Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 26.09.2025 17:17:30
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета химической технологии и биотехнологии
_____ Ю.В. Данильчук
«12» 07 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Высшая математика»

Направление подготовки
19.03.01 «Биотехнология»

Профиль
«Промышленная биотехнология и биоинженерия»

Квалификация (степень) выпускника:
бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва 2022 г.

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (уровень бакалавриата) по направлению 19.03.01 Биотехнология, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.08.2021 № 736 и основной образовательной программы высшего профессионального образования ООП ВО, разработанной в Московском политехническом университете

Программу составил:
доц., к.ф-м.н. / Е.А. Коган /

Программа утверждена на заседании кафедры «Математика»
«31» 05 2022 г., протокол № 11

Зав. кафедрой «Математика»
д.ф.-м.н. /С.Н. Андреев/

Программа согласована с руководителем образовательной программы
по направлению подготовки 19.03.01 «Биотехнология»

Доцент, к.б.н. _____ /Е.С. Горшина/

«____» _____ 2022 г.

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Высшая математика» следует отнести:
- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Высшая математика» следует отнести:
- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Высшая математика» относится к обязательной блока Б1. Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

В обязательной части:
- физика;
- аналитическая химия и физико – химические методы анализа;
- математическое планирование экспериментов и прикладная статистика;
- теоретическая механика;
- сопротивление материалов.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:
- математическое моделирование биотехнологических процессов и систем;
- электротехника и электроника;
- основы экономики и практика бизнес – планирования в биотехнологии.

В элективных дисциплинах:
- методы сертификации и контроля в биотехнологическом процессе.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен изучать, анализировать, использовать биологические объекты и процессы, основываясь на законах и закономерностях математических, физических, химических и биологических наук и их взаимосвязях	ИОПК-1.1. Знает законы и закономерности математических, физических, химических и биологических наук и их взаимосвязи ИОПК-1.2. Способен изучать и анализировать биологические объекты и процессы ИОПК -1.3. Владеет навыками использования в профессиональной деятельности биологических объектов и процессов
ОПК-7	Способен проводить экспериментальные исследования и испытания по заданной методике, наблюдения и измерения, обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные, применяя математические, физические, физико-химические, химические, биологические, микробиологические методы	ИОПК-7.1. Знает базовые математические, физические, физико-химические, химические, биологические, микробиологические методы, применяемые в биотехнологии ИОПК-7.2. Владеет основными методами экспериментальных исследований и испытаний в биотехнологии ИОПК-7.3. Готов по заданной методике проводить экспериментальные исследования и испытания, наблюдения и измерения, обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **9** зачетных единиц, т.е. **324** академических часа (из них **162** часа – самостоятельная работа студентов).
Разделы дисциплины «Высшая математика» изучаются на первом и втором курсах.
На первом курсе выделяются **6** зачетных единиц, при этом в первом семестре выделяются **3** зачетные единицы, т.е. **108** академических часов, из них **54** часа - на аудиторную работу и **54** часа – на самостоятельную работу студентов, во втором семестре – **3** зачетные единицы **(108** академических часов), из них **54** часа - на аудиторную работу и **54** часа – на самостоятельную работу студентов.
На втором курсе в третьем семестре выделяются **3** зачетные единицы, т.е. **108** академических часов, из них на аудиторную работу - **54** часа и на самостоятельную работу студентов **- 54** часа.
Первый семестр: лекции – **1** час в неделю (**18** часов), практические занятия – **2** часа в неделю (**36** часов), форма контроля - экзамен.
Второй семестр: лекции –**2** часа в неделю (**36** часов), практические занятия – **1** час в неделю (**18** часов), форма контроля – экзамен.
Третий семестр: лекции – **2** часа в неделю (**36** часов), практические занятия – **1** час в неделю (**18** часов), форма контроля - экзамен.
Структура и содержание дисциплины «Высшая математика» по срокам и видам работы отражены в Приложении 1.

Содержание разделов дисциплины

Первый семестр

Введение
Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1.1. Матрицы и определители
Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.
Тема 1.2. Обратная матрица.
Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.
Тема 1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 2.1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

Тема 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

Понятие о комплексных числах. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексных чисел. Арифметические операции над комплексными числами. Извлечение корня из комплексного числа. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.

Тема 4.1. Прямые и плоскости

Различные типы уравнений плоскости и прямой.

Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью.

Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.

Тема 4.2. Кривые второго порядка

Эллипс, парабола, гипербола, их свойства и уравнения. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Выносится на самостоятельное изучение.

Раздел 5. Элементы математического анализа

Тема 5.1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Тема 5.2. Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.

Тема 5.3. Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.
Тема 5.4. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.
Тема 5.5. Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.
Тема 5.6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.
Тема 5.7. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Второй семестр

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 6.1. Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.
Тема 6.2. Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

Раздел 7. Интегральное исчисление

Тема 7.1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования.
Метод интегрирования с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям.
Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.
Тема 7.2. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.
Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов.

Тема 7.3. Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.
Тема 7.4. Задачи, приводящие к понятиям кратных интегралов. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление двойных интегралов повторным интегрированием. Приложения кратных интегралов в геометрии и механике.

Раздел 8. Числовые и функциональные ряды

Тема 8.1. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Свойства числовых рядов. Знакоположительные ряды. Гармонический ряд. Признаки сравнения.
Методы исследования сходимости положительных рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.
Тема 8.2. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Обобщенные признаки Даламбера и Коши.
Тема 8.3. Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
Тема 8.4. Ряды Тейлора и Маклорена. Условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение некоторых функций в ряд Тейлора. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.

Третий семестр

Раздел 9. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Введение. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл общего интеграла.
Уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, уравнения в полных дифференциалах.
Линейные д.у. первого порядка и уравнения Бернулли. Решение линейных уравнений методом вариации произвольной постоянной, методом произведений Бернулли.
Тема 9.2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального уравнения n-го порядка. Общее и частное решения. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка.
Тема 9.3. Линейные однородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка, ее построение для уравнений с постоянными коэффициентами.

Характеристическое уравнение. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения n – го порядка в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n – го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов) для различных специальных видов правой части.
Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.
Тема 9.4. Краевые задачи. Задачи на собственные значения.

Тема 9.5. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Нормальные системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Решение линейных однородных и неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Раздел 10. Теория вероятностей

Тема 10.1. Введение. Элементы комбинаторики. Правила суммы и произведения комбинаторики. Соединения (размещения, перестановки, сочетания).
Предмет теории вероятностей. Виды случайных событий. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности появления события.
Тема 10.2. Алгебра событий. Теоремы сложения вероятностей для несовместных и совместных событий, теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Формулы полной вероятности, Бейеса и Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
Тема 10.3. Случайные величины. Понятие закона распределения дискретной случайной величины и способы его описания. Основные законы распределения дискретной случайной величины (гипергеометрический, биномиальный, распределение Пуассона).
Тема 10.4. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайных величин, их вероятностный смысл и свойства.
Тема 10.5. Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения. Плотность вероятностей. Связь между интегральной функцией распределения и плотностью вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
Основные законы распределения непрерывных случайных величин. Равномерный, показательный законы. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на произвольный конечный интервал, на интервал, симметричный относительно среднего значения. Правило трех сигм.
Тема 10.6. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.

Раздел 11. Математическая статистика

Тема 11.1. Основные задачи математической статистики. Выборочный метод. Генеральная совокупность и выборка. Типы выборок. Статистическое распределение выборки. Построение эмпирической функции распределения выборки, полигона и гистограммы относительных частот.
Тема 11.2. Точечные оценки параметров распределения. Требования к оценкам: несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочная средняя. Выборочная и исправленная дисперсии. Упрощенные методы расчета статистических характеристик выборки.
Интервальные оценки. Доверительный интервал для математического ожидания при известном среднем квадратическом отклонении. Распределение Стьюдента. Доверительный интервал для выборочной средней при неизвестном среднем квадратическом отклонении. Случай малой выборки.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Высшая математика» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

– защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;

- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.

– организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;
– использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;
итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.
Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Высшая математика» и в целом по дисциплине составляет 50% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 56 % от объема аудиторных занятий.
Проведение занятий предусматривается также в online.mospolytech.ru на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:

Дисциплина	Маршрут
Математика (линейная и векторная алгебра)	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=3368
Интегральное исчисление функций	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=3781

одной переменной	
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=3362
Ряды	https://lms.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3377
Элементы математического анализа – 1	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=313
Дифференциальные уравнения	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=4396
Теория вероятностей	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=573
Математическая статистика	https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=720

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения на первом и втором курсах используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

в первом семестре

- две расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа №1 по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии. Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Первый этап.

Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.

Второй этап.

Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.

Расчетно-графическая работа №2 по математическому анализу.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Предел числовой последовательности, предел функции.

Исследование функции на непрерывность.

Вычисление производных функции.

Исследование функции, построение графиков.

Во втором семестре

- три расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа № 3 по функциям нескольких переменных.

Краткое содержание расчетно-графической работы:

Функции нескольких переменных. Частные производные. Производные от сложных функций. Производная по направлению и градиент. Экстремум функции двух переменных.

Расчетно-графическая работа № 4 по интегральному исчислению.
Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:
Первый этап:
Методы интегрирования. Вычисление неопределенных интегралов.
Второй этап:
Приложения определенных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов.

Расчетно-графическая работа № 5 по рядам.
Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:
Первый этап:
Исследование сходимости числовых рядов.
Второй этап:
Исследование сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.

В третьем семестре
- три расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа № 6 по дифференциальным уравнениям.

Краткое содержание расчетно-графической работы:
Методы решений дифференциальных уравнений различного типа.

