Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 12.10.2023 17:28:14
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

УТВЕРЖДАЮ
Директор
Полиграфического института
_____ /И.В. Нагорнова/
«30» июня 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Высшая математика»

Направление подготовки
22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов»

Профиль подготовки
«Материаловедение и цифровые технологии»

Квалификация (степень) выпускника:
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва 2022 г.

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки бакалавров 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов (уровень бакалавриата)», профиль подготовки «Материаловедение и цифровые технологии».

Программу составили:
проф., д.ф.-м.н. _____/В.Н. Самохин/
доц., к.ф.-м. н. _____/Е.А. Коган/

Программа утверждена на заседании кафедры «Математика»
«_31_» 05. 2022 г., протокол № 11

Ио зав кафедрой «Математика»
к.ф.-м.н. _____/Н.В. Васильева/

Программа согласована с руководителем образовательной программы «Материаловедение и цифровые технологии»

_____ /Л.Ю. Комарова /

«_____» _____ 2022 г.

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Высшая математика» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Высшая математика» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Высшая математика» относится к обязательной части блока 1 блока Б1. Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

В обязательной части:

- физика;
- теоретическая механика;
- метрология, стандартизация, сертификация;
- обработка результатов эксперимента;
- современные программные средства моделирования процессов и объектов;
- экономика и организация производств;
- электротехника и электроника.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

- теоретические основы переработки текстовой информации в автоматизированных системах;
- физика и химия материалов и технологических процессов.

В части: элективные дисциплины:

- тепло- и массоперенос в материалах;
- цифровизация процессов производства продукции.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1	Способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания	ИОПК-1.1 Решает задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. ИОПК-1.2 Использует основные законы дисциплин инженерно-механического модуля. ИОПК-1.3 Владеет методами математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования процессов для эффективного решения задач в сфере профессиональной деятельности.
ОПК-4	Способен проводить измерения и наблюдения в сфере профессиональной деятельности, обрабатывать и представлять экспериментальные данные.	ИОПК-4.1. Проводит измерения и наблюдения, обрабатывает экспериментальные данные и представляет их в аналитической или иной форме, удобной для последующей обработки. ИОПК-4.2. Обрабатывает результаты научно- исследовательской деятельности, используя стандартное оборудование, приборы и материалы. Владеет техникой экспериментирования с использованием пакетов компьютерных программ.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **7** зачетных единиц, т.е. **252** академических часа (из них **108** часов – самостоятельная работа студентов).

Разделы дисциплины «Высшая математика» изучаются на первом курсе.

При этом в первом семестре выделяются **3,5** зачетных единиц, т.е. **126** академических часов (из них **72** часа – самостоятельная работа студентов), во втором семестре – **3,5** зачетных единицы **(126** академических часов, из них **72** часов – самостоятельная работа студентов).

Первый семестр: лекции – **18** часов, практические занятия – **36** часов, форма контроля - экзамен.

Второй семестр: лекции –**18** часов, практические занятия – **36** часов, форма контроля – экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Высшая математика» по срокам и видам работы отражены в Приложении 1.

Содержание разделов дисциплины

Первый семестр

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1.1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

Тема 1.2. Обратная матрица.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Решение однородных систем линейных уравнений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 2.1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

Тема 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

Тема 2.3. Линейные пространства. Базис. Аналитическая геометрия на плоскости.

Раздел 3. Элементы математического анализа

Тема 3.1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Тема 3.2. Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Тема 3.3. Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

Тема 3.4. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 3.5. Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Тема 3.6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

Тема 3.7. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 4.1. Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

Тема 4.2. Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

Второй семестр

Раздел 5. Интегральное исчисление

Тема 5.1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. Метод интегрирования с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 5.2. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с

переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.

Приложения определенного интеграла в геометрии (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов).

Тема 5.3. Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 6.1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах.

Тема 6.2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Тема 6.3. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение. Фундаментальная система решений. Метод Лагранжа вариации постоянных.

Тема 6.4. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида.

Тема 6.5. Нормальная система дифференциальных уравнений. Векторная запись нормальной системы. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Высшая математика» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;
- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих;
- организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;
- использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;
- итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обу-

чающихся и содержанием дисциплины «Высшая математика» и в целом по дисциплине составляет 43% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 33 % от объема аудиторных занятий.

Проведение занятий предусматривается также в online.mospolytech.ru на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:

Дисциплина	Маршрут
Математика (линейная и векторная алгебра)	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=3368
Интегральное исчисление функций одной переменной	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=3781
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=3362
Элементы математического анализа - 1	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=313
Дифференциальные уравнения	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=4396

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения на первом и втором курсах используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

в первом семестре

- две расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа №1 по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии. Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.
- Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.
- Решение задач аналитической геометрии на плоскости.

