Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 21.11.2023 10:33:11
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1f6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
Урбанистики и городского хозяйства
_____ / Л.А. Марюшин /
“ 28 ” апреля 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Высшая математика

Направление подготовки
21.05.04 Горное дело

Профиль
Шахтное и подземное строительство

Квалификация
Специалист

Формы обучения
Заочная

Москва 2022 г.

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки специалистов 21.05.04 Горное дело
Программу составил:
доц., к.ф.-м. н. Е.А. Коган

Программа утверждена на заседании кафедры «Математика»
«_31_» 05. 2022 г., протокол № 11

Зав кафедрой «Математика»
д.ф.-м.н. __ /С.Н. Андреев/

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Высшая математика» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Высшая математика» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Высшая математика» относится к обязательной части блока Б1. Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

В обязательной части:

- физика;
- теоретическая механика;
- электротехника и электроника;
- сопротивление материалов;
- метрология, стандартизация, сертификация;
- обработка результатов эксперимента;
- цифровые технологии в материаловедении.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

- композиционные материалы.

В части Б1.2.ЭД. Элективные дисциплины:

- методы моделирования и оптимизации материалов;
- методы моделирования и оптимизации технологических процессов.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	**В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать**	**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**Знать:** принципы сбора, отбора и обобщения информации; **уметь:** соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности **владеть**: принципами сбора, отбора и обобщения информации.
ОПК-1	Способностью решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания	**знать:** основополагающие теоретические положения, предусмотренные программой дисциплины **уметь:** решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования **владеть:** методами математического анализа и моделирования для эффективного решения задач в сфере профессиональной деятельности
ОПК-4	Способностью проводить измерения и наблюдения в сфере профессиональной деятельности,	**знать:** основы математического анализа, в объеме, предусмотренном программой дисциплины **уметь:**

	обрабатывать и представлять экспериментальные данные	применять методы математического анализа для постановки и решения прикладных задач в профессиональной области **владеть:** способностью сочетать теоретические знания с накопленными практическими навыками построения математических моделей для решения задач в сфере профессиональной деятельности

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетных единицы, т.е. **108** академических часов (из них **54** часа – самостоятельная работа студентов).
Разделы дисциплины «Высшая математика» изучаются на первом курсе в первом семестре.
Первый семестр: лекции – **2** часа в неделю (**36** часов), практические занятия – **1** час в неделю (**18** часов), форма контроля - зачет.
Структура и содержание дисциплины «Высшая математика» по срокам и видам работы отражены в Приложении 1.

Содержание разделов дисциплины

Первый семестр

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1.1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

Тема 1.2. Обратная матрица.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

Тема 1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений

методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Теорема Кронекера – Капелли. Решение однородных систем линейных уравнений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 2.1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

Тема 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

Раздел 3. Элементы математического анализа

Тема 3.1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Тема 3.2. Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.

Тема 3.3. Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

Тема 3.4. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

Тема 3.5. Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Тема 3.6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

Тема 3.7. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Раздел 4. Интегральное исчисление

Тема 4.1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. Метод интегрирования с помощью замены переменной. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 4.2. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона – Лейбница. Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов.

Тема 4.3. Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Высшая математика» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;
- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих;
- использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;
- итоговый контроль с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Высшая математика» и в целом по дисциплине составляет 50 % аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 67 % от объема аудиторных занятий.

Проведение занятий предусматривается также в lms.mospolytech.ru на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:

- по линейной и векторной алгебре;
- по математическому анализу;
- по интегральному исчислению;

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Контроль успеваемости и качества подготовки проводится в соответствии с требованиями "Положения об организации образовательного процесса в московском политехническом университете".

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:
- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация.

6.1. Организация и порядок проведения текущего контроля.
6.1.1. Формы проведения контроля.

Для проведения текущего контроля применяются следующие формы: РГР, тестовые *задания, контрольные вопросы и самостоятельные работы.*

6.1.2. Содержание текущего контроля.

Три расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа №1 по линейной и векторной алгебре.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.
- Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.

Расчетно-графическая работа №2 по математическому анализу.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Предел числовой последовательности, предел функции;
- Исследование функции на непрерывность;
- Вычисление производных функции;
- Исследование функции, построение графиков;

Расчетно-графическая работа № 3 по интегральному исчислению.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Методы интегрирования. Вычисление неопределенных интегралов.
- Приложения определенных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля приведены в Приложении 2.
Сроки выполнения текущего контроля приведены в Приложении 1.