Расчетно-графическая работа № 7 по теории вероятностей и математической статистике.
Краткое содержание расчетно-графической работы:
Определение вероятностей случайных событий, законов распределения дискретных и непрерывных случайных величин и их числовых характеристик.
Построение эмпирической функции распределения выборки, полигона и гистограммы относительных частот.
Расчет статистических характеристик выборки.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Высшая математика»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.
В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код Компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
ОПК-1	Способен изучать, анализировать, использовать биологические объекты и процессы, основываясь на законах и закономерностях математических, физических, химических и биологических наук и их взаимосвязях
ОПК-7	ОПК-7. Способен проводить экспериментальные исследования и испытания по заданной методике, наблюдения и измерения, обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные, применяя математические, физические, физико-химические, химические, биологические, микробиологические методы

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. **Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания**

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

ОПК-1 Способен изучать, анализировать, использовать биологические объекты и процессы, основываясь на законах и закономерностях математических, физических, химических и биологических наук и их взаимосвязях				
Показатель	**Критерии оценивания**			
	2	**3**	**4**	**5**
ИОПК-1.1. Знает законы и закономерности математических, физических, химических и биологических	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и

наук и их взаимосвязи	аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки
ИОПК-1.2. Способен изучать и анализировать биологические объекты и процессы	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться вероятностно-статистическими методами. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
ИОПК -1.3. Владеет навыками использования в профессиональной деятельности биологических объектов и процессов	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении	Обучающийся частично владеет математическими методами, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет математическими методами, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

		навыков в новых ситуациях.		
ОПК-7	ОПК-7. Способен проводить экспериментальные исследования и испытания по заданной методике, наблюдения и измерения, обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные, применяя математические, физические, физико-химические, химические, биологические, микробиологические методы			
ИОПК-7.1. Знает базовые математические, физические, физико-химические, химические, биологические, микробиологические методы, применяемые в биотехнологии	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки
ИОПК-7.3. Готов по заданной методике проводить экспериментальные исследования и испытания, наблюдения и измерения, обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться вероятностно-статистическими методами. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
ИОПК-7.2.	Обучающийся не	Обучающийся	Обучающийся	Обучающийся

Владеет основными методами экспериментальных исследований и испытаний в биотехнологии	владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач	владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	частично владеет математическими методами, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	в полном объеме владеет математическими методами, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	**Описание**
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.

Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х томах. Т.1 -13-е изд., стер. СПб.: Изд-во «Лань», 2019. 608 с. Т.2 13-е изд., стер. СПб.: Изд-во «Лань», 2019. 800 с. Т.3 – 10-е изд., стер. СПб.: Изд-во «Лань». 2019. 656 с.
2. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. М.: МГИУ, 2012. 400 экз. https://e.lanbook.com/ ГМ курс

дополнительная литература:

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. В 2-х томах. М.: Интеграл - Пресс, 2009. 180 экз.
2. Курс лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. // Кудрявцев Б.Ю., Матяш В.И., Показеев В.В., Черкесова Г.В.. М.: МГТУ «МАМИ», 2009.
http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.
3. Математический анализ. Теория пределов и дифференциальное исчисление: основные положения теории, методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Короткова Н.Н., Ткаченко О.И. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.
4. Миносцев В.Б., Мартыненко А.И., Ляховский В.А., Зубков В.Г. Курс высшей математики: Учебное пособие. Часть 1.М.: МГИУ, 2007; Часть 2.М.: МГИУ, 2007. Часть 3. М.: МГИУ, 2011. 400 экз. https://e.lanbook.com/
5. Коган Е.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и операционное исчисление. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов всех специальностей. М. 2006. 693 экз.
6. Коган Е.А. Элементы теории вероятностей и математической статистики. Учебное пособие по дисциплине «Математика» для студентов, обучающихся по специальности «Автомобиле- и тракторостроение. М. 2007. 423 экз.

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (*http://mospolytech.ru/index.php?id=4486*);
Варианты контрольных заданий по дисциплине представлены на сайтах: *http://i-exam.ru*, *http:// fepo.ru*.
Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:
http://exponenta.ru, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm.*
Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:
www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы, представленные на сайте электронно-библиотечной системы Издательства Лань (https://e.lanbook.com/).
http://function-x.ru/tests_higher_math.html Тесты по высшей математике.
http://pmims.000webhostapp.com/xbookM0018/index.html Видеокурс и тесты по теории вероятностей и математической статистике.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.
Для проведения учебных занятий используются:
- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, в том числе, оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения аудиторных занятий (проектор, ноутбук, микрофон и т.д.);
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Раздел: элементы линейной алгебры

Матрицы и определители. Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.
Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$.Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.
Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A^{-1}A = E$ (должна получиться единичная матрица)
При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителей с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел: Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.
Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел: комплексные числа

В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексное число явилось расширением понятия действительных чисел, знать определение и три формы записи комплексного числа, геометрическую интерпретацию комплексного числа и взаимно-однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов
Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n-ой степени из комплексного числа.
Обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел.

Раздел: элементы математического анализа

При изучении дифференциального исчисления функции одной переменной обратите внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределенности $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty, 1^{\infty}\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталя, различные приемы

раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал - это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции).

Обратите внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.

Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

Раздел: дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

При изучении данного раздела обратите внимание на то, что функция двух переменных имеет наглядный геометрический смысл – это поверхность в трехмерном пространстве

Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала и особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции $z = z(x, y)$ смешанные частные производные второго порядка равны между собой: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ (теорема Шварца), то есть порядок дифференцирования не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента. Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

Раздел: интегральное исчисление

В интегральном исчислении решается задача, обратной той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении необходимо найти для данной функции $f(x)$ такую функцию, производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций – достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент «возьмет» достаточно большое количество интегралов разного типа. Надо твердо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям,

приемы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определенных, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов – построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.

Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определенных интегралов – формулу Ньютона – Лейбница, геометрические и физические приложения определенных и кратных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объем и площадь поверхности тел вращения.

Раздел: числовые и функциональные ряды

При изучении данной темы, прежде всего, надо осмыслить понятие суммы бесконечного ряда как предела последовательности частичных сумм.

Необходимо сначала научиться классифицировать ряды по типам: числовые положительные, знакопеременные, функциональные, степенные, тригонометрические ряды Фурье. Изучить теоретические сведения: теоремы сравнения, необходимые и достаточные признаки сходимости. Знать и уметь применять достаточные признаки сходимости положительных рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.

Для знакочередующихся рядов обратить внимание на понятия абсолютной и условной сходимости. Знать признак Лейбница и обобщенные признаки Даламбера и Коши.

Для степенных рядов знать теорему Абеля, определение интервала и радиуса сходимости, обратить внимание на то, что требуется исследование поведения ряда в граничных точках интервала сходимости. Обязательно знать разложения основных элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена и условие разложимости функции в ряд Тейлора.

Раздел: обыкновенные дифференциальные уравнения

Изучение дифференциальных уравнений имеет важнейшее значение в математической подготовке инженера. Объясняется это тем, что дифференциальные уравнения представляют собой математические модели самых разнообразных процессов и явлений, так как их решения позволяют описать эволюцию изучаемого процесса, характер происходящих с материальной системой изменений в зависимости от первоначального состояния системы.

Отличительное свойство дифференциальных уравнений состоит в том, что при их интегрировании обычно получается бесчисленное множество решений. Для уравнения первого порядка это множество описывается одной произвольной постоянной. Чтобы выделить из бесконечного множества решений то, которое описывает именно данный процесс, необходимо задать дополнительную информацию, например, знать начальное состояние процесса. Такое дополнительное условие называется начальным условием.

Задача интегрирования дифференциального уравнения первого порядка совместно с начальным условием называется начальной задачей или задачей Коши.
Для дифференциальных уравнений первого порядка следует различать общее, частное и особое решения, а также общий, частный и особый интегралы.
При интегрировании уравнений первого порядка надо прежде всего определить тип уравнения, а затем уже применить тот или иной метод решения. Надо обязательно освоить процедуру приведения уравнения первого порядка к уравнению с разделенными переменными, так как именно такие уравнения можно непосредственно интегрировать.
Для дифференциальных уравнений n – го порядка обязательно знать постановки задачи Коши, краевой задачи, задачи на собственные значения.
В теме, посвященной линейным дифференциальным уравнениям n – го порядка, надо знать теоремы о структуре общего решения однородных и неоднородных уравнений, так как они указывают путь построения общего решения. Обратить внимание на то, что решение линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами не требует интегрирования, а сводится к чисто алгебраической проблеме нахождения корней соответствующего характеристического уравнения. Надо знать вид частных решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
Надо четко уяснить алгоритм построения частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом подбора (методом неопределенных коэффициентов), обратив внимание на то, что в этом случае вид частных решений неоднородного уравнения соответствует по структуре заданной правой части.

Раздел: теория вероятностей

Для успешного овладения материалом данного раздела необходимо, прежде всего, четко усвоить основные понятия теории вероятностей, очень широко используемые в различных приложениях: понятие случайного события и его вероятности, суммы и произведения событий, понятия случайной величины и закона ее распределения, математического ожидания и дисперсии случайной величины.
Надо понять, что вероятность – это числовая мера степени возможности появления случайного события. Знать классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности, связь и различие между ними. Несмотря на внешнюю простоту классической формулы определения вероятности случайного события A: $P(A) = m/n$, непосредственный подсчет числа n всевозможных исходов испытания и m - числа благоприятных исходов требует применения формул комбинаторики. При этом в каждой конкретной задаче надо проанализировать, какой тип соединений возникает, когда из некоторого множества элементов извлекается другое подмножество (это могут

быть размещения, перестановки или сочетания). При вычислении вероятностей сложных событий надо уметь представить их в виде суммы или произведения (или суммы произведений) простых событий и применить соответствующие основные теоремы теории вероятностей.

Надо четко различать типы случайных величин – дискретные и непрерывные и знать основные законы их распределения (биномиальный, Пуассона, гипергеометрический, особенно, нормальный закон распределения).

Для описания законов распределения непрерывных случайных величин применяют интегральную функцию распределения вероятностей случайной величины $F(x)$ и плотность вероятностей $f(x)$. Надо усвоить определения, вероятностный смысл и свойства этих функций, связь между ними и расчетные формулы для их определения.

