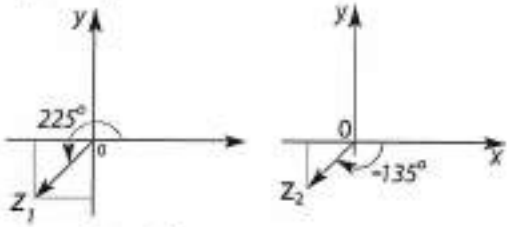
Вектор, соответствующий сумме комплексных чисел $z_1 = -1+i$ и $z_2 = 2-3i$, изображен на рисунке

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 2) 3) 4).



ЗАДАНИЕ 5

Даны 2 комплексных числа z_1 и z_2.

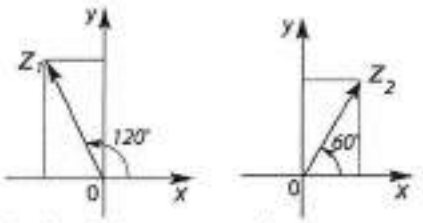


Тогда аргумент произведения $\arg(z_1 z_2)$ (в градусах) равен

Ответ	

ЗАДАНИЕ 6

Даны 2 комплексных числа z_1 и z_2.



Тогда аргумент отношения $\arg(z_1 / z_2)$ (в градусах) равен

Ответ	

ЗАДАНИЕ 7

Найти модуль комплексного числа z, если $\mathrm{Im}z = 3$, а $\arg z = \arcsin(3/5)$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

Дано комплексное число $z = 2 + \sqrt{5}\,i$. Установите соответствие между операциями над данным числом и результатами их выполнения.

1	$z\bar{z}$		$2\sqrt{5}\mathrm{i}$
2	$\bar{z} / \lvert z \rvert$		4
3	$z + \bar{z}$		9
4	$z - \bar{z}$		$\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3} i$

ЗАДАНИЕ 9

Найти значения корня $\sqrt[3]{-1}$. Показать их на комплексной плоскости.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 10

Пусть $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$. Вычислить $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{80}$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) -1 2) 1 3) 2^{40} 4) -2^{40}.

Задания по математическому анализу

1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число e.
2. Найти производную функции $y = \frac{\mathrm{tg}x^2}{7^x + 5}$
3. Даны векторы $\vec{a} = (2;3), \vec{b} = (1;-3), \vec{c} = (-1;3)$. При каком значении α векторы $\vec{p} = \vec{a} + \alpha\vec{b}$, $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{c}$ коллинеарны.

Задания по математическому анализу

1. Найти производную y'_x:

а) $y = arctg^3 \ln\frac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y = \left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x - 2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$ г) $x = e^{-t}\cos t$, $y = e^t \cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\operatorname{arctg}x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}$

---

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\frac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}$ 2. $y=\operatorname{arctg}^2\frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln 2x$

---

1. Построить график: $y=\frac{x+4}{x+2}$; $y=\frac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$ 4) $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le-\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$

2-ой семестр

Интегралы

Вычислить неопределенные интегралы

1. $\int\frac{dx}{2(x+\sqrt{x})}$ 2. $\int x\cdot 2^{-x}dx$ 3. $\int e^x\cos x dx$ 4. $\int\frac{dx}{x^2-6x+18}$ 5. $\int x\cos 3x dx$

6. $\int\frac{dx}{x^2+6x+5}$ 7. $\int\frac{x-1}{\sqrt{x+1}+2}dx$ 8. $\int\frac{x+1}{x^2+3}dx$ 9. $\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x}$ 10. $\int\frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}dx$

Вычислить определенные интегралы

1. $\int\limits_0^{\pi/6}3\sin^2 x\cos x dx$ 2. $\int\limits_0^1\frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$ 3. $\int\limits_0^1(x-1)e^x dx$ 4. $\int\limits_1^{e^2}\frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$ 5. $\int\limits_1^6\frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$ 6.

$\int\limits_{-2}^{2}\frac{1+x^2}{arctgx}dx$ 7. $\int\limits_1^{-4}\frac{dx}{(3x+5)^2}$ 8. $\int\limits_0^1\frac{x^2+2x}{x^2+1}dx$ 9. $\int\limits_0^{\sqrt{3}}\frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$ 10. $\int\limits_0^2\sqrt{4-x^2}dx$

Несобственные интегралы

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$\int\limits_1^\infty\sqrt{x}dx$, $\int\limits_1^\infty x^{-3}dx$, $\int\limits_1^\infty\sqrt{x^5}dx$.

2. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int\limits_1^\infty\ln x dx$

4. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}}$, установить его сходимость или расходимость.

5. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

6. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{x^3}$, установить его сходимость или расходимость.