Расчетно-графическая работа №2 по математическому анализу.
Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Предел числовой последовательности, предел функции;
- Исследование функции на непрерывность;
- Вычисление производных функции;
- Исследование функции, построение графиков;

во втором семестре

- две расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа № 3 по интегральному исчислению.
Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Методы интегрирования. Вычисление неопределенных интегралов.
- Приложения определенных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов.

Расчетно-графическая работа № 4 по обыкновенным дифференциальным уравнениям.
Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

- Решение дифференциальных уравнений первого порядка и приводящихся к ним.
- Решение дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Высшая математика»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
ОПК-1	Способностью решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания
индикатор достижения компетенции	ИОПК-1.1 Решает задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания ИОПК-1.2 Использует основные законы дисциплин инженерно-механического модуля.
ОПК-4	Способностью проводить измерения и наблюдения в сфере профессиональной деятельности, обрабатывать и представлять

	экспериментальные данные в форме, удобной для последующей обработки.
индикатор достижения компетенции	ИОПК-4.1. Проводит измерения и наблюдения, обрабатывает экспериментальные данные и представляет их в аналитической или иной форме, удобной для последующей обработки. ИОПК-4.2. Обрабатывает результаты научно- исследовательской деятельности, используя стандартное оборудование, приборы и материалы. Владеет техникой применения компьютерных программ.

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

ОПК-1 Способность решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания

Показатель	**Критерии оценивания**			
	2	**3**	**4**	**5**
знать: принципиальные особенности моделирования математических, физических процессов, предназначенные для конкретных технологических процессов.	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки

уметь: ИОПК-1.2 Использовать основные законы дисциплин инженерно-механического модуля. ИОПК-1.1 Решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению типовых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение типовых задач, умение пользоваться вероятностно-статистическими методами. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению типовых задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению типовых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
владеть: методами математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования процессов для эффективного решения задач в сфере профессиональной деятельности	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования процессов	Обучающийся владеет методами математического анализа и моделирования в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет методами математического анализа и моделирования, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет методами математического анализа и моделирования, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.
ОПК-4 Способность проводить измерения и наблюдения в сфере профессиональной деятельности, обрабатывать и представлять экспериментальные данные				
знать: основы математического анализа, вероятностные и статистические методы в объеме, предусмотренном программой дисциплины	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике и вероят-	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе, допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание математических и	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, по-

	ностных моделей, не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	вероятностных моделей. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы	дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	казывает высокий уровень теоретической подготовки
уметь: применять методы математического анализа и вероятностно-статистические методы для постановки и решения прикладных задач	Обучающийся показывает несформированность умений применять теорию к решению профессиональных задач, допускает грубые ошибки при решении или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом, абсолютно не учитывает границы применимости математической модели	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие умений применения математических методов для решения профессиональных задач. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, в решении не учитываются границы применимости моделей.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие умений применения математических методов для решения профессиональных задач повышенной сложности. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять математическую теорию к решению профессиональных задач повышенной сложности, правильно и полно строить решения математических задач, учитывет границы применимости математической модели. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в нестандартных ситуациях.
владеть: способностью сочетать теоретические знания с накопленными практическими навыками построения математических моделей для решения инженерных задач	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов	Обучающийся владеет методами построения математической модели профессиональных задач в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситу-	Обучающийся частично владеет методами построения математической модели профессиональных задач, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации, интерпретации	Обучающийся в полном объеме владеет методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.

		ациях или при интерпретации полученных результатов	полученных результатов.	

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	**Описание**
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации,** предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации,** предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации,** предусмотренные программой дисциплины. Сту-

	дент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации,** предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2015. - 444 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/71994 - Загл. с экрана.]

дополнительная литература:

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. В 2-х томах. М.: Интеграл - Пресс, 2009. 180 экз.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х томах. Т.1 -13-е изд., стер. СПб.: Изд-во «Лань», 2019. 608 с. Т.2 13-е изд., стер. СПб.: Изд-во «Лань», 2019. 800 с. Т.3 – 10-е изд., стер. СПб.: Изд-во «Лань». стер 2019. 656 с.
3. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. М.: МГИУ, 2012. 400 экз. https://e.lanbook.com/
4. Миносцев В.Б., Мартыненко А.И., Ляховский В.А., Зубков В.Г. Курс высшей математики: Учебное пособие. Часть 1.М.: МГИУ, 2007; Часть

2.М.: МГИУ, 2007. Часть 3. М.: МГИУ, 2011. 400 экз. https://e.lanbook.com/
5. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике, 12-ое изд. М.: Айрис-Пресс, 2013.
6. Курс лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. // Кудрявцев Б.Ю., Матяш В.И., Показеев В.В., Черкесова Г.В.. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.
7. Математический анализ. Теория пределов и дифференциальное исчисление: основные положения теории, методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Короткова Н.Н., Ткаченко О.И. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.
8. Куликов, В.С. Руководство по математике для проведения практических занятий и самостоятельной работы обучающийся в : по спец. 261202.65, 261201.65, 150601.65,, 220501.65, 230102.65. 1 семестр. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / В.С. Куликов, И.А. Джваршейшвили, М.Я. Спиридонов. М-во образования и науки РФ, МГУП. – М. : МГУП, 2010. – 182 с.
9. Коган Е.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление в приложении к расчёту автомобильных конструкций. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей. /Е.А. Коган. М.: МАМИ, 2010. - 294 с. http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (*http://mospolytech.ru/index.php?id=4486*);

Варианты контрольных заданий по дисциплине представлены на сайтах: *http://i-exam.ru*, *http:// fepo.ru*.

