Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 30.10.2023 12:56:44
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет «Информационные технологии»

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
«Информационные технологии»
_____/Д.Г.Демидов/
«16» мая 2022

Рабочая программа дисциплины

«Дискретная математика»

Направление подготовки/специальность

09.03.03 Прикладная информатика

Профиль/специализация

«Информационные технологии управления бизнесом»

Квалификация

Бакалавр

Формы обучения

Очная

Москва, 2023 г.

Разработчик(и):
к.ф-м.н., доцент

/ А.А.Набебин /

Согласовано:
Заведующий кафедрой «Инфокогнитивные технологии»,



к.т.н., доцент / Е.А.Пухова /

1 Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К **основным целям** освоения дисциплины относится:

- формирование понимания студентами ключевых положений дискретной математики, необходимых для практического использования на последующих этапах обучения и, в профессиональной сфере деятельности будущего специалиста;
- изучение логических основ дискретной математики и основных концепций, которые позволяют студентам получить базовое представление об эффективных способах решения дискретно математических задач;
- формирование у студентов компетенций, связанных с базовыми понятиями, которые составляют основу дискретной математики, и позволяют сделать процесс решения задач более легким и эффективным;
- формирование у студентов навыков логического и алгоритмического мышления при реализации решения поставленной задачи.;
- закрепление получаемых в семестре знаний и навыков на практике;
- формирование взаимосвязей, получаемых в семестре знаний и навыков с изученными ранее и изучаемых параллельно с данной дисциплиной;
- подготовка студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра.

К **основным задачам** дисциплины относятся:

- овладение навыками и приемами решения задач комбинаторики, теории графов, алгоритмов на графах, потоков в сетях, числовых рекуррентных уравнений;
- изучение и освоение теоретического материала, как в процессе контактной, так и в ходе самостоятельной работы;
- выполнение предоставленных практических заданий различных форм, как в процессе контактной, так и в ходе самостоятельной работы;
- самостоятельная работа над тематикой дисциплины для формирования компетенций основной образовательной программы (далее, ООП).

Обучение по дисциплине «Дискретная математика» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИУК-1.2. Осуществляет поиск, критически оценивает, обобщает, систематизирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи ИУК-1.3. Рассматривает и предлагает рациональные варианты решения поставленной задачи, используя системный подход, критически оценивает их достоинства и недостатки
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального	ИОПК-1.1. Знает основы высшей математики, методы и модели, применяемые в различных областях; основы математического моделирования, принципы построения

исследования в профессиональной деятельности	математических моделей, алгоритмы решения задач оптимизации; ИОПК-1.2. Умеет применять методы дискретной математики, системного анализа, математического моделирования для исследования и разработки профессиональных задач и процессов; применять математическое обеспечение при моделировании прикладных и информационных процессов. ИОПК-1.3. Владеет методами теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, составления математических моделей и решения задач линейного и нелинейного программирования, а также задач оптимизации работы с методами дискретной математики, используемыми при проектировании и разработке информационных систем.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к числу учебных дисциплин обязательной части.

Дисциплина взаимосвязана логически и содержательно-методически со следующими дисциплинами и практиками ООП:

- Линейная алгебра и функция нескольких переменных;
- Математический анализ;
- Математическая логика и теория алгоритмов.

3 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы (144 академических часов).

3.1 Виды учебной работы и трудоемкость (по формам обучения)

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестры	
			4	
1	**Аудиторные занятия**	**54**	54	
	В том числе:			
1.1	Лекции	18	18	
1.2	Семинарские/практические занятия	36	36	
2	**Самостоятельная работа**	**90**	90	
3	**Промежуточная аттестация**			
	Экзамен	**экзамен**	экзамен	
	Итого:	**144**	144	

3.2 Тематический план изучения дисциплины (по формам обучения)