6.2. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Высшая математика»

6.2.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код Компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
УК-1	Способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ОПК-1	Способностью решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания
ОПК-4	Способен проводить измерения и наблюдения в сфере профессиональной деятельности, обрабатывать и представлять экспериментальные данные

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.2.2. **Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания**

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

УК – 1 Способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		
Показатель	Не зачтено	Зачтено
Знать: принципы сбора, отбора и обобщения информации;	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на	Обучающийся демонстрирует знание контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе может допускать несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы

	дополнительные вопросы или затрудняется с ответом.	
уметь: соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности;	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению типовых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению типовых задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения.
владеть: принципами сбора, отбора и обобщения информации..	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет методами математического анализа и навыками решения задач.	Обучающийся частично владеет методами математического анализа и моделирования, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях.
ОПК – 1 Способность решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания		
Показатель	Не зачтено	Зачтено
знать: основополагающие теоретические положения, предусмотренные программой дисциплины	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал,	Обучающийся демонстрирует знание контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе может допускать несущественные погрешности или дает

	неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	недостаточно полные ответы
уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению типовых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению типовых задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения
владеть: методами математического анализа и моделирования для эффективного решения задач в сфере профессиональной деятельности	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет методами математического анализа и навыками решения задач	Обучающийся частично владеет методами математического анализа и моделирования, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях
ОПК – 4 Способен проводить измерения и наблюдения в сфере профессиональной деятельности, обрабатывать и представлять экспериментальные данные		
Показатель	Не зачтено	Зачтено
знать: основы математического анализа, в объеме, предусмотренном программой дисциплины	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные

	излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	погрешности или дает недостаточно полные ответы
уметь: применять методы математического анализа для постановки и решения прикладных задач в профессиональной области	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению типовых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению типовых задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения
владеть: способностью сочетать теоретические знания с накопленными практическими навыками построения математических моделей для решения инженерных задач в сфере профессиональной деятельности	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет методами математического анализа и навыками решения задач	Обучающийся частично владеет методами математического анализа и моделирования, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях

6.2.3. Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Промежуточная аттестация обучающихся в форме зачета проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки.

По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «зачтено» или «не зачтено».

Шкала оценивания	**Описание**
Зачтено	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, *предусмотренные программой дисциплины.* Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Не зачтено	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, *предусмотренные программой дисциплины*, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

Содержание форм текущего контроля и порядок их применения изложены в приложении 2 к рабочей программе "Фонд оценочных средств".

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2015. - 444 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/71994 - Загл. с экрана.]

дополнительная литература:

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. В 2-х томах. М.: Интеграл - Пресс, 2009. 180 экз.

2. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. М.: МГИУ, 2012. 400 экз. https://e.lanbook.com/
3. Миносцев В.Б., Мартыненко А.И., Ляховский В.А., Зубков В.Г. Курс высшей математики: Учебное пособие. Часть 1.М.: МГИУ, 2007; Часть 2.М.: МГИУ, 2007. Часть 3. М.: МГИУ, 2011. 400 экз. https://e.lanbook.com/
4. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике, 12-ое изд. М.: Айрис-Пресс, 2013.
5. Курс лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. // Кудрявцев Б.Ю., Матяш В.И., Показеев В.В., Черкесова Г.В.. М.: МГТУ «МАМИ», 2009.
http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.
6. Математический анализ. Теория пределов и дифференциальное исчисление: основные положения теории, методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Короткова Н.Н., Ткаченко О.И. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (*http://mospolytech.ru/index.php?id=4486*);
Варианты контрольных заданий по дисциплине представлены на сайтах: *http://i-exam.ru*, *http:// fepo.ru*
Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:
http://exponenta.ru, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm.*
Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:
www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.
Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы, представленные на сайте электронно-библиотечной системы Издательства Лань (https://e.lanbook.com/).
http://function-x.ru/tests_higher_math.html Тесты по высшей математике.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.
Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.
Для проведения учебных занятий используются:

- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, в том числе, оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения аудиторных занятий (проектор, ноутбук, микрофон и т.д.);
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Раздел: элементы линейной алгебры

Матрицы и определители. Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$.Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A^{-1}A = E$ (должна получиться единичная матрица)