Надо знать определение, расчетные формулы и вероятностный смысл основных числовых характеристик случайной величины – математического ожидания (среднего значения) и дисперсии (характеристики разброса возможных значения случайной величины относительно среднего значения).

Раздел: математическая статистика

При изучении математической статистики надо понять, что она теснейшим образом связана с теорией вероятностей, и большинство ее выводов базируется на предельных теоремах теории вероятностей.

Все характеристики, изучаемые в курсе математической статистики, являются статистическими аналогами соответствующих характеристик, рассматриваемых в теории вероятностей, полученными на основе ограниченного числа опытных данных. Но, если, например, математическое ожидание и дисперсия случайной величины, изучаемые в теории вероятностей, являются характерными неслучайными числами, то их статистические аналоги – выборочная средняя и выборочная (или исправленная) дисперсия являются случайными величинами, зависящими от объема и типа выборки и различными для разных выборок.

Надо обязательно знать и уметь вычислять точечные оценки неизвестных параметров распределения случайной величины - выборочную среднюю и выборочную (или исправленную) дисперсию, так как любая статистическая обработка сводится, прежде всего, к нахождению именно этих характеристик.

Следует обратить внимание на то, что эти оценки являются приближенными, особенно для выборок малого объема, и для суждения о точности и надежности этих оценок надо уметь применять интервальные оценки и знать методику построения доверительных интервалов.

Следует также обратить внимание на постановку и решение задачи проверки правдоподобия статистических гипотез и применение критериев согласия, количественно описывающих степень расхождения между теоретическим и эмпирическим распределениями.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Высшая математика», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых

на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, превосходит число часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся в программе средней школы. Однако он не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Приложение 1

Структура и содержание дисциплины «Высшая математика»
Направление подготовки
19.03.01 «Биотехнология»
Образовательная программа:
«Промышленная биотехнология и биоинженерия»
Квалификация (степень) выпускника:
Бакалавр
очная форма обучения

n/n	Раздел	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы аттестации	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Первый семестр															
1.1	**Введение. Раздел 1. Элементы линейной алгебры.** Матрицы и определители. Операции над матрицами. Транспонированная матрица. Определители, их свойства и вычисления. ***Выдача заданий РГР № 1 по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии.***	1	1	2	2		3				+				
1.2	Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Ранг матрицы. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.	1	2		2		3								
1.3	Решение систем линейных уравнений	1	3	2	2		3								

	методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса														
1.4	**Раздел 2. Элементы векторной алгебры.** Линейные операции над векторами, их свойства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.	1	4		2		3								
1.5	Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. **Самостоятельная работа № 1 на семинаре**	1	5	2	2		3								
1.6	**Раздел 3. Комплексные числа** Понятие о комплексных числах. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексных чисел. Арифметические операции над комплексными числами. Извлечение корня из комплексного числа.	1	6		2		3								
1.7	**Раздел 4. Аналитическая геометрия** Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат. Различные типы уравнений плоскости и прямой.	1	7	2	2		3								
1.8	Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью. Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя	1	8		2		3								

	плоскостями														
1.9	**Раздел 5. Элементы математического анализа** Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. **Выдача заданий РГР № 2 по математическому анализу**	1	9	2	2		3				+				
1.10	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие неопределённостей различного типа.	1	10		2		3								
1.11	Непрерывность функций в точке и на промежутке. Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация.	1	11	2	2		3								
1.12	Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Таблица производных основных элементарных функций.	1	12		2		3								
1.13	Правила дифференцирования и формулы вычисления производных.	1	13	2	2		3								
1.14	Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов. **Самостоятельная работа №2 на семинаре**	1	14		2		3						+		
1.15	Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя.	1	15	2	2		3								

	Формула Тейлора.														
1.16	Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.	1	16		2		3								
1.17	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.	1	17	2	2		3								
1.18	Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. **Самостоятельная работа №3 на семинаре**	1	18		2		3						+		
1.18	Обзорное практическое занятие	1	18		2		3								
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине в первом семестре			**18**	**36**		**54**				**2 РГР**		**2 сам. раб.**		
Второй семестр															
2.1	**Раздел 6. Функция нескольких переменных.** Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных	2	1	2			3				+				

	Частные производные и дифференциалы высших порядков. **<u>Выдача заданий РГР № 3 по функциям нескольких переменных</u>**														
2.2	Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. **Самостоятельная работа №4 на семинаре.**	2	2	2	2		3						+		
2.3	**Раздел 7. Интегральное исчисление** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. **<u>Выдача заданий РГР № 4 по интегральному исчислению</u>**	2	3	2			3				+				
2.4	Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям.	2	4	2	2		3								
2.5	Интегрирование дробно-рациональных функций.	2	5	2			3								
2.6	Интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.	2	6	2	2		3								
2.7	Определённый интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Условия интегрируемости. Свойства определённого интеграла.	2	7	2			3								

	Существование первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле														
2.8	Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объёмов.	2	8	2	2		3								
2.9	Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства. **Самостоятельная работа № 5 на семинаре.**	2	9	2			3						+		
2.10	Задачи, приводящие к понятиям кратных интегралов. Двойной и тройной интегралы, их свойства.	2	10	2	2		3								
2.11	Вычисление двойных интегралов сведением к повторным.	2	11	2			3								
2.12	**Раздел 8. «Числовые и функциональные ряды»** Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Свойства числовых рядов. Знакоположительные ряды. Гармонический ряд. Признаки сравнения. ***Выдача заданий РГР № 5 по рядам***	2	12	2	2		3				+				
2.13	Исследование сходимости положительных рядов: признаки Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.	2	13	2			3								
2.14	Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная	2	14	2	2		3								

	сходимость знакопеременных рядов. Обобщенные признаки Даламбера и Коши.														
2.15	Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.	2	15	2			3								
2.16	Условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение некоторых функций в ряд Тейлора. **Самостоятельная работа №6 на семинаре**	2	16	2	2		3						+		
2.17	Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.	2	17	2			3								
2.18	Обзорная лекция	2	18	2			3								
	Обзорное практическое занятие	1	18		2										
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине во втором семестре.			**36**	**18**		**54**				**3 РГР**		**3 сам. раб.**		
Третий семестр															
3.1	**Раздел 9. Обыкновенные дифференциальные уравнения** **Введение.** Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и	3	1	2			3				+				

	частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл общего интеграла уравнения первого порядка **Выдача задания РГР № 6 по обыкновенным дифференциальным уравнениям.**														
3.2	Интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка различного типа (уравнения с разделенными и разделяющимися переменными, однородные, Линейные дифференциальные уравнения первого порядка, уравнение Бернулли**..**	3	2	2	2		3								
3.3	Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши для дифференциального уравнения второго порядка. Краевая задача. Дифференциальные уравнения, допускающее понижение порядка.	3	3	2			3								
3.4	Линейные однородные дифференциальные уравнения *n* – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений *n* – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений, ее построение для уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения *n* – го порядка в зависимости от вида корней	3	4	2	2		3								

	характеристического уравнения.														
3.5	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n – го порядка. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов) для различных специальных видов правой части. Метод вариации произвольных постоянных для уравнений второго порядка.	3	5	2			3								
3.6	Краевые задачи. Задачи на собственные значения.	3	6	2	2		3								
3.7	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Нормальные системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Решение линейных однородных и неоднородных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. **Самостоятельная работа № 7 на семинаре по дифференциальным уравнениям**	3	7	2			3						+		
3.8	**Раздел 10. Теория вероятностей.** Случайные события, их типы. Классическое и статистическое определения вероятности, их свойства. Непосредственный подсчет вероятности на основе классического определения. Элементы комбинаторики.	3	8	2	2		3				+				

	Выдача задания РГР № 7 по теории вероятностей и математической статистике														
3.9	Алгебра событий. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Основные теоремы теории вероятностей	3	9	2			3								
3.10	Формула полной вероятности. Формулы Бейеса, Бернулли, локальная и интегральная теоремы Лапласа.	3	10	2	2		3								
3.11	Случайные величины, их типы, понятие закона распределения случайной величины. Основные законы распределения дискретной случайной величины (гипергеометрический, биномиальный, распределение Пуассона). Числовые характеристики дискретных случайных величин.	3	11	2			3								
3.12	Непрерывная случайная величина. Интегральная функция распределения. Плотность вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.	3	12	2	2		3								
3.13	Основные законы распределения непрерывных случайных величин (равномерный, показательный, нормальный). **Самостоятельная работа № 8 на семинаре**	3	13	2			3						+		
3.14	**Раздел 11. Математическая статистика.** Основные задачи математической статистики. Выборочный метод. Генеральная	3	14	2	2										

	совокупность и выборка. Типы выборок. Статистическое распределение выборки. Построение эмпирической функции распределения выборки, полигона и гистограммы относительных частот.						3								
3.15	Точечные оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Выборочная средняя. Выборочная и исправленная дисперсии. Упрощенные методы расчета статистических характеристик выборки	3	15	2	2		3								
3.16	Интервальные оценки. Доверительный интервал для математического ожидания при известном среднем квадратическом отклонении.	3	16	2	2		3								
3.17	Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестном среднем квадратическом отклонении. Распределение Стьюдента. Случай малой выборки **Самостоятельная работа № 9 на семинаре**	3	17	2			3						+		
3.18	Обзорная лекция			2											
3.18	Обзорное практическое занятие	1	18		2		3								
	Форма аттестации		**19-21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине в третьем семестре.			**36**	**18**		**54**				**2 РГР**		**3 сам раб**		
	Всего часов по дисциплине на первом и втором курсах			**90**	**72**		**162**				**7 РГР**		**9 сам раб**		

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки:
19.03.01 «БИОТЕХНОЛОГИЯ»
Профиль подготовки
«Промышленная биотехнология и биоинженерия»
Квалификация (степень) выпускника:
Бакалавр
Форма обучения: очная

Кафедра «Математика»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Высшая математика

Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Описание оценочных средств:
- Экзаменационные билеты
- Комплекты заданий для контрольных работ
- Комплект вопросов
- Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ

Составители:
доц., к.ф.-м.н. Коган Е.А.