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

http://exponenta.ru, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm.*

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:
www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы, представленные на сайте электронно-библиотечной системы Издательства Лань (https://e.lanbook.com/).
http://function-x.ru/tests_higher_math.html Тесты по высшей математике.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронным библиотекам университета

(elib.mgup; lib.mami.ru/lib/content/elektronyy-katalog).

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Раздел: элементы линейной алгебры

Матрицы и определители. Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$.Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A^{-1}A = E$ (должна получиться единичная матрица)

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителей с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произволь-

ных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел: Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.

Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел: элементы математического анализа

При изучении дифференциального исчисления функции одной переменной обратите внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределенности $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty, 1^{\infty}\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталя, различные приемы раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал - это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции).

Обратите внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.

Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

Раздел: дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

При изучении данного раздела обратите внимание на то, что функция двух переменных имеет наглядный геометрический смысл – это поверхность в трехмерном пространстве

Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала и особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления

производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции $z = z(x, y)$ смешанные частные производные второго порядка равны между собой: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ (теорема Шварца), то есть порядок дифференцирования не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента. Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

Раздел: интегральное исчисление

В интегральном исчислении решается задача, обратной той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении необходимо найти для данной функции $f(x)$ такую функцию, производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций – достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент «возьмет» достаточно большое количество интегралов разного типа.

Надо твердо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям, приемы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определенных, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов – построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.

Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определенных интегралов – формулу Ньютона – Лейбница, геометрические и физические приложения определенных и кратных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объем и площадь поверхности тел вращения.

Раздел: Обыкновенные дифференциальные уравнения

Изучение дифференциальных уравнений имеет важнейшее значение в математической подготовке инженера. Объясняется это тем, что дифференциальные уравнения представляют собой математические модели самых разнообразных процессов и явлений, так как их решения позволяют описать эволюцию изучаемого процесса, характер происходящих с материальной системой изменений в зависимости от первоначального состояния системы.

Отличительное свойство дифференциальных уравнений состоит в том, что при их интегрировании обычно получается бесчисленное множество решений. Для уравнения первого порядка это множество описывается одной произвольной постоянной. Чтобы выделить из бесконечного множества решений то, которое описывает именно данный процесс, необходимо задать дополнительную

информацию, например, знать начальное состояние процесса. Такое дополнительное условие называется начальным условием.

Для дифференциальных уравнений первого порядка следует различать общее, частное и особое решения, а также общий, частный и особый интегралы.

При интегрировании уравнений первого порядка надо прежде всего определить тип уравнения, а затем уже применить тот или иной метод решения. Надо обязательно освоить процедуру приведения уравнения первого порядка к уравнению с разделенными переменными, так как именно такие уравнения можно непосредственно интегрировать.

В теме, посвященной линейным дифференциальным уравнениям второго порядка, надо знать теоремы о структуре общего решения однородных и неоднородных уравнений, так как они указывают путь построения общего решения. Обратить внимание на то, что решение линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами не требует интегрирования, а сводится к чисто алгебраической проблеме нахождения корней соответствующего характеристического уравнения. Надо знать вид частных решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Надо четко уяснить алгоритм построения частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом подбора (методом неопределенных коэффициентов), обратив внимание на то, что в этом случае вид частных решений неоднородного уравнения соответствует по структуре заданной правой части.

При изучении данного раздела важно не только обучить студентов уверенным навыкам решения дифференциальных уравнений, но и разъяснять физический смысл уравнений и получающихся решений.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по

дисциплине, сроках ёе проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Приложение 1

Структура и содержание дисциплины «Высшая математика»
по направлению подготовки
22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов»
Профиль подготовки
Профиль **«Материаловедение и цифровые технологии»**
(Бакалавр)
Очная форма обучения

n/n	Раздел защитные технологии	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы аттестации	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Первый семестр															
1.1	**Введение. Раздел 1. Элементы линейной алгебры .** Матрицы и определители. Операции над матрицами. Транспонированная матрица. Определители, их свойства и вычисления. ***Выдача заданий РГР № 1 по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии.***	1	1	2	2		4				+				
1.2	Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.	1	2		2		4								