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителей с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел: Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости

векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.
Необходимо знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел: элементы математического анализа

При изучении дифференциального исчисления функции одной переменной обратите внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределенности $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty, 1^{\infty}\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталя, различные приемы раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.
При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал - это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции).
Обратите внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.
Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

Раздел: интегральное исчисление

В интегральном исчислении решается задача, обратной той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении: необходимо найти для данной функции $f(x)$ такую функцию, производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций – достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент сможет уделить достаточно большое время решению задач интегрального исчисления,.
Надо твердо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, интегрирование по частям, приемы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определенных, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов – построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.
Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определенных интегралов – формулу Ньютона – Лейбница, геометрические и физические приложения определенных и кратных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объем и площадь поверхности тел вращения.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.
Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.
На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ёе проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.
Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.
Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.
Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.
Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.
Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и

привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Приложение 1

Структура и содержание дисциплины «Высшая математика»
по направлению подготовки
22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов»
Профиль подготовки
Профиль **«Перспективные материалы и технологии»**
(Бакалавр)
Очная форма обучения
2022 – 2023 год набора

n/n	Раздел	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы студентов					Формы аттестации	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Первый семестр															
1.1	**Введение. Раздел 1. Элементы линейной алгебры .** Матрицы и определители. Операции над матрицами. Транспонированная матрица. Определители, их свойства и вычисления. ***Выдача заданий РГР № 1 по линейной и векторной алгебре***	1	1	2			3				+				
1.2	Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Ранг матрицы. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная	1	2	2	2		3								

	форма записи системы линейных алгебраических уравнений.														
1.3	Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса.	1	3	2			3								
1.4	Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Однородные системы линейных алгебраических уравнений	1	4	2	2		3								
1.5	**Раздел 2. Элементы векторной алгебры.** Линейные операции над векторами, их свойства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. **Самостоятельная работа №1 на семинаре**	1	5	2			3							+	
1.6	**Раздел 4. Элементы математического анализа.** Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. **Выдача заданий РГР № 2 по математическому анализу.**	1	6	2	2		3				+				
1.7	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.	1	7	2			3								

	Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие неопределенностей различного типа														
1.8	Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация и нахождение.	1	8	2	2		3								
1.9	Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций.	1	9	2			3								
1.10	Вычисление производных функций, заданных различным образом. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.	1	10	2	2		3								
1.11	Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.	1	11	2			3								
1.12	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.	1	12	2	2		3								

1.13	Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. **Самостоятельная работа № 2 на семинаре**	1	13	2			3						+		
1.14	**Раздел 5. Интегральное исчисление** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. **Выдача заданий РГР № 3 по интегральному исчислению**	1	14	2	2		3				+				
1.15	Интегрирование с помощью замены переменной. Метод интегрирования по частям.	1	15	2			3								
1.16	Интегрирование рациональных дробей, интегрирование тригонометрических функций	1	16	2	2		3								
1.17	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Условия интегрируемости. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.	1	17	2			3								
1.18	Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов). Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства **Самостоятельная работа №3 на семинаре**	1	18	2	2		3						+		

	Форма аттестации		**19-21**											**З**
	Всего часов по дисциплине в первом семестре			**36**	**18**		**54**				**3 РГР**		**3 сам. раб.**		

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки 22.03.01
«МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ И ТЕХНОЛОГИИ МАТЕРИАЛОВ
Профиль подготовки
«Перспективные материалы и технологии»
Форма обучения: очная

Кафедра «Математика»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Высшая математика

Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Описание оценочных средств:
- Комплекты заданий для контрольных работ.
- Комплект вопросов.
- Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ

Составители:
К.ф.-м.н., доц. Е.А. Коган,

Москва, 2022 год

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

«Высшая математика»					
ФГОС ВО 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов» Профиль подготовки **«Перспективные материалы и технологии»**					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие **компетенции**:					
КОМПЕТЕНЦИИ		**Перечень компонентов**	**Технология формирования компетенций**	**Форма оценочного средства****	**Степени уровней освоения компетенций**
ИНДЕКС	**ФОРМУЛИРОВКА**				
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**Знать:** принципы сбора, отбора и обобщения информации; **уметь:** соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности **владеть**: принципами сбора, отбора и обобщения информации.	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР	**Базовый уровень** -владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины; **Повышенный уровень** -свободно владеет изученными математическими методами, способен их творчески применить к задачам повышенной сложности
ОПК – 1	Способностью решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные	**знать:** основополагающие теоретические положения, предусмотренные программой дисциплины **уметь:** решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР КР БкЗ	**Базовый уровень** -владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины; **Повышенный уровень** -свободно владеет изученными математическими методами, способен их творчески применить к задачам повышенной сложности