Москва, 2022 год

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Высшая математика					
ФГОС ВО 19.03.01 «Биотехнология» Профиль подготовки **«Промышленная биотехнология и биоинженерия»**					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие **общепрофессиональные компетенции**:					
КОМПЕТЕНЦИИ		**Перечень компонентов**	**Технология формирования компетенций**	**Форма оценочного средства****	**Степени уровней освоения компетенций**
ИНДЕКС	**ФОРМУЛИРОВКА**				
ОПК-1	Способен изучать, анализировать, использовать биологические объекты и процессы, основываясь на законах и закономерностях математических, физических, химических и биологических наук и их взаимосвязях	ИОПК-1.1. Знает законы и закономерности математических, физических, химических и биологических наук и их взаимосвязи ИОПК-1.2. Способен изучать и анализировать биологические объекты и процессы ИОПК -1.3. Владеет навыками использования в профессиональной деятельности биологических объектов и процессов	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР Т КР ЭБ	**Базовый уровень** **-в**ладеет навыками работы с основными понятиями и методами математики в рамках дисциплины; **Повышенный уровень** -свободно владеет математическим аппаратом, применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности, владеет различными способами сбора, обработки и применения новой математической информации
ОПК-7	ОПК-7. Способен проводить экспериментальные исследования и испытания по	ИОПК-7.1. Знает базовые математические, физические, физико-химические, химические, биологические, микробиологические методы,	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО ЭБ	**Базовый уровень** **-в**ладеет навыками работы с основными понятиями и методами математики в рамках дисциплины;

	заданной методике, наблюдения и измерения, обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные, применяя математические, физические, физико-химические, химические, биологические, микробиологические методы	применяемые в биотехнологии ИОПК-7.2. Владеет основными методами экспериментальных исследований и испытаний в биотехнологии ИОПК-7.3. Готов по заданной методике проводить экспериментальные исследования и испытания, наблюдения и измерения, обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные			**Повышенный уровень** -свободно владеет математическим аппаратом, применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности, владеет различными способами сбора, обработки и применения новой математической информации

**- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

Перечень оценочных средств по дисциплине

Высшая математика

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты.. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

1. Экзаменационные билеты

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации по дисциплине "Высшая математика".

1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.

- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

"Отлично"- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не

затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

"Хорошо"- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

"Удовлетворительно" - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

"Неудовлетворительно" - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

1.4. Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

Типовые варианты билетов прилагаются.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Высшая математика»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Определители и их свойства.
2. Числовая последовательность и её предел.
3. Решить матричное уравнение $XB = A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
4. Найти угол между векторами $\bar{a} = (1,-2,-2)$ и $\bar{b} = (2,0,1)$.
5. Найти производную функции, заданной параметрически $x = \frac{t}{1+t^3}$, $y = \frac{2t^2}{1+t^3}$.
6. Найти предел функции $\lim\limits_{x \to -1} \frac{\sqrt{x+5}+2x}{x+1}$.
7. Найдите экстремумы функции $y = x^4 - 2x^2$.

Утверждено на заседании кафедры математики « 31 » 05. 2022 г., протокол № 11
Зав. кафедрой _____/ С.Н. Андреев /

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»

Дисциплина «Высшая математика»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Дифференцируемость, дифференциал, геометрический смысл дифференциала.
3. Решить систему методом обратной матрицы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 = 12 \end{cases}$.
4. Показать, что векторы $\overline{m} = (1,-1,2)$, $\overline{n} = (2,0,3)$, $\overline{p} = (-2,-1,1)$ образуют базис в пространстве.
5. Вычислить предел последовательности $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5^{2n-1} - 2^{2n}}{2^{2n+1} + 5^{2n+2}}$.
6. Найдите экстремум функции $y = \sqrt{x} + \sqrt{6-x}$.
7. Найти частные производные второго порядка функции $z = \cos(x^3 - 2xy)$, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

Утверждено на заседании кафедры математики « 31 » 05. 2022 г., протокол № 11
Зав. кафедрой _____/ С.Н. Андреев /

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, центр математического образования
Дисциплина «Высшая математика»
Курс 1, семестр 2

Экзаменационный билет № 1

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Линейные однородные дифференциальные уравнения *n*-го порядка. Общие свойства решений. Понятие фундаментальной системы решений линейных однородных дифференциальных уравнений
3. Вычислить неопределенный интеграл $\int \dfrac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$.
4. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$.

Утверждено на заседании кафедры математики « 31 » 05. 2022 г., протокол № 11
Зав. кафедрой _____/ С.Н. Андреев /

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, центр математического образования
Дисциплина «Высшая математика»
Курс 2, семестр 3

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Классическое и статистическое определения вероятности появления случайного события, связь и различие между ними.
3. Решить уравнение: $y^{IV} - 2y'' + y = 2x.$
4. Решить задачу Коши: $y' = 2xe^x + y, \quad y(0) = 0.$
5. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны 3 детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных.
6. Для статистического распределения выборки

x_i	2	5	8	10
n_i	1	3	5	2

найти выборочную среднюю и исправленную дисперсия $\overline{D}$.

Утверждено на заседании кафедры математики « 31 » 05. 2022 г., протокол № 11
Зав. кафедрой _____ / С.Н. Андреев /

Комплекты тестовых заданий и контрольных работ (Т, КР)
по дисциплине Высшая математика
(наименование дисциплины)

1-ый семестр

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ (б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).
Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$ (б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13 \end{cases}$

---

1. Расписать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$

$\vec{x}=\{5,-12,1\}$, $\vec{p}=\{1,-3,0\}$, $\vec{q}=\{1,-1,1\}$, $\vec{r}=\{0,-1,2\}$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$?

$\vec{a}=\{2,0,1\}$, $\vec{b}=\{-2,3,1\}$, $\vec{p}=2\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a}=2\vec{p}+\vec{q}$, $\vec{b}=\vec{p}-3\vec{q}$, $|\vec{p}|=2$, $|\vec{q}|=2$, $\alpha=\frac{\pi}{4}$

4. Даны векторы $\vec{a}=(2;3),\vec{b}=(1;-3),\vec{c}=(-1;3)$. При каком значении α векторы $\vec{p}=\vec{a}+\alpha\vec{b}$, $\vec{q}=\vec{a}+2\vec{c}$ коллинеарны.

---

1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости $(M_1M_2M_3)$:

$M_0(-9;10;2)$, $M_1(0;7;-4)$, $M_2(4;8;-1)$, $M_3(-2;1;3)$

2. Выписать каноническое уравнение прямой: $\begin{cases}x+y+z-2=0\\x-y-3z+6=0\end{cases}$

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-4}$ и $x+y+2z-9=0$.

4. Найти точку P_1 симметричную точке P относительно прямой l: $P(0;-1;3)$ и $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$.

5. Написать уравнение плоскости α проходящей через точку M_0 и перпендикулярно прямой (M_1M_2): $M_0(3;2;0)$, $M_1(4;1;5)$, $M_2(2;-1;4)$.

6. Найти косинус угла между плоскостями α_1 и α_2:

$\alpha_1: 3x-y+3=0$, $\alpha_2: x-2y+5z-10=0$

Задания по матанализу

1. Найти производную y'_x:

а) $y=arctg^3\ln\frac{\sqrt{x}}{x+2}$

б) $y=\left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x-2y)+\frac{x^3}{y}=7x$

г) $x=e^{-t}\cos t$, $y=e^t\cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\operatorname{arctg}x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}$

---

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^{n}}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\dfrac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}$ 2. $y=\operatorname{arctg}^2\dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln 2x$

---

1. Построить график: $y=\dfrac{x+4}{x+2}$; $y=\dfrac{2}{\sqrt{x+2}}$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$ 4) $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le-\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$

Тестовое задание по комплексным числам

ЗАДАНИЕ 1

Установите соответствие между комплексным числом и его модулем.

1	$1-i$		$2\sqrt{2}$
2	$2+2i$		$\sqrt{2}$
3	$-3+4i$		2
4	$\sqrt{3}-2i$		5
5			$\sqrt{7}$

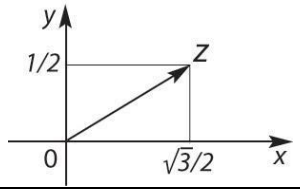
ЗАДАНИЕ 2

Действительная часть комплексного числа $(3-2i)^2$ равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $\sqrt{13}$ 2) 5 3) 13 4) 9.

ЗАДАНИЕ 3

На рисунке представлена геометрическая иллюстрация комплексного числа $z=x+iy$. Тогда тригонометрическая форма записи этого числа имеет вид

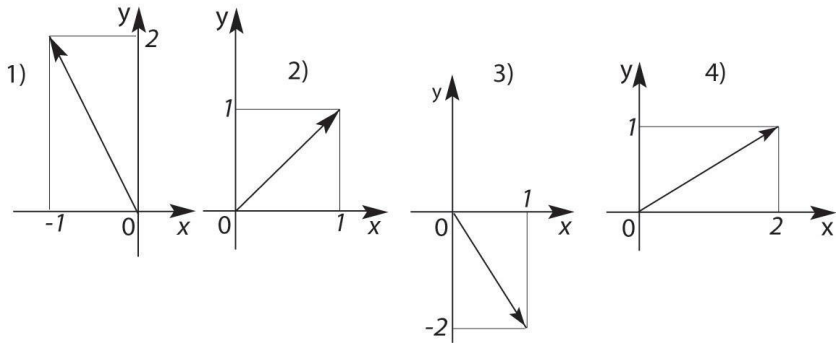


Ответ	

ЗАДАНИЕ 4

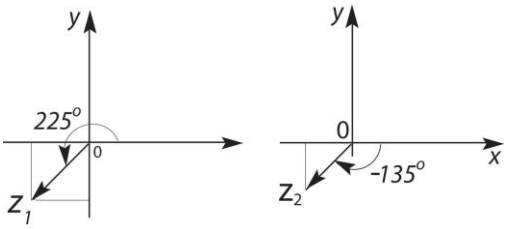
Вектор, соответствующий сумме комплексных чисел $z_1=-1+i$ и $z_2=2-3i$, изображен на рисунке

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 2) 3) 4).