Вычислить двойные интегралы

1. $\iint\limits_{(D)} (x+5y)dxdy, \quad D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\}.$

2. $\iint\limits_{(D)} (10-x^2-y^2)dxdy, \quad D=\{(x,y)\,|\,1\le x\le 2,\ 0\le y\le 2\}.$

3. $\iint\limits_{(D)} (x+y)dxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями $y=x, \quad y=x^2.$

4. $\iint\limits_{(D)} 4xydxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями

$x=1, \quad y=x, \quad y=3x$

5. $\iint\limits_{(D)} (x^2+y)dxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями

$$y=x/2, \quad y=2x, \quad y=2/x \ \ (x>0).$$

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле

1. $\int_0^1 \int_0^{x^2} (x^2+y^2)dxdy,$ 2. $\int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x,y)dy,$ 3. $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x,y)dx.$

3. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y=x^3, \quad y=1, \quad x=0.$

4. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=x^2, \quad y^2=x.$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2, \quad y=-x+2$

Функции нескольких переменных

Найти частные производные второго порядка, убедиться, что $z''_{xy}=z''_{yx}$

1. $z=e^{x^2-y^2}$, 2. $z=\cos(x^3-2xy)$, 3. $z=\sqrt{y^2-2x}$, 4. $z=\ln(xy-x^2)$, 5. $z=\frac{x^2+3y^2}{xy}$, 6. $z=ctg(2x+3y)$, 7. $z=\sin(x^2y)$, 8. $z=e^{x/y}$, 9. $z=x\cos^2 y$, 10. $z=y^2\sin^2 x.$

Найти градиент функции $z=f(x,y)$ в точке $M_0(x_0,y_0)$

1. $z=\frac{y^2}{\sqrt{x}}, \quad M_0(4,6);$ 2. $z=\frac{x^4+3y^2}{4xy}, \quad M_0(1,-1);$ 3. $z=\frac{y^2}{x^3}, \quad M_0(2,-2);$

4. $z=x^3-3y^2x, \quad M_0(3,2).$

Исследовать на экстремум функцию

1. $z=x^2-x+y^2+2y,$ 2. $z=2x^2+xy-x+y^2,$

3. $z=x^2-2x+4y-y^2,$ 4. $z=x^2-3x+3y^2+4y,$

5. $z=x^2+y^2+4xy.$

Ряды

Исследовать на сходимость ряды

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n}{n^2}$, 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-\sin n}{n^2+1}$, 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-3}{n^2+10}$, 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+5}{5^n}$, 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n+3}\left(\frac{5}{7}\right)^n$,

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}}{n^n}$, 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{5n+4}\right)^{2n}$, 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n^2-3}{4n^2+3}$, 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^3 3n}{n}$, 10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10}{(n+1)\ln^2(n+1)}$.

Выяснить, сходится ли абсолютно, условно или расходится ряд

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n(n+1)}$, 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(6n+2)^3}$, 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+2)}{6^n}$, 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{5n}$, 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{3n^2+1}}$.

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{2n-1}\right)^n$.

3. Найти интервал сходимости ряда и исследовать его поведение на концах интервала сходимости $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}\left(\frac{x}{2}\right)^n$.

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию $f(x)=\frac{1}{x^2-5x+6}$, используя готовое разложение.

5. Разложить в ряд Тейлора по степеням $(x-\pi/2)$ функцию $f(x)=\cos x$, используя готовое разложение.

3-ий семестр

Тестовое задание по обыкновенным дифференциальным уравнениям

ЗАДАНИЕ 1.

Установите соответствие между номером уравнения и его типом

1) $xy'+2y=x^4\sin 2x$ 2) $(1+y^2\sin 2x)dx-2y\cos^2 x dy=0$

3) $y'-\frac{4y}{x}=2x\sqrt{y}$ 4) $y\sqrt{3+2x^2}\,y'=x\sqrt{3+2y^2}$.

- уравнение с разделяющимися переменными,
- линейное дифференциальное уравнение,
- уравнение в полных дифференциалах,
- уравнение Бернулли,
- уравнение, приводящееся к однородному.

ЗАДАНИЕ 2.

Дано уравнение первого порядка $(5xy^2+x^3)dx-(y^2-5x^2y)dy=0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешенному относительно производной.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 3.

Дано дифференциальное уравнение $y'=(2k+3)x^4$, тогда функция $y=2x^5$ является его решением при k, равном:

Ответ	

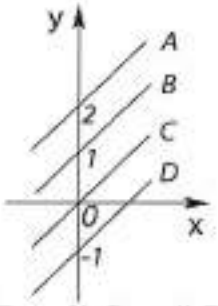
ЗАДАНИЕ 4.