№ п/п	Разделы/темы дисциплины	Трудоемкость, час					
		Всего	Аудиторная работа				Самостоятельная работа
			Лекции	Семинарские/ практические занятия	Лабораторные занятия	Практическая подготовка	
1	Лекция 1. Множества, операции над множествами, отношения. Числовые множества. Булевы свойства операций над множествами. Мощность множества. Функции. Отношения. Отношение эквивалентности.	8	1	2			5
2	Лекция 2. Графы, мультиграфы, псевдографы. Матрица смежности и матрица инциденций. Операции над графами. Маршруты, цепи, циклы, связность.	8	1	2			5
3	Лекция 3. Обходы графов. Эйлеровы графы и эйлеровы циклы. Полные циклы и последовательности де Брюйна. Гамильтоновы графы, гамильтоновы циклы. Коды Грея.	8	1	2			5
4	Лекция 4. Деревья и лес. Характеристические свойства деревьев. Каркасы и хорды в связном графе.	8	1	2			5
5	Лекция 5. Циклы в графах. Линейное пространство бинарных наборов. Линейное пространство подграфов данного графа. Подпространство четных подграфов. Фундаментальная система циклов. Циклический ранг графа.	8	1	2			5
6	Лекция 6. Двудольные графы и паросочетания. Совершенные паросочетания. Системы различных представителей.	8	1	2			5
7	Лекция 7.	8	1	2			5

	Плоские и планарные графы. Формула Эйлера для связных плоских графов. Графы K_5 и K_{33}. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.						
8	Лекция 8. Раскраска графов. Хроматическое число и хроматический класс. Раскраска вершин. Верхняя и нижняя оценки хроматического числа. Внутренне и внешне устойчивые множества вершин графа. Оптимальная раскраска вершин графа. Раскрашивание планарных графов.	8	1	2			5
9	Лекция 9. Потоки в транспортных сетях. Двухполюсные сети. Дивергенция. Потоки в сетях. Сечения (разрезы) в сетях. Величина потока и пропускная способность сети. Теорема Форда–Фалкерсона о максимальном потоке.	8	1	2			5
10	Лекция 10. Элементы комбинаторики. Размещения, перестановки, сочетания без повторов и с повторами.	8	1	2			5
11	Лекция 11. Производящие функции для комбинаторных конфигураций и для их чисел. Производящие функции для сочетаний и размещений.	8	1	2			5
12	Лекция 12. Комбинаторно логический аппарат. Формула включений и исключений и ее приложения в задаче о беспорядках и в задаче о встречах.	8	1	2			5
13	Лекция 13. Перечисление графов. Производящая функция для числа помеченных графов. Число помеченных деревьев. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях.	8	1	2			5
14	Лекция 14. Графы и группы подстановок. Симметрическая группа. Орбита	8	1	2			5

	группы подстановок. Стабилизатор элемнта группы подстановок.						
15	Лекция 15. Лемма Бернсайда о числе орбит группы подстановок. Представление подстановки произведением циклов. Теорема Пойа о числе орбит степенной группы. Раскраска вершин куба. Составление ожерелий.	8	1	2			5
16	Лекция 16. Коды Прюфера для деревьев. Сжатие информации по Фано и по Хаффмену. Передача информации с исправлением ошибок по Хеммингу. Компьютерная информация, ее количество, ее энтропия.	8	1	2			5
17	Лекция 17. Защита информации с открытым ключом и цифровая подпись RSA.	8	1	2			5
18	Лекция 18. Конечные автоматы, автоматные языки, лексические анализаторы КС-языки, синтаксические анализаторы…	8	1	2			5
	Промежуточная аттестация: экзамен						5
Итого		**144**	**18**	**36**			**90**

3.3 Содержание дисциплины

Л-1 Множества, операции над множествами, отношения. Мощность множества. Отношение эквивалентности. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Операции над множествами.
- Отношения.
- Отношение эквивалентности.

Контрольные вопросы:

1. Определить равенсто и включения множеств…
2. Определить декартово произведение множеств.
3. Написать три аксиомы эквивалентности множеств.
4. Сформулировать теорему о классах эквивалентности множества.
5. Дать определение фактор-множества по данной эквивалентности.