ЗАДАНИЕ 5

Даны 2 комплексных числа z_1 и z_2.

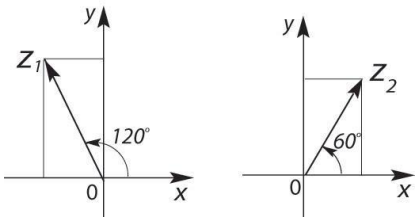


Тогда аргумент произведения $\arg(z_1 z_2)$ (в градусах) равен

Ответ	

ЗАДАНИЕ 6

Даны 2 комплексных числа z_1 и z_2.



Тогда аргумент отношения $\arg(z_1 / z_2)$ (в градусах) равен

Ответ	

ЗАДАНИЕ 7

Найти модуль комплексного числа z, если $\mathrm{Im} z = 3$, а $\arg z = \arcsin(3/5)$.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

Дано комплексное число $z = 2 + \sqrt{5}\,i.$ Установите соответствие между операциями над данным числом и результатами их выполнения.

1	$z\bar{z}$		$2\sqrt{5}\mathrm{i}$
2	$\bar{z} / \lvert z \rvert$		4
3	$z + \bar{z}$		9
4	$z - \bar{z}$		$\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3} i$

ЗАДАНИЕ 9

Найти значения корня $\sqrt[3]{-1}$. Показать их на комплексной плоскости.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 10

Пусть $z=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$. Вычислить $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{80}$.

2-ой семестр

Функции нескольких переменных

Найти частные производные второго порядка, убедиться, что $z''_{xy}=z''_{yx}$

1. $z=e^{x^2-y^2}$, 2. $z=\cos(x^3-2xy)$, 3. $z=\sqrt{y^2-2x}$, 4. $z=\ln(xy-x^2)$, 5. $z=\frac{x^2+3y^2}{xy}$,
6. $z=ctg(2x+3y)$, 7. $z=\sin(x^2y)$, 8. $z=e^{x/y}$, 9. $z=x\cos^2 y$, 10. $z=y^2\sin^2 x$.

Найти градиент функции $z=f(x,y)$ в точке $M_0(x_0,y_0)$

1. $z=\frac{y^2}{\sqrt{x}}$, $M_0(4,6)$; 2. $z=\frac{x^4+3y^2}{4xy}$, $M_0(1,-1)$; 3. $z=\frac{y^2}{x^3}$, $M_0(2,-2)$;
4. $z=x^3-3y^2x$, $M_0(3,2)$.

Исследовать на экстремум функцию

1. $z=x^2-x+y^2+2y$, 2. $z=2x^2+xy-x+y^2$,
3. $z=x^2-2x+4y-y^2$, 4. $z=x^2-3x+3y^2+4y$,
5. $z=x^2+y^2+4xy$.

Интегралы

Вычислить неопределенные интегралы

1. $\int\frac{dx}{2(x+\sqrt{x})}$ 2. $\int x\cdot 2^{-x}dx$ 3. $\int e^x\cos x dx$ 4. $\int\frac{dx}{x^2-6x+18}$ 5. $\int x\cos 3x dx$
6. $\int\frac{dx}{x^2+6x+5}$ 7. $\int\frac{x-1}{\sqrt{x+1}+2}dx$ 8. $\int\frac{x+1}{x^2+3}dx$ 9. $\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x}$ 10. $\int\frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}dx$

Вычислить определенные интегралы

1. $\int_0^{\pi.6}3\sin^2 x\cos x dx$ 2. $\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$ 3. $\int_0^1(x-1)e^x dx$ 4. $\int_1^{e^3}\frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$ 5. $\int_1^6\frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$
6. $\int_{-2}^2\frac{1+x^2}{arctgx}dx$ 7. $\int_1^{-4}\frac{dx}{(3x+5)^2}$ 8. $\int_0^1\frac{x^2+2x}{x^2+1}dx$ 9. $\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$ 10. $\int_0^2\sqrt{4-x^2}dx$

Несобственные интегралы

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся
$\int_1^\infty\sqrt{x}dx$, $\int_1^\infty x^{-3}dx$, $\int_1^\infty\sqrt{x^5}dx$.
2. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{1+x^2}$
3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_1^\infty\ln x dx$

4. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}}$, установить его сходимость или расходимость.

5. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

1. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{x^3}$, установить его сходимость или расходимость.

Вычислить двойные интегралы

1. $\iint\limits_{(D)} (x+5y)dxdy, \qquad D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\}.$

2. $\iint\limits_{(D)} (10-x^2-y^2)dxdy, \qquad D=\{(x,y)\,|\,1\le x\le 2,\ 0\le y\le 2\}.$

3. $\iint\limits_{(D)} (x+y)dxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями $y=x, \quad y=x^2.$

4. $\iint\limits_{(D)} 4xydxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями

$x=1, \quad y=x, \quad y=3x$

5. $\iint\limits_{(D)} (x^2+y)dxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями

$$y=x/2, \quad y=2x, \quad y=2/x \ \ (x>0).$$

Вычислить двойные интегралы, перейдя к полярным координатам

1. $\iint\limits_{(D)} (4x^2+4y^2+6)dxdy, \quad \text{где} \quad D=\{(x,y): x^2+y^2\le 1\}.$

2. $\iint\limits_{(D)} (3\sqrt{x^2+y^2}-2)dxdy, \quad \text{где} \quad D=\{(x,y): x^2+y^2\le 4\}.$

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле

1. $\int_0^1 \int_0^{x^2} (x^2+y^2)dxdy,$ 2. $\int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x,y)dy,$ 3. $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x,y)dx.$

3. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y=x^3, \quad y=1, \quad x=0.$

4. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=x^2, \quad y^2=x.$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2, \ \ y=-x+2$

Ряды

Исследовать на сходимость ряды

1. $\sum_{n=1} \frac{\sin^2 n}{n^2},$ 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-\sin n}{n^2+1},$ 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{n^2+10},$ 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{5^n},$ 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+3}\left(\frac{5}{7}\right)^n,$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n},$ 7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+4}\right)^{2n},$ 8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2-3}{4n^2+3},$ 9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3 3n}{n},$ 10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{(n+1)\ln^2(n+1)}.$

Выяснить, сходится ли абсолютно, условно или расходится ряд

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\left(\frac{3}{2}\right)^n(n+1)}$, 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(6n+2)^3}$, 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+2)}{6^n}$, 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{5n}$, 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{3n^2+1}}$.

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{2n-1}\right)^n$.

3. Найти интервал сходимости ряда и исследовать его поведение на концах интервала сходимости $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}\left(\frac{x}{2}\right)^n$.

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию $f(x)=\frac{1}{x^2-5x+6}$, используя готовое разложение.

5. Разложить в ряд Тейлора по степеням $(x-\pi/2)$ функцию $f(x)=\cos x$, используя готовое разложение.

3-ий семестр

Тестовое задание по обыкновенным дифференциальным уравнениям

ЗАДАНИЕ 1.

Установите соответствие между номером уравнения и его типом

1) $xy'+2y=x^4\sin 2x$ 2) $\left(1+y^2\sin 2x\right)dx-2y\cos^2 xdy=0$

3) $y'-\frac{4y}{x}=2x\sqrt{y}$ 4) $y\sqrt{3+2x^2}\,y'=x\sqrt{3+2y^2}$.

- уравнение с разделяющимися переменными,
- линейное дифференциальное уравнение,
- уравнение в полных дифференциалах,
- уравнение Бернулли,
- уравнение, приводящееся к однородному.

ЗАДАНИЕ 2.

Дано уравнение первого порядка $(5xy^2+x^3)dx-(y^2-5x^2y)dy=0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешенному относительно производной.

Ответ	

ЗАДАНИЕ 3.

Дано дифференциальное уравнение $y'=(2k+3)x^4$, тогда функция $y=2x^5$ является его решением при k, равном:

Ответ	

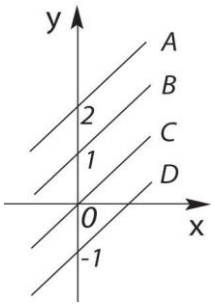
ЗАДАНИЕ 4.

Общий интеграл дифференциального уравнения $y^2dy=\frac{dx}{x^2}$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 5.

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy'=y-1;\quad y(1)=2.$



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) A 2) B 3) C 4) D.

ЗАДАНИЕ 6.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y'' = x^2 + x.$ Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2$ 2) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + C_1x + C_2$

3) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C_1x + C_2$ 4) $y = 6x^4 + 2x^3 + C_1x.$

ЗАДАНИЕ 7.

Решение задачи Коши $y'' = 2x + 1, \quad y(0) = y'(0) = 0$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = \frac{x^3}{3} + x^2$ 2) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ 3) $y = \frac{x^3}{6} + x^2$ 4) $y = \frac{x^3}{2} - x.$

ЗАДАНИЕ 8.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $2xy'' - y' = 0,$ тогда его общее решение имеет вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 9.

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $y''ctg4x + 4y' = 0,$ тогда его общее решение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y = 0{,}25C_1 \sin 4x + C_2$ 2) $y = -C_1 \cos 4x + C_2$

3) $y = C_1 \sin 4x + C_2$ 4) $y = -C_1 \sin 4x + C_2.$

ЗАДАНИЕ 10.