Общий интеграл дифференциального уравнения $y^2dy=\frac{dx}{x^2}$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 5.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy' = y - 1;\quad y(1) = 2.$



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) A 2) B 3) C 4) D.

ЗАДАНИЕ 6.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y'' = x^2 + x.$ Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2$ 2) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + C_1x + C_2$

3) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2$ 4) $y = 6x^4 + 2x^3 + C_1x.$

ЗАДАНИЕ 7.

Решение задачи Коши $y'' = 2x + 1,\quad y(0) = y'(0) = 0$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{x^3}{3} + x^2$ 2) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ 3) $y = \frac{x^3}{6} + x^2$ 4) $y = \frac{x^3}{2} - x.$

ЗАДАНИЕ 8.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $2xy'' - y' = 0,$ тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 9.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y''ctg4x + 4y' = 0,$ тогда его общее решение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y = 0{,}25C_1 \sin 4x + C_2$ 2) $y = -C_1 \cos 4x + C_2$

3) $y = C_1 \sin 4x + C_2$ 4) $y = -C_1 \sin 4x + C_2.$

ЗАДАНИЕ 10.

Корни характеристического уравнения равны $k_1 = k_2 = -1,\quad k_{3,4} = \pm 2,$ тогда фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y_1 = e^x,\quad y_2 = e^{2x},\quad y_3 = \cos 3x,\quad y_4 = \sin 3x$

2) $y_1 = e^{-x},\quad y_2 = e^{-2x},\quad y_3 = e^{3x},\quad y_4 = e^{-3x}$

3) $y_1 = e^x,\quad y_2 = e^{2x},\quad y_3 = \cos 3x,\quad y_4 = -\sin 3x$

4) $y_1 = e^{-x},\quad y_2 = xe^{-x},\quad y_3 = e^{2x},\quad y_4 = e^{-2x}.$

ЗАДАНИЕ 11.

Корни характеристического уравнения равны $k_1 = k_2 = 5, \quad k_{3,4} = 5 \pm i.$ тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 12.

Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения: $y_1 = 1, \quad y_2 = x, \quad y_3 = x^2.$ Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 2, \quad y'(0) = -1,$

$y''(0) = -2,$ равно:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = 2 + x - x^2$ 2) $y = 2 - x - 2x^2$ 3) $y = 2 - x - x^2$ 4) $y = 2 - x - 0{,}5x^2.$

ЗАДАНИЕ 13.

Функция $y = C_1 e^x + C_2 x e^x$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $k^2 - 1 = 0$ 2) $k^2 - k = 0$ 3) $k^2 + 2k + 1 = 0$ 4) $k^2 - 2k + 1 = 0.$

ЗАДАНИЕ 14.

Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 3y = 0$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15.

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 2x - 1$ по виду его правой части соответствует функция

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y_* = Ax^2 + Bx$ 2) $y_* = Ax + B$ 3) $y_* = Ax$ 4) $y_* = Ax^2 + Bx + C.$.

ЗАДАНИЕ 16.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $2y'' + y' + 2y = xe^x \sin 2x.$ Записать вид частного решения с неопределенными коэффициентами

Ответ	

ЗАДАНИЕ 17.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $y'' + 4y = 2ctg2x.$ В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 18.

Решение краевой задачи $y'' = 2x + 1, \quad 0 \le x \le 3, \quad y(0) = 1, \quad y(3) = 9/2$

имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 3x + 1$ 2) $y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} - 3x + 1$ 3)

$y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{10}{3}x + 1$ 4) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{10}{3}x + 1.$

ЗАДАНИЕ 19.

Дано дифференциальное уравнение $y' = y^3 + 2x$ и начальное условие $y(0) = 1.$ Тогда первые три члена разложения его решения в степенной ряд имеют вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $1 + x + 5x^2$ 2) $1 + x + 0{,}25x^2$ 3) $1 + x + 0{,}5x^2$ 4) $1 + x + 2{,}5x^2.$

ЗАДАНИЕ 20.

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} y_1' = 3y_2, \\ y_2' = 2y_1 - y_2 \end{cases}$

имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}, \\ y_2 = \frac{2}{3} C_1 e^{2x} - C_2 e^{-3x} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}, \\ y_2 = -\frac{2}{3} C_1 e^{-2x} - C_2 e^{-3x} \end{cases}$

3) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}, \\ y_2 = \frac{2}{3} C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x}, \\ y_2 = -\frac{2}{3} C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}. \end{cases}$

Тестовое задание по теории вероятностей и математической статистике

ЗАДАНИЕ 1

Количество способов распределения трех призовых мест в олимпиаде по теории вероятностей среди 10 участников равно

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 120 2) 720 3) 240 4) 1000.