	знания	общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования **владеть:** методами математического анализа и моделирования для эффективного решения задач в сфере профессиональной деятельности			
ОПК-4	Способностью проводить измерения и наблюдения в сфере профессиональной деятельности, обрабатывать и представлять экспериментальные данные	**знать:** основы математического анализа, в объеме, предусмотренном программой дисциплины **уметь:** применять методы математического анализа для постановки и решения прикладных задач в профессиональной области **владеть:** способностью сочетать теоретические знания с накопленными практическими навыками построения математических моделей для решения инженерных задач в сфере профессиональной деятельности	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР КР БкЗ	**Базовый уровень** -владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины; **Повышенный уровень** -свободно владеет изученными математическими методами, способен их творчески применить к задачам повышенной сложности

**- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

Перечень оценочных средств по дисциплине
«Высшая математика»

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Билеты к зачету (БкЗ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Билеты к зачету. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Зачет (З)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Шкала оценивания:

«**Зачтено»** - выполнены все обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации, *предусмотренные программой дисциплины.* Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

«Не зачтено» - не выполнены обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации, *предусмотренные программой дисциплины*, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

Комплекты тестовых заданий и контрольных работ (КР)
Задания для оценки компетенции ОПК-1, ОПК-4

по дисциплине Высшая математика
(наименование дисциплины)

1-ый семестр

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$$f(x)=-x^3+2x^2-x+3, A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 3 & 2\end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix}-2 & 0 & 8 & 1 & -5\\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4\\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13\\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17\end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\ 3 & -5 & 3\\ 2 & 7 & -1\end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 3 & -5 & 3\\ 2 & 7 & -1\end{pmatrix}$ (б) $\begin{pmatrix}1 & -2\\ -3 & 4\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}-2 & 3 & 5\\ 3 & -1 & 0\end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).
Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases}4x_1+9x_2-5x_3-8x_4=5\\ 3x_1+7x_2-2x_3-4x_4=4\\ 2x_1+5x_2+x_3+3x_4=3\end{cases}$ (б) $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=5\\ 3x_1-5x_2+3x_3=-7\\ 2x_1+7x_2-x_3=13\end{cases}$

1. Расписать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$

$\vec{x}=\{5,-12,1\}$, $\vec{p}=\{1,-3,0\}$, $\vec{q}=\{1,-1,1\}$, $\vec{r}=\{0,-1,2\}$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$?

$\vec{a}=\{2,0,1\}$, $\vec{b}=\{-2,3,1\}$, $\vec{p}=2\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a}=\overrightarrow{2p}+\vec{q}$, $\vec{b}=\vec{p}-\overrightarrow{3q}$, $|\overrightarrow{p}|=2$, $|\overrightarrow{q}|=2$, $\alpha=\frac{\pi}{4}$

---

1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число e.
2. Найти производную функции $y=\frac{\operatorname{tg}x^2}{7^x+5}$
3. Даны векторы $\vec{a}=(2;3),\vec{b}=(1;-3),\vec{c}=(-1;3)$. При каком значении α векторы $\vec{p}=\vec{a}+\alpha\vec{b}$, $\vec{q}=\vec{a}+2\vec{c}$ коллинеарны.

Задания по матанализу

1. Найти производную y'_x:

а) $y=arctg^3\ln\frac{\sqrt{x}}{x+2}$

б) $y=\left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x-2y)+\frac{x^3}{y}=7x$

г) $x=e^{-t}\cos t$, $y=e^t\cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\operatorname{arctg}x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}$

---

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ 2. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin3x}{1-e^{x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\frac{\cos6x}{3\sin(12x+1)}$ 2. $y=\operatorname{arctg}^2\frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln2x$

---

1. Построить график: $y=\frac{x+4}{x+2}$; $y=\frac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$ 4) $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le -\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$

Интегралы

Вычислить неопределенные интегралы

1. $\int\dfrac{dx}{2(x+\sqrt{x}}$ 2. $\int x\cdot 2^{-x}dx$ 3. $\int e^x\cos x dx$ 4. $\int\dfrac{dx}{x^2-6x+18}$ 5. $\int x\cos 3x dx$