Корни характеристического уравнения равны $k_1 = k_2 = -1, \quad k_{3,4} = \pm 2,$ тогда фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{2x}, \quad y_3 = \cos 3x, \quad y_4 = \sin 3x$

2) $y_1 = e^{-x}, \quad y_2 = e^{-2x}, \quad y_3 = e^{3x}, \quad y_4 = e^{-3x}$

3) $y_1 = e^x, \quad y_2 = e^{2x}, \quad y_3 = \cos 3x, \quad y_4 = -\sin 3x$

4) $y_1 = e^{-x}, \quad y_2 = xe^{-x}, \quad y_3 = e^{2x}, \quad y_4 = e^{-2x}.$

ЗАДАНИЕ 11.

Корни характеристического уравнения равны $k_1 = k_2 = 5, \quad k_{3,4} = 5 \pm i.$ тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 12.

Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения: $y_1 = 1,\quad y_2 = x,\quad y_3 = x^2.$ Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 2,\quad y'(0) = -1,$

$y''(0) = -2,$ равно:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = 2 + x - x^2$ 2) $y = 2 - x - 2x^2$ 3) $y = 2 - x - x^2$ 4) $y = 2 - x - 0{,}5x^2.$

ЗАДАНИЕ 13.

Функция $y = C_1 e^x + C_2 x e^x$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $k^2 - 1 = 0$ 2) $k^2 - k = 0$ 3) $k^2 + 2k + 1 = 0$ 4) $k^2 - 2k + 1 = 0\cdot$

ЗАДАНИЕ 14.

Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 3y = 0$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15.

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 2x - 1$ по виду его правой части соответствует функция

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y_* = Ax^2 + Bx$ 2) $y_* = Ax + B$ 3) $y_* = Ax$ 4) $y_* = Ax^2 + Bx + C.\cdot$

ЗАДАНИЕ 16.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $2y'' + y' + 2y = xe^x \sin 2x.$ Записать вид частного решения с неопределенными коэффициентами

Ответ	

ЗАДАНИЕ 17.

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $y'' + 4y = 2ctg\,2x.$ В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

Ответ	

ЗАДАНИЕ 18.

Решение краевой задачи $y'' = 2x + 1,\quad 0 \le x \le 3,\quad y(0) = 1,\quad y(3) = 9/2$

имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 3x + 1$ 2) $y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} - 3x + 1$ 3)

$y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{10}{3}x + 1$ 4) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{10}{3}x + 1.$

ЗАДАНИЕ 20.

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} y_1' = 3y_2, \\ y_2' = 2y_1 - y_2 \end{cases}$

имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}, \\ y_2 = \frac{2}{3} C_1 e^{2x} - C_2 e^{-3x} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}, \\ y_2 = -\frac{2}{3} C_1 e^{-2x} - C_2 e^{-3x} \end{cases}$

3) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}, \\ y_2 = \dfrac{2}{3} C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x}, \\ y_2 = -\dfrac{2}{3} C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}. \end{cases}$

Тестовое задание по теории вероятностей и математической статистике

ЗАДАНИЕ 1

Количество способов распределения трех призовых мест в олимпиаде по теории вероятностей среди 10 участников равно

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 120 2) 720 3) 240 4) 1000.

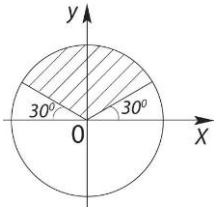
ЗАДАНИЕ 2

Из урны, в которой находятся 6 белых и 4 черных шара, извлекают наудачу 2 шара. Тогда вероятность того, что оба шара будут белыми, равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $1/3$ 2) $2/3$ 3) $1/4$ 4) $14/33$.

ЗАДАНИЕ 3

В круг радиуса R брошена точка. Тогда вероятность того, что она попадет в заштрихованную область, равна



ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $1/2$ 2) $1/3$ 3) $1/4$ 4) $1/6$.

ЗАДАНИЕ 4

Несовместные события A, B, C **не** образуют полную группу событий, если их вероятности равны:

1) $P(A) = 2/3, P(B) = 1/6, P(C) = 1/6$ 2) $P(A) = 1/3, P(B) = 1/2, P(C) = 1/6$

3) $P(A) = 1/4, P(B) = 1/3, P(C) = 1/6$ 4) $P(A) = 1/4, P(B) = 1/3, P(C) = 5/12.$

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 2) 3) 4).

ЗАДАНИЕ 5

Бросают 2 монеты. События: *A* - герб на первой монете, *B*- цифра на второй монете являются:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) несовместными 2) совместными
3) независимыми 4) зависимыми.

ЗАДАНИЕ 6

Студент знает 20 вопросов программы из 30. Тогда вероятность правильного ответа на 3 вопроса равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $57/203$ 2) $8/27$ 3) $19/75$ 4) $146/203$.

ЗАДАНИЕ 7

В первой урне 6 белых и 8 черных шаров, во второй 7 белых и 3 черных шара. Из наудачу взятой урны вынут один шар. Тогда вероятность того, что этот шар окажется белым, равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 8

Событие *A* может наступить лишь при условии появления одного из 2-х несовместных событий B_1 и B_2, образующих полную группу. Известны вероятность $P(B_1) = 2/3$ и условные вероятности $P_{B_1}(A) = 1/3, P_{B_2}(A) = 2/5.$ Тогда вероятность события A равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $16/45$ 2) $28/45$ 3) $22/45$ 4) $17/45$.

ЗАДАНИЕ 9

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

X	1	3	5

P	0,1	0,3	0,6

Тогда её функция распределения вероятностей $F(x)$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1\\ 0{,}3 & при \quad 1<x\le 3\\ 0{,}6 & при \quad 3<x\le 5\\ 1 & при \quad x>5\end{cases}$

2) $F(x)=\begin{cases}0{,}1 & при \quad x\le 1\\ 0{,}4 & при \quad 1<x\le 3\\ 1 & при \quad 3<x\le 5\\ 0 & при \quad x>5\end{cases}$

3) $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1\\ 0{,}1 & при \quad 1<x\le 3\\ 0{,}4 & при \quad 3<x\le 5\\ 1 & при \quad x>5\end{cases}$

4) $F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 1\\ 0{,}1 & при \quad 1<x\le 3\\ 0{,}3 & при \quad 3<x\le 5\\ 0{,}6 & при \quad x>5.\end{cases}$

ЗАДАНИЕ 10

Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения вероятностей

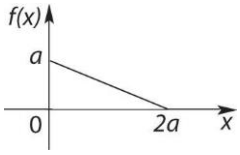
$$F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 0,\\ x^2/9 & при \quad 0<x\le 3,\\ 1 & при \quad x>3.\end{cases}$$

Тогда плотность вероятностей $f(x)$ имеет вид

Ответ	

ЗАДАНИЕ 11

График плотности вероятностей $f(x)$ показан на рисунке. Тогда значение a



равно

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0,5 2) 1 3) $\sqrt{2}$ 4) 2.

ЗАДАНИЕ 12

Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

X	0	1	3
P	0,2	0,3	0,5

Тогда её математическое ожидание и дисперсия равны

Ответ	

ЗАДАНИЕ 13

Вероятность появления события A в 30 независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,6. Тогда дисперсия числа появлений этого события равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0,24 2) 18 3) 7,2 4) 12.

ЗАДАНИЕ 14

Непрерывная случайная величина распределена равномерно на интервале (6, 10). Тогда её математическое ожидание и дисперсия соответственно равны

Ответ	

ЗАДАНИЕ 15

Непрерывная случайная величина X подчинена нормальному закону распределения с математическим ожиданием $M(X)=a=20$. Вероятность её попадания в интервал (20, 25) равна 0,4. Тогда вероятность её попадания в интервал (15, 20) равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 16

Статистическое распределение выборки имеет вид

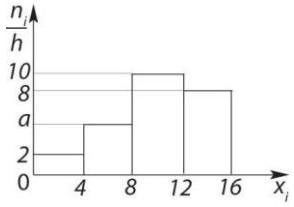
x_i	2	4	5	8
n_i	2	5	7	6

Тогда относительная частота варианты $x_1 = 4$ равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 17

По выборке объема $n = 100$ построена гистограмма частот.



Тогда значение a равно:

Ответ	

ЗАДАНИЕ 18

Известно статистическое распределение выборки

x_i	6	7	10	12	13
n_i	5	6	8	7	4

Тогда её выборочная средняя $\overline{x}_в$ равна

Ответ	

ЗАДАНИЕ 19

Дана выборка объема n. Если каждый элемент выборки уменьшить в три раза, то выборочная средняя $\overline{x}_в$:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) не изменится 2) уменьшится в 3 раза
3) увеличится в 3 раза 4) уменьшится в 9 раз.

ЗАДАНИЕ 20

Мода M_0 и медиана m_e вариационного ряда

x_i	12	13	15	16	18	20
n_i	4	9	18	14	11	5

равны

Ответ	

ЗАДАНИЕ 21

Выборочная средняя для данного статистического распределения выборки

x_i	2	4	5	8	10
n_i	4	7	14	8	7

равна $\overline{x}_в = 6$. Тогда выборочная дисперсия $D_в$ равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 41 2) 2,20 3) 1,025 4) 6,25.

ЗАДАНИЕ 22

Найти доверительный интервал для оценки с надежностью $\gamma = 0{,}95$ неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака X генеральной совокупности x_0, если известны объем выборки $n = 30$, выборочная средняя $\overline{x}_в = 2500$, среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности $\sigma = 100$, квантиль нормального распределения $t = 2{,}58$.

Ответ	

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

Комплект вопросов (УО)

ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.

5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.
18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопиталя.
24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.
26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
2. Линии уровня функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
4. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
5. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
6. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
7. Производная функции нескольких переменных по направлению.
8. Производная по направлению и градиент скалярного поля.

9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
6. Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Универсальная тригонометрическая подстановка.
9. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
11. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
12. Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
13. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
14. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
15. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
16. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
17. Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
18. Вычисление площади поверхности тела вращения.
19. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
20. Несобственные интегралы от разрывных функций.

Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы,

1. Двойной интеграл, определение и свойства.
2. Правила вычисления двойного интеграла.
3. Некоторые приложения двойного интеграла (к вычислению площадей, объемов, статических моментов, моментов инерции, координат центра тяжести.
4. Тройной интеграл, определение и свойства.

РЯДЫ

1. Числовые положительные ряды. Понятие суммы бесконечного ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
2. Необходимый признак сходимости, теоремы сравнения.
3. Признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.
4. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость.
5. Теорема Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов.
6. Функциональные ряды, равномерная сходимость, признак Вейерштрасса.
7. Степенные ряды, теорема Абеля, интервал и радиус сходимости степенного ряда.
8. Ряд Тейлора. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.
9. Разложение в ряд Тейлора некоторых функций (табличные разложения).
10. Применение ряда Тейлора к приближенным вычислениям.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: определение обыкновенного дифференциального уравнения, формы записи обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов.
2. Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка.
4. Геометрический смысл общего интеграла обыкновенного д.у. первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.
6. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
7. Дифференциальные уравнения *n*-го порядка. Основные понятия: формы записи, понятия общего и частного решений.
8. Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения *n*-го порядка.
9. Интегрирование дифференциальных уравнений *n*-го порядка методом понижения порядка.
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения *n*-го порядка. Общие свойства решений: понятия линейно зависимых и линейно независимых решений, определителя Вронского, понятие фундаментальной системы решений,
11. Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного однородного дифференциального уравнения *n*-го порядка.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения *n*-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, его связь с дифференциальным уравнением.
13. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения *n* - го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.
15. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для правых частей вида

$$f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}, \qquad f(x) = M\cos\beta x + N\sin\beta x,$$

$$f(x) = P(x)e^{\alpha x}\cos\beta x + Q(x)e^{\alpha x}\sin\beta x.$$

16. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.
17. Постановка и решение задачи на собственные значения.
18. Системы дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы. Понятия общего и частного решений системы. Теорема о приведении дифференциального уравнения *n*-го порядка к нормальной системе. Метод исключения неизвестных.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Виды случайных событий.
2. Классическое и статистическое определения вероятности появления события. Основные формулы комбинаторики.

3. Принцип статистической устойчивости относительных частот. Связь и различие между классическим и статистическим определениями вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности. Задача Бюффона.
5. Алгебра событий. Понятия суммы и произведения событий, их геометрическая интерпретация. Основные законы алгебры событий.
6. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий. Следствия из нее.
7. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
8. Теорема умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Понятие условной вероятности.
9. Теорема о вероятности появления хотя бы одного события.
10. Формула полной вероятности.
11. Формула Бернулли.
12. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
13. Определение и типы случайных величин. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения.
14. Интегральная функция распределения вероятностей. Определение, вероятностный смысл и свойства. Плотность вероятностей. Определение, вероятностный смысл и свойства.
15. Связь между интегральной функцией распределения вероятностей и плотностью вероятностей.
16. Определение, вероятностный смысл и свойства математического ожидания для дискретных и непрерывных случайных величин.
17. Определение, вероятностный смысл и свойства дисперсии.
18. Биномиальный закон распределения.
19. Среднее и наивероятнейшее числа появлений события при биномиальном распределении.
20. Закон распределения Пуассона.
21. Равномерный закон распределения вероятностей.
22. показательный закон распределения вероятностей.
23. Нормальный закон распределения вероятностей. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на произвольный конечный интервал.
24. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на интервал, симметричный относительно среднего значения. Правило трех сигм. Теорема Ляпунова.
25. Предельные теоремы теории вероятностей.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Предмет и основные задачи математической статистики.
2. Понятие о выборочном методе. Генеральная и выборочная совокупности.
3. Основные понятия математической статистики (вариационный ряд, частота, относительная частота, статистическое распределение выборки).
4. Эмпирическая функция распределения выборки и ее свойства.
5. Полигон частот и полигон относительных частот.
6. Гистограмма частот и относительных частот.
7. Точечные оценки параметров распределения. Требования к оценкам.
8. Выборочная средняя. Свойство устойчивости выборочных средних.
9. Выборочная и исправленная дисперсии.
10. Интервальные оценки. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Понятие точности оценки.

11. Построение доверительного интервала для оценки генеральной средней при известном среднем квадратическом отклонении.
12. Построение доверительного интервала для оценки генеральной средней при неизвестном среднем квадратическом отклонении. Случай малой выборки. Распределение Стьюдента.
13. Упрощенные методы расчета статистических характеристик выборки. Условные варианты. Метод произведений.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)
по дисциплине Высшая математика
(наименование дисциплины)

Линейная и векторная алгебра и аналитическая геометрия

РГР № 1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 2\\ 4 & 0 & -3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 2\\ 0 & -3 & 3\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

Выполнить действия: A^2+8B^T.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A+3B)^2-4A^2-6AB=\ldots$ и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & -1 & 2\\ 0 & 2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -2 & 1\end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB=C$ (найти X). Сделать проверку.

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}0 & 4\\ -9 & 3\end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & 3 & 7\\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1\\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15\\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20\end{pmatrix}.$$

РГР № 1, часть 2

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases}x_1+4x_2-x_3=-2\\ 2x_1+2x_2+3x_3=7\\ 3x_1+6x_2-2x_3=1\end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.
Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \cdot \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

РГР №1, часть 3

Задание №1. Показать, что векторы $\overline{m}, \overline{n}, \overline{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\overline{a}$ по этому базису: $\overline{m} = (1, -1, 2), \overline{n} = (2, 0, 3), \overline{p} = (-2, -1, 1), \overline{a} = (5, -4, 13)$.

Задание №2. Даны векторы $\overline{m}$ и $\overline{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

$\overline{m} = (28, -8, 8), \overline{n} = (-21, 6, -6), \ \overline{a} = 2\overline{m} + \overline{n}, \overline{b} = 2\overline{n} - \overline{m}.$

Задание №3. Найти $|\overline{a}|$, если $|\overline{m}| = 6\sqrt{2}, |\overline{n}| = 2, (\overline{m}, \overline{n}) = 135^\circ, \ \overline{a} = 6\overline{n} - \overline{m}.$

Задание №4. Дан ΔABC. Найти $\angle B$, если $A(1; -1; 2), B(3; 3; 2), C(7; 1; 2).$

Задание №5. При каких `x` векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ перпендикулярны?

$\overline{a} = (x; 1; -4), \overline{b} = (x - 3; 12; x).$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

$\overline{a} = 2\overline{m} - 5\overline{n}, \overline{b} = \overline{m} + \overline{n}, |\overline{m}| = 12, |\overline{n}| = 3, (\overline{m}, \overline{n}) = \frac{\pi}{6}.$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$\overline{a}(1; -1; 5), \overline{b}(2; 4; -2), \overline{c}(3; 0; 1) \cdot$

РГР № 1, часть 4

Задание №1. Прямая l_1 проходит через точку A параллельно вектору $\overline{q}$. Прямая l_2 проходит через точку B перпендикулярно вектору $\overline{n}$. Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если $A(3; 5), \overline{q}(1; 3), B(0; 5), \overline{n}(-3; 4).$

Задание №2. Дана прямая l_1. Прямая l_2 проходит через точки A и B. Найти расстояние от точки пересечения прямых l_1 и l_2 до прямой l_3.

$l_1: \begin{cases} x = -8t - 3 \\ y = 3t + 4, \end{cases} \quad A(4; 0), B(7; 3), \quad l_3: 9x - 12y + 2 = 0.$

Задание №3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости α, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\overline{n}$, если $M_0(0; 1; 7), \ A(2; -1; 4), \ \overline{n}(6; 22; -3).$

Задание №4. Найти угол между плоскостью α и плоскостью β, проходящей через точки A, B и C, если $\alpha: 5x + y + 4z - 28 = 0, \quad A(5; 2; 5), B(3; 7; 0), C(-4; -3; -1).$

Задание №5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями.

$$\begin{cases} x+2y-9z-10=0; \\ 3x+4y+8z-24=0. \end{cases}$$

Задание №6. Найти точку пересечения прямой l и плоскости α и угол между ними.

$$l: \frac{x+2}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{-2}; \quad \alpha: x+2y-3z-12=0.$$

Задание №7. Прямая l_1 проходит через точки A и B. Прямая l_2 проходит через точку M перпендикулярно плоскости α. Найти угол между прямыми l_1 и l_2 и выяснить – лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$A(9;-3;1), B(4;4;-5), M(-1;11;-11), \quad \alpha: 2x+3y-z-1=0.$

Математический анализ

Вариант 1

2. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\dfrac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}$ 2. $y=\operatorname{arctg}^2\dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln 2x$

Вариант 2

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n+5)(3n^2+8)}{6n^3+2n+3}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{5x}-1}{3\arcsin 2x}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}(\cos\pi x)^{3/x^2}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}+1\right)$ 2. $y=\dfrac{\cos^3(2x+7)}{7\sin(1-5x)}$

Вариант 3

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\ln\operatorname{tg}(5x+2)$ 2. $y=\dfrac{3\sin^2(5x+3)}{\operatorname{ctg}7x}$

Вариант 4

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^3+5n+1}{(2n^2+3)\sqrt{n^3+6}}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}3x}{\operatorname{tg}x}$ 3. $\lim\limits_{x\to+0}(\cos 3x)^{\frac{1}{2x}}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\arcsin\dfrac{x^2-1}{2x}$ 2. $y=2x\sin^2\ln x\cdot\cos\ln 2x$

Вариант 5

1. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{3n+8}(3n-1)}{5n^2-6n+15}$ 2. $\lim\limits_{x\to+0}(3-2\cos)^{\frac{1}{x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x}{\ln(1+3x)}$

2. Вычислить производные:

1. $y=\dfrac{\arcsin(2x+1)}{e^{-2x}}$ 2. $y=\log_6^2(x+\sin 2x)+e^{tgx}$

Интегральное исчисление

Неопределенный интеграл

Найти интегралы.