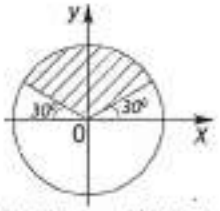
ЗАДАНИЕ 2

Из урны, в которой находятся 6 белых и 4 черных шара, извлекают наудачу 2 шара. Тогда вероятность того, что оба шара будут белыми, равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 1/3 2) 2/3 3) 1/4 4) 14/33.

ЗАДАНИЕ 3

В круг радиуса R брошена точка. Тогда вероятность того, что она попадет в заштрихованную область, равна



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 1/2 2) 1/3 3) 1/4 4) 1/6.

ЗАДАНИЕ 4

Несовместные события A, B, C **не** образуют полную группу событий, если их вероятности равны:

1) $P(A) = 2/3, P(B) = 1/6, P(C) = 1/6$ 2) $P(A) = 1/3, P(B) = 1/2, P(C) = 1/6$

3) $P(A) = 1/4, P(B) = 1/3, P(C) = 1/6$ 4) $P(A) = 1/4, P(B) = 1/3, P(C) = 5/12$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 2) 3) 4).

ЗАДАНИЕ 5

Бросают 2 монеты. События: A - герб на первой монете, B- цифра на второй монете являются:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) несовместными 2) совместными
3) независимыми 4) зависимыми.

ЗАДАНИЕ 6

Студент знает 20 вопросов программы из 30. Тогда вероятность правильного ответа на 3 вопроса равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 57/203 2) 8/27 3) 19/75 4) 146/203.

ЗАДАНИЕ 7

В первой урне 6 белых и 8 черных шаров, во второй 7 белых и 3 черных шара. Из наудачу взятой урны вынут один шар. Тогда вероятность того, что этот шар окажется белым, равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

Событие A может наступить лишь при условии появления одного из 2-х несовместных событий B_1 и B_2, образующих полную группу. Известны вероятность $P(B_1)=2/3$ и условные вероятности $P_{B_1}(A)=1/3$, $P_{B_2}(A)=2/5$. Тогда вероятность события A равна

ЗАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 16/45 2) 28/45 3) 22/45 4) 17/45.

ЗАДАНИЕ 9

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

X	1	3	5
P	0,1	0,3	0,6

Тогда её функция распределения вероятностей $F(x)$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1\\ 0{,}3 & при \quad 1<x\le 3\\ 0{,}6 & при \quad 3<x\le 5\\ 1 & при \quad x>5\end{cases}$

2) $F(x)=\begin{cases}0{,}1 & при \quad x\le 1\\ 0{,}4 & при \quad 1<x\le 3\\ 1 & при \quad 3<x\le 5\\ 0 & при \quad x>5\end{cases}$

3) $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1\\ 0{,}1 & при \quad 1<x\le 3\\ 0{,}4 & при \quad 3<x\le 5\\ 1 & при \quad x>5\end{cases}$

4) $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1\\ 0{,}1 & при \quad 1<x\le 3\\ 0{,}3 & при \quad 3<x\le 5\\ 0{,}6 & при \quad x>5.\end{cases}$

ЗАДАНИЕ 10

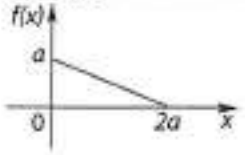
Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения вероятностей $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 0,\\ x^2/9 & при \quad 0<x\le 3,\\ 1 & при \quad x>3.\end{cases}$

Тогда плотность вероятностей $f(x)$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 11

График плотности вероятностей $f(x)$ показан на рисунке. Тогда значение a



равно

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0,5 2) 1 3) $\sqrt{2}$ 4) 2.

ЗАДАНИЕ 12

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

X	0	1	3
P	0,2	0,3	0,5

Тогда её математическое ожидание и дисперсия равны

Ответ	

ЗАДАНИЕ 13

Вероятность появления события A в 30 независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,6. Тогда дисперсия числа появлений этого события равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0,24 2) 18 3) 7,2 4) 12.

ЗАДАНИЕ 14

Непрерывная случайная величина распределена равномерно на интервале (6, 10). Тогда её математическое ожидание и дисперсия соответственно равны

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15

Непрерывная случайная величина X подчинена нормальному закону распределения с математическим ожиданием $M(X) = a = 20$. Вероятность её попадания в интервал (20, 25) равна 0,4. Тогда вероятность её попадания в интервал (15, 20) равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 16

Статистическое распределение выборки имеет вид

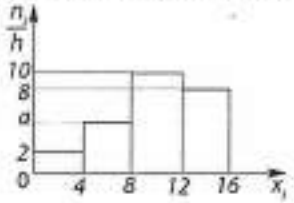
x_i	2	4	5	8
n_i	2	5	7	6

Тогда относительная частота варианты $x_1 = 4$ равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 17

По выборке объема $n = 100$ построена гистограмма частот.