1.3	Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса.	1	3	2	2		4								
1.4	Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Однородные системы линейных алгебраических уравнений	1	4		2		4								
1.5	**Раздел 2. Элементы векторной алгебры.** Линейные операции над векторами, их свойства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. **Самостоятельная работа №1 на семинаре**	1	5	2	2		4						+		
1.6	Линейные пространства. Базис. Аналитическая геометрия на плоскости.	1	6		2		4								
1.7	**Раздел 3. Элементы математического анализа.** Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. **Выдача заданий РГР № 2 по математическому анализу.**	1	7	2	2		4				+				
1.8	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие	1	8		2		4								

	неопределенностей различного типа														
1.9	Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.	1	9	2	2		4								
1.10	Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций.	1	10		2		4								
1.11	Дифференцирование обратных функций, функций, заданных неявно, параметрически, логарифмическое дифференцирование. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков.	1	11	2	2		4								
1.12	Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.	1	12		2		4								
1.13	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.	1	13	2	2		4								
1.14	Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	1	14		2		4						+		

	Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. **Самостоятельная работа № 2 на семинаре**														
1.15	**Раздел 4. Функции нескольких переменных.** Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных	1	15	2	2		4								
1.16	Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца. Производная по направлению. Градиент.	1	16		2		4								
1.17	Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.	1	17	2	2		4								
1.18	Обзорное практическое занятие	1	18		2		4								
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине в первом семестре			**18**	**36**		**72**				**2 РГР**		**2 сам. раб.**		
Второй семестр															
2.1	**Раздел 5. Интегральное исчисление** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования.	2	1	2	2		4				+				

	Выдача заданий РГР № 3 по интегральному исчислению														
2.2	Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям	2	2		2		4								
2.3	Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.	2	3	2	2		4								
2.4	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Условия интегрируемости. Свойства определенного интеграла. Существование первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле	2	4		2		4								
2.5	Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур).	2	5	2	2		4								
2.6	Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление длины кривой, объемов).	2	6		2		4								
2.7	Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства.	2	7	2	2		4								
2.8	Задачи, приводящие к понятию кратных интегралов их свойства. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. **Самостоятельная работа № 3 на семинаре**	2	8		2		4						+		
2.9	**Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения**	2	9	2	2		4								

	Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений (д.у.) первого порядка. Задача Коши, теорема существования и единственности ее решения Понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов. Геометрический смысл общего интеграла д.у 1-го порядка														
2.10	Решение д.у. первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными, однородных д.у. **Выдача заданий РГР № 6 *по д.у.***	2	10		2		4								
2.11	Линейные д.у. первого порядка Метод вариации произвольной постоянной, метод произведений Бернулли.	2	11	2	2		4								
2.12	Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование уравнений методом понижения порядка	2	12		2		4								
2.13	Линейные однородные дифференциальные уравнения. Общие свойства решений. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения	2	13	2	2		4								
2.14	Построение фундаментальной системы решений для однородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение	2	14		2		4								
2.15	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью . специального вида. Метод под-	2	15	2	2		4								

	бора частного решения														
2.16	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.	2	16		2		4								
2.17	Нормальная система дифференциальных уравнений. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. **Самостоятельная работа № 4 на семинаре**	2	17	2	2		4						+		
2.18	Обзорное практическое занятие	2	18		2		4								
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине во втором семестре			**18**	**36**		**72**				**2 РГР**		**2 сам раб**		
	Всего часов по дисциплине на первом курсе			**36**	**72**		**144**				**4 РГР**		**4 сам раб**		

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки 22.03.01
«МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ И ТЕХНОЛОГИИ МАТЕРИАЛОВ
Профиль подготовки
«Материаловедение и цифровые технологии»
Форма обучения: очная

Кафедра «Математика»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Высшая математика

Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Описание оценочных средств:
- Экзаменационные билеты
- Комплекты заданий для контрольных работ
- Комплект вопросов
- Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ

Составители:
проф., д.ф.-м.н. В.Н. Самохин,
к.ф.-м.н., доц. Е.А. Коган,

Москва, 2022 год

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

		«Высшая математика»				
		ФГОС ВО 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов» Профиль подготовки **«Материаловедение и цифровые технологии»**				
		В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие **компетенции**:				
КОМПЕТЕНЦИИ			**Перечень компонентов**	**Технология формирования компетенций**	**Форма оценочного средства****	**Степени уровней освоения компетенций**
ИНДЕКС	**ФОРМУЛИРОВКА**	**Индикатор достижения компетенции**				
ОПК – 1	Способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания	ИОПК-1.2 **Знать:** основные законы дисциплин инженерно-механического модуля. **Уметь:** ИОПК-1.1 решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания **владеть:** методами матема-		лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР ЭБ	**Базовый уровень** -владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины; **Повышенный уровень** -свободно владеет изученными математическими методами, способен их творчески применить к задачам повышенной сложности