6. $\int\dfrac{dx}{x^2+6x+5}$ 7. $\int\dfrac{x-1}{\sqrt{x+1}+2}dx$ 8. $\int\dfrac{x+1}{x^2+3}dx$ 9. $\int\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x}$ 10. $\int\dfrac{\sin^3 x}{\cos^2 x}dx$

Вычислить определенные интегралы

1. $\int\limits_0^{\pi.6} 3\sin^2 x\cos x dx$ 2. $\int\limits_0^1\dfrac{dx}{\sqrt{1+3x}}$ 3. $\int\limits_0^1(x-1)e^x dx$ 4. $\int\limits_1^{e^3}\dfrac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$ 5. $\int\limits_1^6\dfrac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$

6. $\int\limits_{-2}^2\dfrac{1+x^2}{arctgx}dx$ 7. $\int\limits_1^{-4}\dfrac{dx}{(3x+5)^2}$ 8. $\int\limits_0^1\dfrac{x^2+2x}{x^2+1}dx$ 9. $\int\limits_0^{\sqrt{3}}\dfrac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$ 10. $\int\limits_0^2\sqrt{4-x^2}dx$

Несобственные интегралы

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$\int\limits_1^\infty\sqrt{x}dx,\quad \int\limits_1^\infty x^{-3}dx,\quad \int\limits_1^\infty\sqrt{x^5}dx$.

2. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int\limits_{-\infty}^\infty\dfrac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int\limits_1^\infty\ln x dx$

4. Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_0^a\dfrac{dx}{\sqrt{x}}$, установить его сходимость или расходимость.

5. Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_{-1}^1\dfrac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

Комплект вопросов (УО)
для оценки компетенций УК-1, ОПК-1, ОПК-4

ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.

7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).

13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
16. Производная параметрически заданной функции.
17. Производная функции, заданной неявно.
18. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
19. Производные и дифференциалы высших порядков.
20. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
21. Правило Лопиталя.
22. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора.
23. Асимптоты графика функции.
24. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
25. Достаточные условия экстремума.
26. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
27. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
28. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
29. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
30. Общая схема построения и исследования графика функции.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование рациональных дробей.
4. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределенном интеграле.
5. Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.
6. Интегрирование иррациональных функций.
7. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
8. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
9. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
10. Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
11. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.

12. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
13. Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
14. Вычисление площади поверхности тела вращения.
15. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
16. Несобственные интегралы от разрывных функций.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР) для оценки компетенций УК, ОПК-1, ОПК-4

по дисциплине Высшая математика
(наименование дисциплины)

По алгебре

Задания для проверки компетенций ОПК-1, ОПК-4

РГР № 1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 2\\ 4 & 0 & -3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 2\\ 0 & -3 & 3\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

Выполнить действия: A^2+8B^T.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A+3B)^2-4A^2-6AB=\ldots$ и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & -1 & 2\\ 0 & 2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -2 & 1\end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB=C$ (найти X). Сделать проверку.

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}0 & 4\\ -9 & 3\end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & 3 & 7\\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1\\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15\\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20\end{pmatrix}.$$

РГР № 1, часть 2

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases}x_1+4x_2-x_3=-2\\ 2x_1+2x_2+3x_3=7\\ 3x_1+6x_2-2x_3=1\end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.
Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \cdot \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

РГР №1, часть 3

Задание №1. Показать, что векторы $\overline{m}, \overline{n}, \overline{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\overline{a}$ по этому базису: $\overline{m} = (1, -1, 2), \overline{n} = (2, 0, 3), \overline{p} = (-2, -1, 1), \overline{a} = (5, -4, 13)$.

Задание №2. Даны векторы $\overline{m}$ и $\overline{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

$\overline{m} = (28, -8, 8), \overline{n} = (-21, 6, -6), \ \overline{a} = 2\overline{m} + \overline{n}, \overline{b} = 2\overline{n} - \overline{m}.$

Задание №3. Найти $|\overline{a}|$, если $|\overline{m}| = 6\sqrt{2}, |\overline{n}| = 2, (\widehat{\overline{m}, \overline{n}}) = 135^\circ, \ \overline{a} = 6\overline{n} - \overline{m}.$

Задание №4. Дан ΔABC. Найти $\angle B$, если $A(1;-1;2), B(3;3;2), C(7;1;2).$

Задание №5. При каких `x` векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ перпендикулярны?