Тогда значение a равно:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 18

Известно статистическое распределение выборки

x_i	6	7	10	12	13
n_i	5	6	8	7	4

Тогда её выборочная средняя $\overline{x}_в$ равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 19

Дана выборка объема n. Если каждый элемент выборки уменьшить в три раза, то выборочная средняя $\overline{x}_в$:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) не изменится 2) уменьшится в 3 раза
3) увеличится в 3 раза 4) уменьшится в 9 раз.

ЗАДАНИЕ 20

Выборочная средняя для данного статистического распределения выборки

x_i	2	4	5	8	10
n_i	4	7	14	8	7

равна $\overline{x}_в = 6$. Тогда выборочная дисперсия $D_в$ равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 41 2) 2,20 3) 1,025 4) 6,25.

ЗАДАНИЕ 21

Найти доверительный интервал для оценки с надежностью $\gamma = 0{,}95$ неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака X генеральной совокупности x_0, если известны объем выборки $n = 30$, выборочная средняя $\overline{x}_в = 2500$, среднее квадратиче-

ское отклонение генеральной совокупности $\sigma = 100$, квантиль нормального распределения $t = 2{,}58$.

Ответ	

Критерии оценки

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

Комплект вопросов (УО)
(для оценки компетенций ОК-7, ОПК-7)

ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.

4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.
18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопиталя.
24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.
26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
2. Линии уровня функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
4. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
5. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
6. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
7. Производная функции нескольких переменных по направлению.
8. Производная по направлению и градиент скалярного поля.
9. Экстремум функции нескольких переменных.

10. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
6. Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Универсальная тригонометрическая подстановка.
9. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
11. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
12. Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
13. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
14. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
15. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
16. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
17. Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
18. Вычисление площади поверхности тела вращения.
19. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
20. Несобственные интегралы от разрывных функций.

КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

1. Двойной интеграл, определение и свойства.
2. Правила вычисления двойного интеграла.
3. Некоторые приложения двойного интеграла (к вычислению площадей, объемов, статических моментов, моментов инерции, координат центра тяжести).

РЯДЫ

1. Числовые положительные ряды. Понятие суммы бесконечного ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
2. Необходимый признак сходимости, теоремы сравнения.
3. Признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.
4. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость.
5. Теорема Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов.
6. Функциональные ряды, равномерная сходимость, признак Вейерштрасса.
7. Степенные ряды, теорема Абеля, интервал и радиус сходимости степенного ряда.
8. Ряд Тейлора. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.
9. Разложение в ряд Тейлора некоторых функций (табличные разложения).
10. Применение ряда Тейлора к приближенным вычислениям.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: определение обыкновенного дифференциального уравнения, формы записи обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов.
2. Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка.
4. Геометрический смысл общего интеграла обыкновенного д.у. первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.
6. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Дифференциальные уравнения n-го порядка. Основные понятия: формы записи, понятия общего и частного решений.
8. Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка.
9. Интегрирование дифференциальных уравнений n-го порядка методом понижения порядка.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Общие свойства решений: понятия линейно зависимых и линейно независимых решений, определителя Вронского, понятие фундаментальной системы решений,
11. Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, его связь с дифференциальным уравнением.
13. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n - го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.
15. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для правых частей вида

$$f(x)=P_n(x)e^{\alpha x}, \quad f(x)=M\cos\beta x+N\sin\beta x,$$

$$f(x)=P(x)e^{\alpha x}\cos\beta x+Q(x)e^{\alpha x}\sin\beta x.$$

16. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.
17. Постановка и решение задачи на собственные значения.
18. Системы дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы. Понятия общего и частного решений системы. Теорема о приведении дифференциального уравнения n-го порядка к нормальной системе. Метод исключения неизвестных.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Виды случайных событий.
2. Классическое и статистическое определения вероятности появления события. Основные формулы комбинаторики.
3. Принцип статистической устойчивости относительных частот. Связь и различие между классическим и статистическим определениями вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности. Задача Бюффона.