		тического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования процессов для эффективного решения задач в сфере профессиональной деятельности				
ОПК-4	Способен проводить измерения и наблюдения в сфере профессиональной деятельности, обрабатывать и представлять экспериментальные данные	ИОПК-4.1. Проводит измерения и наблюдения, обрабатывает экспериментальные данные и представляет их. ИОПК-4.2. Обрабатывает результаты научно- исследовательской деятельности, используя стандартное оборудование, приборы и материалы. Владеет техникой экспериментирования с использованием пакетов программ.		лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР ЭБ КР	**Базовый уровень** -владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины; **Повышенный уровень** -свободно владеет изученными математическими методами, способен их творчески применить к задачам повышенной сложности

**- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

Перечень оценочных средств по дисциплине
«Высшая математика»

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

1. Экзаменационные билеты

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации (ПА) по дисциплине «Высшая математика».

1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.
- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

«**Отлично**»- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

«**Хорошо**»- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

«**Удовлетворительно**» - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

«**Неудовлетворительно**» - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся на кафедре математики).

Типовые варианты билетов прилагаются.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Высшая математика»
Образовательные программы 22.03.01 – материаловедение и технологии материалов.
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.
2. Решить матричное уравнение $XB = A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найдите экстремумы функции $y = x^4 - 2x^2$.
4. Найти частные производные второго порядка функции $z = \cos(x^3 - 2xy)$, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
5. Решить задачу Коши: $y' = 2xe^x + y, \quad y(0) = 0.$

Утверждено на заседании кафедры математики « 26 » 04. 2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой _____ /С.Н. Андреев /

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Высшая математика»
Образовательные программы 22.03.01 – материаловедение и технологии материалов.
Курс 1, семестр 2

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$.
3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{5^n}$.
4. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны 3 детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных.
5. Решить уравнение: $y - 2y' + y = 2x.$

Утверждено на заседании кафедры математики « 26 » 04. 2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой _____ /С.Н. Андреев /

Комплекты тестовых заданий и контрольных работ (КР)
Задания для оценки компетенции ОПК-1

по дисциплине Высшая математика
(наименование дисциплины)

1-ый семестр

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ (б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).
Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$ (б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13 \end{cases}$

---

1. Расписать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$

$\vec{x} = \{5, -12, 1\}$, $\vec{p} = \{1, -3, 0\}$, $\vec{q} = \{1, -1, 1\}$, $\vec{r} = \{0, -1, 2\}$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$?

$\vec{a} = \{2, 0, 1\}$, $\vec{b} = \{-2, 3, 1\}$, $\vec{p} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 2$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$

---

1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число e.
2. Найти производную функции $y = \frac{\operatorname{tg} x^2}{7^x + 5}$
3. Даны векторы $\vec{a} = (2;3), \vec{b} = (1;-3), \vec{c} = (-1;3)$. При каком значении α векторы $\vec{p} = \vec{a} + \alpha\vec{b}$, $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{c}$ коллинеарны.

Задания по матанализу

1. Найти производную y'_x:

а) $y = arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y = \left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x - 2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$ г) $x = e^{-t}\cos t$, $y = e^t \cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{arctg} x} \right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

---

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\dfrac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}$ 2. $y=\operatorname{arctg}^2\dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln 2x$

---

1. Построить график: $y=\dfrac{x+4}{x+2}$; $y=\dfrac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$ 4) $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le-\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$

Функции нескольких переменных

Найти частные производные второго порядка, убедиться, что $z''_{xy}=z''_{yx}$

1. $z=e^{x^2-y^2}$, 2. $z=\cos(x^3-2xy)$, 3. $z=\sqrt{y^2-2x}$, 4. $z=\ln(xy-x^2)$, 5. $z=\dfrac{x^2+3y^2}{xy}$, 6. $z=ctg(2x+3y)$, 7. $z=\sin(x^2y)$, 8. $z=e^{x/y}$, 9. $z=x\cos^2 y$, 10. $z=y^2\sin^2 x$.

Найти градиент функции $z=f(x,y)$ в точке $M_0(x_0,y_0)$

1. $z=\dfrac{y^2}{\sqrt{x}}$, $M_0(4,6)$; 2. $z=\dfrac{x^4+3y^2}{4xy}$, $M_0(1,-1)$; 3. $z=\dfrac{y^2}{x^3}$, $M_0(2,-2)$;

4. $z=x^3-3y^2x$, $M_0(3,2)$.

Исследовать на экстремум функцию

1. $z=x^2-x+y^2+2y$, 2. $z=2x^2+xy-x+y^2$,

3. $z=x^2-2x+4y-y^2$, 4. $z=x^2-3x+3y^2+4y$,

5. $z=x^2+y^2+4xy$.