$\overline{a} = (x; 1; -4), \overline{b} = (x-3; 12; x).$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

$\overline{a} = 2\overline{m} - 5\overline{n}, \overline{b} = \overline{m} + \overline{n}, |\overline{m}| = 12, |\overline{n}| = 3, (\widehat{\overline{m}, \overline{n}}) = \frac{\pi}{6}.$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$\overline{a}(1;-1;5), \overline{b}(2;4;-2), \overline{c}(3;0;1) \cdot$

Введение в математический анализ
Задания для проверки компетенций ОПК-1, ОПК-4

1. Найти производную y'_x:

а) $y = arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}$

б) $y = \left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x - 2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$

г) $x = e^{-t}\cos t, \ y = e^t \cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{arctg} x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^{n}}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\dfrac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}$ 2. $y=\operatorname{arctg}^2\dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln 2x$

---

1. Построить график: $y=\dfrac{x+4}{x+2}$; $y=\dfrac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$ 4) $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le-\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$

Интегралы

Задания для проверки компетенций ОПК-1, ОПК-4

Неопределенный интеграл

Найти интегралы.

1. $\int\dfrac{\sqrt{\operatorname{tg}x}+3}{\cos^2 x}dx$ 2. $\int\dfrac{\sin 2x}{\cos^3 x}dx$ 3. $\int\dfrac{dx}{2x\sqrt{\ln x}}$ 4. $\int\dfrac{5x+1}{\sqrt{x^2+2x+7}}dx$ 5. $\int\dfrac{\cos\left(2-5\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}}dx$ 6. $\int(1-3x)\cos 5xdx$

7. $\int\operatorname{arctg}2\sqrt{x}dx$ 8. $\int e^{-x}\cos 5xdx$ 9. $\int x^2\ln(x+3)dx$ 10. $\int\dfrac{\cos(\ln 3x+4)}{2x}dx$ 11. $\int(2-x)\ln\sqrt[3]{x}dx$

12. $\int(x^2+3x-1)3^{5x}dx$ 13. $\int 3x\sin^2\dfrac{x}{3}dx$ 14. $\int(8x-3)\cos\dfrac{x}{4}dx$ 15. $\int\left(\sqrt{7}-5x\right)\sin xdx$

16. $\int(x-1)^3\ln^2(x-1)dx$ 17. $\int\dfrac{arctg2x+x}{1+4x^2}dx$ 18. $\int\dfrac{9(\sin x+\cos x)}{(\cos x-\sin x)^5}dx$ 19. $\int\dfrac{x^5-x^4-4x^3+13x}{x(x-1)(x-2)}dx$

20. $\int\dfrac{2x^3-6x^2+7x-4}{(x+1)(x-2)^2}dx$ 21. $\int\dfrac{x^3+2x^2+2x+1}{(x^2+1)(x^2+x+2)}dx$ 22. $\int\sin^4 2x\cos^3 2xdx$ 23. $\int\sin^2 x\cos^2 3xdx$ 24. $\int\dfrac{dx}{(4-x^2)\sqrt{3+x^2}}dx$ 25. $\int\dfrac{dx}{\sqrt[3]{x+4}-5}$

Определенный интеграл

Задания для проверки компетенции ОПК-4

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.
3. Найти объем тела, образованного вращением фигур. Для нечетных вариантов – относительно оси 0x, для четных вариантов – относительно оси 0y.
4. Вычислить длины дуг кривых:

а) заданных уравнениями в прямоугольной системе координат;

б) заданных уравнениями в полярных координатах – для четных вариантов, уравнениями в параметрической форме – для нечетных вариантов.

5. Вычислить площади поверхности, образованной при вращении вокруг оси 0x кривой.

6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

Условия задач

1) $y = x^2/2$, $y = 1/(1+x^2)$

2) $r = \sin^3\varphi$

3) $x^2 = 2y$, $y = |x|$

4а) $y = e^x$, $0 \le x \le \ln 5$

4б) $r = 3(1-\sin\varphi)$ $-\pi/2 \le \varphi \le -\pi/6$

5) $y = 1/x$, $3 \le x \le 4$

6) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(2x-1)\sqrt{x^2-1}}$, $\int_0^1 x\ln^2 x dx$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.