5. Алгебра событий. Понятия суммы и произведения событий, их геометрическая интерпретация. Основные законы алгебры событий.
6. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий. Следствия из нее.
7. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
8. Теорема умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Понятие условной вероятности.
9. Теорема о вероятности появления хотя бы одного события.
10. Формула полной вероятности.
11. Формула Бернулли.
12. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
13. Определение и типы случайных величин. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения.
14. Интегральная функция распределения вероятностей. Определение, вероятностный смысл и свойства.
    Плотность вероятностей. Определение, вероятностный смысл и свойства.
15. Связь между интегральной функцией распределения вероятностей и плотностью вероятностей.
16. Определение, вероятностный смысл и свойства математического ожидания для дискретных и непрерывных случайных величин.
17. Определение, вероятностный смысл и свойства дисперсии.
18. Биномиальный закон распределения.
19. Среднее и наивероятнейшее числа появлений события при биномиальном распределении.
20. Закон распределения Пуассона.
21. Равномерный закон распределения вероятностей.
22. показательный закон распределения вероятностей.
23. Нормальный закон распределения вероятностей. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на произвольный конечный интервал.
24. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на интервал, симметричный относительно среднего значения. Правило трех сигм. Теорема Ляпунова.
25. Предельные теоремы теории вероятностей.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Предмет и основные задачи математической статистики.
2. Понятие о выборочном методе. Генеральная и выборочная совокупности.
3. Основные понятия математической статистики (вариационный ряд, частота, относительная частота, статистическое распределение выборки).
4. Эмпирическая функция распределения выборки и ее свойства.
5. Полигон частот и полигон относительных частот.
6. Гистограмма частот и относительных частот.
7. Точечные оценки параметров распределения. Требования к оценкам.
8. Выборочная средняя. Свойство устойчивости выборочных средних.
9. Выборочная и исправленная дисперсии.
10. Интервальные оценки. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Понятие точности оценки.
11. Построение доверительного интервала для оценки генеральной средней при известном среднем квадратическом отклонении.
12. Построение доверительного интервала для оценки генеральной средней при не- известном среднем квадратическом отклонении. Случай малой выборки. Распределение Стьюдента.

13. Упрощенные методы расчета статистических характеристик выборки. Условные варианты. Метод произведений.
14. Корреляционная и регрессионная зависимости.
15. Уравнение выборочной регрессии.
16. Выборочный коэффициент регрессии.
17. Выборочный коэффициент корреляции.
18. Связь между выборочными коэффициентами регрессии корреляции.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)
(для оценки компетенций ОК-7, ОПК-7)

по дисциплине Математика
(наименование дисциплины)

По алгебре

РГР № 1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 2\\ 4 & 0 & -3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 2\\ 0 & -3 & 3\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

Выполнить действия: A^2+8B^T.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A+3B)^2-4A^2-6AB=\ldots$ и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & -1 & 2\\ 0 & 2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -2 & 1\end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB=C$ (найти X). Сделать проверку.

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}0 & 4\\ -9 & 3\end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & 3 & 7\\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1\\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15\\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20\end{pmatrix}.$$

РГР № 1, часть 2

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases}x_1+4x_2-x_3=-2\\ 2x_1+2x_2+3x_3=7\\ 3x_1+6x_2-2x_3=1\end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание N 4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

РГР №1, часть 3

Задание №1. Показать, что векторы $\overline{m}$, $\overline{n}$, $\overline{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\overline{a}$ по этому базису: $\overline{m} = (1, -1, 2)$, $\overline{n} = (2, 0, 3)$, $\overline{p} = (-2, -1, 1)$, $\overline{a} = (5, -4, 13)$.

Задание №2. Даны векторы $\overline{m}$ и $\overline{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

$$\overline{m} = (28, -8, 8), \overline{n} = (-21, 6, -6), \ \overline{a} = 2\overline{m} + \overline{n}, \overline{b} = 2\overline{n} - \overline{m}.$$

Задание №3. Найти $|\overline{a}|$, если $|\overline{m}| = 6\sqrt{2}, |\overline{n}| = 2, (\overline{m}, \overline{n}) = 135^\circ, \ \overline{a} = 6\overline{n} - \overline{m}.$

Задание №4. Дан ΔABC. Найти $\angle B$, если $A(1;-1;2), B(3;3;2), C(7;1;2).$

Задание №5. При каких 'x' векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ перпендикулярны?

$$\overline{a} = (x;1;-4), \overline{b} = (x-3;12;x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

$$\overline{a} = 2\overline{m} - 5\overline{n}, \overline{b} = \overline{m} + \overline{n}, |\overline{m}| = 12, |\overline{n}| = 3, (\overline{m}, \overline{n}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$$\overline{a}(1;-1;5), \overline{b}(2;4;-2), \overline{c}(3;0;1).$$

РГР №4

Задание. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

По интегралам

Неопределенный интеграл
Найти интегралы.

1. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg}x} + 3}{\cos^2 x} dx$ 2. $\int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx$ 3. $\int \frac{dx}{2x\sqrt{\ln x}}$ 4. $\int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2+2x+7}} dx$ 5. $\int \frac{\cos\left(2-5\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}} dx$ 6. $\int (1-3x)\cos 5x dx$

7. $\int \operatorname{arctg} 2\sqrt{x} dx$ 8. $\int e^{-x}\cos 5x dx$ 9. $\int x^2 \ln(x+3) dx$ 10. $\int \frac{\cos(\ln 3x + 4)}{2x} dx$ 11. $\int (2-x)\ln\sqrt[3]{x} dx$

12. $\int (x^2 + 3x - 1)3^{5x} dx$ 13. $\int 3x \sin^2 \frac{x}{3} dx$ 14. $\int (8x-3)\cos\frac{x}{4} dx$ 15. $\int \left(\sqrt{7} - 5x\right)\sin x dx$

16. $\int (x-1)^3 \ln^2(x-1)dx$ 17. $\int \frac{arctg2x+x}{1+4x^2}dx$ 18. $\int \frac{9(\sin x+\cos x)}{(\cos x-\sin x)^3}dx$ 19. $\int \frac{x^5-x^4-4x^3+13x}{x(x-1)(x-2)}dx$

20. $\int \frac{2x^3-6x^2+7x-4}{(x+1)(x-2)^2}dx$ 21. $\int \frac{x^3+2x^2+2x+1}{(x^2+1)(x^2+x+2)}dx$ 22. $\int \sin^4 2x\cos^3 2xdx$ 23. $\int \sin^2 x\cos^2 3xdx$ 24.

$\int \frac{dx}{(4-x^2)\sqrt{3+x^2}}dx$ 25. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+4}-5}$

Определенный интеграл

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.
3. Найти объем тела, образованного вращением фигур. Для нечетных вариантов – относительно оси 0x, для четных вариантов – относительно оси 0y.
4. Вычислить длины дуг кривых:
   а) заданных уравнениями в прямоугольной системе координат;
   б) заданных уравнениями в полярных координатах – для четных вариантов, уравнениями в параметрической форме – для нечетных вариантов.
5. Вычислить площади поверхности, образованной при вращении вокруг оси 0x кривой.
6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

Условия задач

1) $y=x^2/2, \quad y=1/(1+x^2)$ 2) $r=\sin^3\varphi$ 3) $x^2=2y, \quad y=|x|$

4а) $y=e^x, \quad 0\le x\le \ln 5$ 4б) $r=3(1-\sin\varphi) \quad -\pi/2\le\varphi\le -\pi/6$

5) $y=1/x, \quad 3\le x\le 4$ 6) $\int_1^{\infty}\frac{dx}{(2x-1)\sqrt{x^2-1}}, \quad \int_0^1 x\ln^2 xdx$

Кратные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^2 dy\int_{y-2}^{2y} f(x,y)dx.$
2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2=4x, \quad z=x, \quad z=3x.$

По обыкновенным дифференциальным уравнениям

Решить уравнения:

2. $\sqrt{4+y^2}dx-ydy=x^2ydy,$
3. $2\frac{dy}{dx}=\frac{y^2}{x^2}+\frac{8y}{x}+8,$
4. $\frac{dy}{dx}=\frac{?x+2y+1}{x+1},$
5. $xe^{y^2}dx+(x^2ye^{y^2}+tgy)dy=0.$

Решить задачи Коши для уравнений:

6. $\frac{dy}{dx}=\frac{2}{x^3}-\frac{3y}{x}, \qquad y(1)=1,$
7. $4y'+x^3y=(x^3+8)e^{-2x}y^2, \qquad y(0)=1.$
8. Решить уравнение: $x^2y'''+xy''=\frac{1}{\sqrt{x}}.$
9. Решить задачу Коши: $y''=18\sin^3 y\cos y, \qquad y(1)=\frac{\pi}{2}, \qquad y'(1)=3.$

Решить уравнения:

10. $y'''' + y''' = x$,
11. $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^{x}$,
12. $y'' + 25y = 2\cos 5x - \sin 5x + e^{5x}$,
13. $y'' - 3y' + 2y = \dfrac{1}{(3 + e^{-x})}$.
14. Решить краевую задачу: $y'' + 2y' + 5y = -3\sin 2x$, $y(0) = 1$, $y\left(\dfrac{\pi}{8}\right) = 0$.
15. Найти собственные значения λ и собственные функции y задачи:

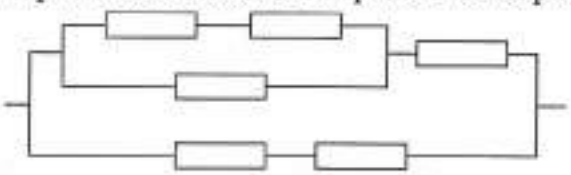
$y'' + \lambda^2 y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(b) = y(b)$.