2-ой семестр

Интегралы

Вычислить неопределенные интегралы

1. $\int\dfrac{dx}{2(x+\sqrt{x}}$ 2. $\int x\cdot 2^{-x}dx$ 3. $\int e^x\cos x dx$ 4. $\int\dfrac{dx}{x^2-6x+18}$ 5. $\int x\cos 3x dx$

6. $\int \frac{dx}{x^2+6x+5}$ 7. $\int \frac{x-1}{\sqrt{x+1}+2}dx$ 8. $\int \frac{x+1}{x^2+3}dx$ 9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x}$ 10. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}dx$

Вычислить определенные интегралы

1. $\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x\cos x dx$ 2. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$ 3. $\int_0^1 (x-1)e^x dx$ 4. $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$ 5. $\int_1^6 \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$ 6. $\int_{-2}^2 \frac{1+x^2}{arctgx}dx$ 7. $\int_1^{-4} \frac{dx}{(3x+5)^2}$ 8. $\int_0^1 \frac{x^2+2x}{x^2+1}dx$ 9. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$ 10. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}dx$

Несобственные интегралы

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся $\int_1^\infty \sqrt{x}dx,\ \int_1^\infty x^{-3}dx,\ \int_1^\infty \sqrt{x^5}dx$.

2. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_1^\infty \ln x dx$

4. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}}$, установить его сходимость или расходимость.

5. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

Тестовое задание по обыкновенным дифференциальным уравнениям

(для оценки компетенции ОПК-4, ПК-1)

ЗАДАНИЕ 1.

Установите соответствие между номером уравнения и его типом

1) $xy'+2y=x^4\sin 2x$ 2) $(1+y^2\sin 2x)dx-2y\cos^2 xdy=0$

3) $y'-\frac{4y}{x}=2x\sqrt{y}$ 4) $y\sqrt{3+2x^2}y'=x\sqrt{3+2y^2}$.

- уравнение с разделяющимися переменными,
- линейное дифференциальное уравнение,
- уравнение в полных дифференциалах,
- уравнение Бернулли,
- уравнение, приводящееся к однородному.

ЗАДАНИЕ 2.

Дано уравнение первого порядка $(5xy^2+x^3)dx-(y^2-5x^2y)dy=0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешенному относительно производной.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 3.

Дано дифференциальное уравнение $y'=(2k+3)x^4$, тогда функция $y=2x^5$ является его решением при k, равном:

Ответ	

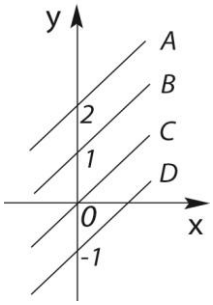
ЗАДАНИЕ 4.

Общий интеграл дифференциального уравнения $y^2dy = \frac{dx}{x^2}$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 5.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy' = y - 1; \quad y(1) = 2.$



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) A 2) B 3) C 4) D.

ЗАДАНИЕ 6.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y'' = x^2 + x.$ Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2$ 2) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + C_1x + C_2$

3) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2$ 4) $y = 6x^4 + 2x^3 + C_1x.$

ЗАДАНИЕ 7.

Решение задачи Коши $y'' = 2x + 1, \quad y(0) = y'(0) = 0$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{x^3}{3} + x^2$ 2) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ 3) $y = \frac{x^3}{6} + x^2$ 4) $y = \frac{x^3}{2} - x.$

ЗАДАНИЕ 8.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $2xy'' - y' = 0,$ тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 9.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y''ctg\,4x + 4y' = 0,$ тогда его общее решение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y = 0{,}25C_1 \sin 4x + C_2$ 2) $y = -C_1 \cos 4x + C_2$

3) $y = C_1 \sin 4x + C_2$ 4) $y = -C_1 \sin 4x + C_2.$

ЗАДАНИЕ 10.

Функция $y = C_1e^x + C_2xe^x$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $k^2 - 1 = 0$ 2) $k^2 - k = 0$ 3) $k^2 + 2k + 1 = 0$ 4) $k^2 - 2k + 1 = 0.$

ЗАДАНИЕ 11.

Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 3y = 0$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 12.

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y''-3y'+2y=2x-1$ по виду его правой части соответствует функция

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y_*=Ax^2+Bx$ 2) $y_*=Ax+B$ 3) $y_*=Ax$ 4) $y_*=Ax^2+Bx+C$. .

ЗАДАНИЕ 13.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $2y''+y'+2y=xe^x\sin 2x$. Записать вид частного решения с неопределенными коэффициентами

Ответ	

ЗАДАНИЕ 14.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $y''+4y=2ctg\,2x$. В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15.

Решение краевой задачи $y''=2x+1,\quad 0\le x\le 3,\quad y(0)=1,\quad y(3)=9/2$

имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-3x+1$ 2) $y=\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{2}-3x+1$ 3) $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-\frac{10}{3}x+1$ 4) $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+\frac{10}{3}x+1$.

ЗАДАНИЕ 16.