1. $\int\dfrac{\sqrt{\mathrm{tg}x}+3}{\cos^2 x}dx$ 2. $\int\dfrac{\sin 2x}{\cos^3 x}dx$ 3. $\int\dfrac{dx}{2x\sqrt{\ln x}}$ 4. $\int\dfrac{5x+1}{\sqrt{x^2+2x+7}}dx$ 5. $\int\dfrac{\cos\left(2-5\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}}dx$ 6. $\int(1-3x)\cos 5xdx$ 7. $\int\mathrm{arctg}2\sqrt{x}dx$ 8. $\int e^{-x}\cos 5xdx$ 9. $\int x^2\ln(x+3)dx$ 10. $\int\dfrac{\cos(\ln 3x+4)}{2x}dx$ 11. $\int(2-x)\ln\sqrt[3]{x}dx$

12. $\int\left(x^2+3x-1\right)3^{5x}dx$ 13. $\int 3x\sin^2\dfrac{x}{3}dx$ 14. $\int(8x-3)\cos\dfrac{x}{4}dx$ 15. $\int\left(\sqrt{7}-5x\right)\sin xdx$

16. $\int(x-1)^3\ln^2(x-1)dx$ 17. $\int\dfrac{arctg2x+x}{1+4x^2}dx$ 18. $\int\dfrac{9(\sin x+\cos x)}{(\cos x-\sin x)^5}dx$ 19. $\int\dfrac{x^5-x^4-4x^3+13x}{x(x-1)(x-2)}dx$

20. $\int\dfrac{2x^3-6x^2+7x-4}{(x+1)(x-2)^2}dx$ 21. $\int\dfrac{x^3+2x^2+2x+1}{\left(x^2+1\right)\left(x^2+x+2\right)}dx$ 22. $\int\sin^4 2x\cos^3 2xdx$ 23. $\int\sin^2 x\cos^2 3xdx$ 24. $\int\dfrac{dx}{\left(4-x^2\right)\sqrt{3+x^2}}dx$ 25. $\int\dfrac{dx}{\sqrt[3]{x+4}-5}$

Определенный интеграл

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.
3. Найти объем тела, образованного вращением фигур. Для нечетных вариантов – относительно оси 0x, для четных вариантов – относительно оси 0y.
4. Вычислить длины дуг кривых:
   а) заданных уравнениями в прямоугольной системе координат;
   б) заданных уравнениями в полярных координатах – для четных вариантов, уравнениями в параметрической форме – для нечетных вариантов.
5. Вычислить площади поверхности, образованной при вращении вокруг оси 0x кривой.
6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

Условия задач

1) $y=x^2/2,\quad y=1/(1+x^2)$ 2) $r=\sin^3\varphi$ 3) $x^2=2y,\quad y=|x|$

4а) $y=e^x,\ 0\le x\le\ln 5$ 4б) $r=3(1-\sin\varphi)\quad -\pi/2\le\varphi\le-\pi/6$

5) $y=1/x,\quad 3\le x\le 4$ 6) $\int\limits_1^{\infty}\dfrac{dx}{(2x-1)\sqrt{x^2-1}}$, $\int\limits_0^1 x\ln^2 xdx$

Кратные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int\limits_0^2 dy\int\limits_{y-2}^{2y}f(x,y)dx.$
2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2=4x,\quad z=x,\quad z=3x.$

3. Вычислить механические характеристики пластины - условия, задающие пластину: ΔABC, $A(0;0)$, $B(-3;0)$, $C(0;1)$ Найти x_c, y_c.

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Нарисовать интегральную кривую уравнения $y' = x^2 - y$, проходящую через точку M(2;3/2).Решить уравнение методом изоклин.

Решить уравнения:

2. $\sqrt{4+y^2}dx - ydy = x^2 ydy$,
3. $2\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^2} + \frac{8y}{x} + 8$,
4. $\frac{dy}{dx} = \frac{3x+2y+1}{x+1}$,
5. $xe^{y^2}dx + (x^2 ye^{y^2} + tgy)dy = 0$.

Решить задачи Коши для уравнений:

6. $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x^3} - \frac{3y}{x}$, $y(1) = 1$,
7. $4y' + x^3 y = (x^3+8)e^{-2x}y^2$, $y(0) = 1$.
8. Решить уравнение: $x^2\, y''' + xy'' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.
9. Решить задачу Коши: $y'' = 18\sin^3 y\cos y$, $y(1) = \frac{\pi}{2}$, $y'(1) = 3$.

Решить уравнения:

10. $y'''' + y''' = x$,
11. $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x+20)e^x$,
12. $y'' + 25y = 2\cos 5x - \sin 5x + e^{5x}$,
13. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{(3+e^{-x})}$.
14. Решить краевую задачу: $y'' + 2y' + 5y = -3\sin 2x$, $y(0) = 1$, $y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$.

15. Найти собственные значения λ и собственные функции y задачи:

$y'' + \lambda^2 y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(b) = y(b)$.

Решить уравнения:

16. $x^2 y'' + 2xy' - 6y = x\ln x$,
17. $y'' - xy' - 4y = 0$.

Решить системы уравнений:

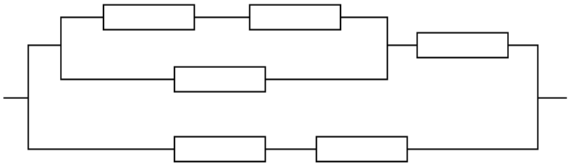
18. $\begin{cases} x^2 z' + 5xz + 4y = 0, \\ y' = z. \end{cases}$
19. $\begin{cases} z' = y - z, \\ y' = z - y. \end{cases}$
20. $\begin{cases} y' = 4y - 3z + \sin x, \\ z' = 2y - z - \cos x. \end{cases}$

Теория вероятностей

1. У сборщика имеются 10 деталей, мало отличающихся по внешнему виду. Из них 6 деталей первого сорта, а 4 – второго. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу 5 деталей 3 окажутся первого сорта?

2. В урне 7 черных шаров и 5 желтых шаров. Найти вероятность того, что среди наудачу извлеченных 4-х шаров окажется более 2-х желтых.

3. Вероятность отказа каждого из независимо работающих элементов электрической цепи равна $P = 0{,}05.$ Найти вероятность безотказной работы электрической цепи.



4. На двух станках обрабатываются однотипные детали. Вероятность изготовления стандартной детали для первого станка равна 0,96, а для второго станка - 0,92. Детали складываются в одном месте, причем первый станок изготавливает в 1,5 раза меньше деталей, чем второй. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется нестандартной.

5. Вероятность того, что наудачу взятая деталь из партии стандартна, равна 0,92. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу шести деталей не менее двух окажутся нестандартными.

6. Вероятность безотказной работы каждого из 700 независимо работающих элементов некоторого устройства равна 0,85. Найти вероятность того, что выйдут из строя от 80 до 120 элементов; ровно 100 элементов.

7. Устройство состоит из 4-х элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность надежной работы каждого элемента в одном испытании равна 0,9. Составить закон распределения дискретной случайной величины X - числа отказавших элементов в одном опыте.

8. Независимые случайные величины X и Y заданы рядами распределения.

X	-2	1,5	2	3
P	0,1	0,3	0,2	…

Y	-1,5	0	2
P	0,3	0,2	…

Найти среднее квадратическое отклонение величины $Z = 2X^2 - 3Y$.

9. Устройство состоит из 4-х независимо работающих однотипных элементов. Вероятность надежной работы каждого элемента равна 0,995. Найти вероятность того, что работают не менее трех элементов.

10. Случайная величина X задана плотностью вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x < 0, \\ a(x^2 + 2x) & при \quad 0 < x < 1, \\ 0 & при \quad x > 1. \end{cases}$$

Найти коэффициент "a", интегральную функцию распределения $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания X в интервал (0,2; 0,8).

11. На станке изготавливается деталь. Ее длина X - случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами: a =20 см, σ =1,1 см. Найти вероятность того, что длина детали заключена между 19 см и 21,1 см. Какое отклонение длины детали от a можно гарантировать с вероятностью 0,9; 0,99? В каких пределах будут лежать практически все размеры деталей ?

Математическая статистика

Для каждого варианта требуется:

1. Представить опытные данные в сгруппированном виде, разбив на k равноотстоящих частичных интервалов.
2. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.
3. Построить полигон и гистограмму относительных частот.

4. Вычислить методом произведений числовые характеристики выборки: выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии, выборочное среднее квадратическое отклонение, коэффициенты асимметрии и эксцесса.

5. Найти точечные оценки параметров нормального закона распределения и плотность вероятностей $f(x)$.

6. Проверить, согласуется ли принимаемая гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки, используя критерии Пирсона и Колмогорова (при уровнях значимости 0,05; 0,01).

7. Найти интервальные оценки параметров нормального закона распределения, приняв доверительную вероятность γ = 0,95 и 0,99.

Задание

Результаты регистрации средней эксплуатационной скорости движения автобусов на междугородных маршрутах представлены в виде вариационного ряда в таблице

23	30,2	32,5	34,2	35,6	37,7	38,6	40,3	42,8	44,6
24,5	30,4	32,7	34,3	35,9	37,7	38,8	40,4	42,9	45,0
25,8	30,6	32,9	34,4	36,2	37,8	38,9	40,6	43,0	45,5
26,6	30,8	33,1	34,4	36,5	37,8	39,1	40,8	43,1	46,0
27,0	31,1	33,4	34,6	36,8	37,9	39,3	41,1	43,1	46,5
27,5	31,3	33,6	34,6	37,1	38,1	39,5	41,4	43,2	47,2
28,0	31,5	33,8	34,8	37,3	38,1	39,7	41,7	43,5	47,8
28,6	31,8	33,8	34,9	37,4	38,3	39,9	42,0	43,7	48,6
29,2	32,0	34,0	35,1	37,5	38,4	40,1	42,3	43,9	50,2,
29,7	32,3	34,0	35,3	37,6	38,6	40,2	42,6	44,2	51,0

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.