Решить системы уравнений:

18. $\begin{cases} x^2 z' + 5xz + 4y = 0, \\ y' = z. \end{cases}$
19. $\begin{cases} z' = y - z, \\ y' = z - y. \end{cases}$
20. $\begin{cases} y' = 4y - 3z + \sin x, \\ z' = 2y - z - \cos x. \end{cases}$

По теории вероятностей

1. У сборщика имеются 10 деталей, мало отличающихся по внешнему виду. Из них 6 деталей первого сорта, а 4 – второго. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу 5 деталей 3 окажутся первого сорта?
2. В урне 7 черных шаров и 5 желтых шаров. Найти вероятность того, что среди наудачу извлеченных 4-х шаров окажется более 2-х желтых.
3. Вероятность отказа каждого из независимо работающих элементов электрической цепи равна $P = 0{,}05$. Найти вероятность безотказной работы электрической цепи.



4. На двух станках обрабатываются однотипные детали. Вероятность изготовления стандартной детали для первого станка равна 0,96, а для второго станка - 0,92. Детали складываются в одном месте, причем первый станок изготавливает в 1,5 раза меньше деталей, чем второй. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется нестандартной.
5. Вероятность того, что наудачу взятая деталь из партии стандартна, равна 0,92. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу шести деталей не менее двух окажутся нестандартными.
6. Вероятность безотказной работы каждого из 700 независимо работающих элементов некоторого устройства равна 0,85. Найти вероятность того, что выйдут из строя от 80 до 120 элементов; ровно 100 элементов.
7. Устройство состоит из 4-х элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность надежной работы каждого элемента в одном испытании равна 0,9. Составить закон распределения дискретной случайной величины X - числа отказавших элементов в одном опыте.
8. Независимые случайные величины X и Y заданы рядами распределения.

X	-2	1,5	2	3
P	0,1	0,3	0,2	…

Y	-1,5	0	2
P	0,3	0,2	…

Найти среднее квадратическое отклонение величины $Z = 2X^2 - 3Y$.

9. Устройство состоит из 4-х независимо работающих однотипных элементов. Вероятность надежной работы каждого элемента равна 0,995. Найти вероятность того, что работают не менее трех элементов.
10. Случайная величина X задана плотностью вероятностей:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & при \quad x<0, \\ a(x^2+2x) & при \quad 0<x<1, \\ 0 & при \quad x>1. \end{cases}$$

Найти коэффициент "a", интегральную функцию распределения $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания X в интервал (0,2; 0,8).

11. На станке изготавливается деталь. Ее длина X - случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами: a=20 см, σ=1,1 см. Найти вероятность того, что длина детали заключена между 19 см и 21,1 см. Какое отклонение длины детали от a можно гарантировать с вероятностью 0,9; 0,99? В каких пределах будут лежать практически все размеры деталей?

По математической статистике

Для каждого варианта требуется:

1. Представить опытные данные в сгруппированном виде, разбив на k равноотстоящих частичных интервалов.
2. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.
3. Построить полигон и гистограмму относительных частот.
4. Вычислить методом произведений числовые характеристики выборки: выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии, выборочное среднее квадратическое отклонение, коэффициенты асимметрии и эксцесса.
5. Найти точечные оценки параметров нормального закона распределения и плотность вероятностей $f(x)$.
6. Проверить, согласуется ли принимаемая гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки, используя критерии Пирсона и Колмогорова (при уровнях значимости 0,05; 0,01).
7. Найти интервальные оценки параметров нормального закона распределения, приняв доверительную вероятность γ = 0,95 и 0,99.

Задание

Результаты регистрации средней эксплуатационной скорости движения автобусов на междугородных маршрутах представлены в виде вариационного ряда в таблице

23	30,2	32,5	34,2	35,6	37,7	38,6	40,3	42,8	44,6
24,5	30,4	32,7	34,3	35,9	37,7	38,8	40,4	42,9	45,0
25,8	30,6	32,9	34,4	36,2	37,8	38,9	40,6	43,0	45,5
26,6	30,8	33,1	34,4	36,5	37,8	39,1	40,8	43,1	46,0
27,0	31,1	33,4	34,6	36,8	37,9	39,3	41,1	43,1	46,5
27,5	31,3	33,6	34,6	37,1	38,1	39,5	41,4	43,2	47,2
28,0	31,5	33,8	34,8	37,3	38,1	39,7	41,7	43,5	47,8
28,6	31,8	33,8	34,9	37,4	38,3	39,9	42,0	43,7	48,6
29,2	32,0	34,0	35,1	37,5	38,4	40,1	42,3	43,9	50,2,
29,7	32,3	34,0	35,3	37,6	38,6	40,2	42,6	44,2	51,0

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.