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} y_1'=3y_2, \\ y_2'=2y_1-y_2 \end{cases}$

имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{cases} y_1=C_1e^{2x}+C_2e^{-3x}, \\ y_2=\frac{2}{3}C_1e^{2x}-C_2e^{-3x} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1=C_1e^{-2x}+C_2e^{-3x}, \\ y_2=-\frac{2}{3}C_1e^{-2x}-C_2e^{-3x} \end{cases}$

3) $\begin{cases} y_1=C_1e^{2x}+C_2e^{3x}, \\ y_2=\frac{2}{3}C_1e^{2x}+C_2e^{-3x} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y_1=C_1e^{-2x}+C_2e^{3x}, \\ y_2=-\frac{2}{3}C_1e^{2x}+C_2e^{-3x}. \end{cases}$

Комплект вопросов (УО)
для оценки компетенций ОПК-1, ОПК-4, ПК-1

ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.

11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.
18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопиталя.
24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.

26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
2. Линии уровня функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
4. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
5. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
6. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
7. Производная функции нескольких переменных по направлению.
8. Производная по направлению и градиент скалярного поля.
9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
6. Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Универсальная тригонометрическая подстановка.
9. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
11. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
12. Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
13. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
14. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
15. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
16. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
17. Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
18. Вычисление площади поверхности тела вращения.
19. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
20. Несобственные интегралы от разрывных функций.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: определение обыкновенного дифференциального уравнения, формы записи

обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов.

2. Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка.
4. Геометрический смысл общего интеграла обыкновенного д.у. первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.
6. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Дифференциальные уравнения *n*-го порядка. Основные понятия: формы записи, понятия общего и частного решений.
8. Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения *n*-го порядка.
9. Интегрирование дифференциальных уравнений *n*-го порядка методом понижения порядка.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Общие свойства решений: понятия линейно зависимых и линейно независимых решений, определителя Вронского, понятие фундаментальной системы решений,
11. Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, его связь с дифференциальным уравнением.
13. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения второгоо порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.
15. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для правых частей вида

$$f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}, \qquad f(x) = M\cos\beta x + N\sin\beta x,$$

$$f(x) = P(x)e^{\alpha x}\cos\beta x + Q(x)e^{\alpha x}\sin\beta x.$$

16. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.
17. Системы дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы. Понятия общего и частного решений системы. Теорема о приведении дифференциального уравнения *n*-го порядка к нормальной системе. Метод исключения неизвестных.

Комплект заданий для выполнения
расчетно-графических работ (РГР)
для оценки компетенций ОПК-1, ОПК-4
по дисциплине Высшая математика
(наименование дисциплины)

По алгебре
Задания для проверки компетенции ОПК-1

РГР № 1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Выполнить действия: A^2+8B^T.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A+3B)^2-4A^2-6AB=\ldots$ и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB=C$ (найти X). Сделать проверку.

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

РГР № 1, часть 2

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1+4x_2-x_3=-2 \\ 2x_1+2x_2+3x_3=7 \\ 3x_1+6x_2-2x_3=1 \end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1+x_2+2x_3+3x_4=5 \\ 3x_1+2x_2-4x_3-2x_4=1 \\ 5x_1+4x_2+4x_4=11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1+6x_2-9x_3-9x_4=0 \\ 4x_1-5x_3+x_4=0 \\ 3x_1+3x_2-7x_3-4x_4=0 \\ x_1-3x_2+2x_3+5x_4=0 \end{cases}.$$

РГР №1, часть 3

Задание №1. Показать, что векторы $\bar{m},\ \bar{n},\ \bar{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\bar{a}$ по этому базису: $\bar{m}=(1,-1,2),\ \bar{n}=(2,0,3),\ \bar{p}=(-2,-1,1),\ \bar{a}=(5,-4,13).$

Задание №2. Даны векторы $\bar{m}$ и $\bar{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{m}=(28,-8,8),\ \bar{n}=(-21,6,-6),\ \ \bar{a}=2\bar{m}+\bar{n},\ \bar{b}=2\bar{n}-\bar{m}.$$

Задание №3. Найти $|\bar{a}|$, если $|\bar{m}|=6\sqrt{2},\ |\bar{n}|=2,\ (\widehat{\bar{m},\bar{n}})=135^\circ,\ \bar{a}=6\bar{n}-\bar{m}.$

Задание №4. Дан ΔABC. Найти $\angle B$, если $A(1;-1;2), B(3;3;2), C(7;1;2).$

Задание №5. При каких `x` векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны?

$$\bar{a}=(x;1;-4), \bar{b}=(x-3;12;x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{a}=2\bar{m}-5\bar{n}, \bar{b}=\bar{m}+\bar{n}, |\bar{m}|=12, |\bar{n}|=3, (\hat{\bar{m}, \bar{n}})=\frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$$\bar{a}(1;-1;5), \bar{b}(2;4;-2), \bar{c}(3;0;1).$$

По введению в математический анализ
Задания для проверки компетенций ОПК-1, ОПК-4

1. Найти производную y'_x:

а) $y=arctg^3 \ln\frac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y=\left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x-2y)+\frac{x^3}{y}=7x$ г) $x=e^{-t}\cos t,\ y=e^t\cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\text{arctg}x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}$

---

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\text{ctg}7x}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\frac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}$ 2. $y=\text{arctg}^2\frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln 2x$

---

1. Построить график: $y=\frac{x+4}{x+2}$; $y=\frac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$ 4) $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le-\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$

По интегралам

Задания для проверки компетенции ОПК-4

Неопределенный интеграл

Найти интегралы.

1. $\int \frac{\sqrt{\mathrm{tg}x}+3}{\cos^2 x}dx$ 2. $\int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x}dx$ 3. $\int \frac{dx}{2x\sqrt{\ln x}}$ 4. $\int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2+2x+7}}dx$ 5. $\int \frac{\cos\left(2-5\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}}dx$ 6. $\int (1-3x)\cos 5xdx$

7. $\int \mathrm{arctg}2\sqrt{x}dx$ 8. $\int e^{-x}\cos 5xdx$ 9. $\int x^2\ln(x+3)dx$ 10. $\int \frac{\cos(\ln 3x+4)}{2x}dx$ 11. $\int (2-x)\ln\sqrt[3]{x}dx$

12. $\int (x^2+3x-1)3^{5x}dx$ 13. $\int 3x\sin^2\frac{x}{3}dx$ 14. $\int (8x-3)\cos\frac{x}{4}dx$ 15. $\int \left(\sqrt{7}-5x\right)\sin xdx$

16. $\int (x-1)^3\ln^2(x-1)dx$ 17. $\int \frac{arctg2x+x}{1+4x^2}dx$ 18. $\int \frac{9(\sin x+\cos x)}{(\cos x-\sin x)^5}dx$ 19. $\int \frac{x^5-x^4-4x^3+13x}{x(x-1)(x-2)}dx$

20. $\int \frac{2x^3-6x^2+7x-4}{(x+1)(x-2)^2}dx$ 21. $\int \frac{x^3+2x^2+2x+1}{(x^2+1)(x^2+x+2)}dx$ 22. $\int \sin^4 2x\cos^3 2xdx$ 23. $\int \sin^2 x\cos^2 3xdx$ 24. $\int \frac{dx}{(4-x^2)\sqrt{3+x^2}}dx$ 25. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+4}-5}$

Определенный интеграл

Задания для проверки компетенции ОПК-4

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.
3. Найти объем тела, образованного вращением фигур. Для нечетных вариантов – относительно оси 0x, для четных вариантов – относительно оси 0y.
4. Вычислить длины дуг кривых:
   а) заданных уравнениями в прямоугольной системе координат;
   б) заданных уравнениями в полярных координатах – для четных вариантов, уравнениями в параметрической форме – для нечетных вариантов.
5. Вычислить площади поверхности, образованной при вращении вокруг оси 0x кривой.
6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

Условия задач

1) $y=x^2/2$, $y=1/(1+x^2)$ 2) $r=\sin^3\varphi$ 3) $x^2=2y$, $y=|x|$

4а) $y=e^x$, $0\le x\le \ln 5$ 4б) $r=3(1-\sin\varphi)$ $-\pi/2\le\varphi\le-\pi/6$

5) $y=1/x$, $3\le x\le 4$ 6) $\int_1^{\infty}\frac{dx}{(2x-1)\sqrt{x^2-1}}$, $\int_0^1 x\ln^2 xdx$

Обыкновенные дифференциальные уравнения

Задания для проверки компетенции ОПК-4

Решить уравнения:

1. $\sqrt{4+y^2}dx-ydy=x^2ydy$,
2. $2\frac{dy}{dx}=\frac{y^2}{x^2}+\frac{8y}{x}+8$,

3. $\frac{dy}{dx} = \frac{3x+2y+1}{x+1}$,

4. $xe^{y^2}dx + (x^2 ye^{y^2} + tgy)dy = 0$.

Решить задачи Коши для уравнений:

5. $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x^3} - \frac{3y}{x}$, $y(1) = 1$,

6. $4y' + x^3 y = (x^3 + 8)e^{-2x} y^2$, $y(0) = 1$.

Решить уравнения:

7. $y'' + 25y = 2\cos 5x - \sin 5x + e^{5x}$,

8. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{(3+e^{-x})}$.

9. Решить краевую задачу: $y'' + 2y' + 5y = -3\sin 2x$, $y(0) = 1$, $y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$.

Решить системы уравнений:

10. $\begin{cases} z' = y - z, \\ y' = z - y. \end{cases}$ 11. $\begin{cases} y' = 4y - 3z + \sin x, \\ z' = 2y - z - \cos x. \end{cases}$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.