Л-2 Способы задания графов. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Графы, мультиграфы, псевдографы.
- Задание графов.
- Операции над графами…

- Маршруты, цепи, циклы, связность.
- Матрица смежности и матрица инциденций...
- Связность графа…

Контрольные вопросы:

1. Написать матрицу смежности …
2. Написать матрицу инциденций.
3. Определить маршрут, цепь, цикл в графе …
4. Определить связность и компоненту связности графа.

Л-3 Обходы графов. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Эйлеровы графы и эйлеровы циклы.
- Полные циклы и последовательности де Брюйна.
- Гамильтоновы графы, гамильтоновы циклы.
- Коды Грея...

Контрольные вопросы:

1. Определение эйлерова цикла и эйлерова графа ...
2. Определение четного графа.
3. Теорема о связи эйлеровости и четности графа.
4. Определение гамильтонова цикла и гамильтонова графа.
5. Определение кода Грея.

Л-4 Деревья. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Деревья и лес.
- Характеристические свойства деревьев.
- Каркасы и хорды в связном графе.

Контрольные вопросы:

1. Определение дерева и леса ...
2. Сформулировать пять характеристических свойств дерева.
3. Определение каркаса графа.
4. Алгоритм построения каркаса графа.
5. Алгоритм построения всех хорд графа.

Л-5 Циклы в графах. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Линейное пространство бинарных наборов.
- Линейное пространство подграфов данного графа.
- Подпространство четных подграфов.
- Фундаментальная система циклов.
- Циклический ранг графа.

Контрольные вопросы:

1. Определение поля ...
2. Определение линейного пространства над данным полем.
3. Определить линейное пространство всех бинарных векторов над бинарным полем ...
4. Определить линейное пространство всех подграфов данного графа.

5. Сформулировать теорему о всех четных подграфов данного графа.
5. Определение фундаментальной системы циклов данного графа.
6. Определение циклического ранга графа.

Л-6 Двудольные графы и паросочетания. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Двудольные графы.
- Паросочетания.

Контрольные вопросы:

1. Максимальное, наибольшее, совершенное паросочетание ...
2. Теорема Холла о совершенном паросочетании в двудольном графе.
3. Система различных представителей конечной системы конечных множеств.

Л-7 Циклы в графах. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Формула Эйлера для связных плоских графов.
- Графы K5 и K33.
- Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.

Контрольные вопросы:

1. Теорема о формуле Эйлера для связных плоских графов ...
2. Начертить граф K5.
3. Начертить граф K33.
4. Определение гомеоморфизма двух графов.

Л-8 Раскраска графов. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Хроматическое число и хроматический класс.
- Раскраска вершин.
- Верхняя и нижняя оценки хроматического числа.
- Внутренне и внешне устойчивые множества вершин графа.
- Оптимальная раскраска вершин графа.
- Раскрашивание планарных графов.

Контрольные вопросы:

1. Определение хроматического числа графа...
2. Теорема о двудольных и бихроматических графах.
3. Теорема о хроматическом числе полного графа Kp.
4. Теорема о верхней оценке хроматического числа графа.
5. Определение внутренне устойчивого множества вершин графа.
4. Теорема о нижней оценке хроматического числа графа.
5. Определение внешне устойчивого множества вершин графа.

Л-9 Потоки в транспортных сетях. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Двухполюсные сети.
- Дивергенция.
- Потоки в сетях.
- Сечения (разрезы) в сетях.

- Величина потока и пропускная способность сети.
- Теорема Форда–Фалкерсона о максимальном потоке.

Контрольные вопросы:

1. Определение двухполюсной транспортной сети...
2. Определение дивергенции функции в вершинах сети…
3. Определение сечения (разреза) в сети.
4. Пропускная способность сети.
5. Теорема о максимальном потоке в транспортной сети.

Л-10 Порождение комбинаторных конфигураций и их пересчет. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Размещения, перестановки, сочетания без повторов и с повторами.
- Правило суммы и правило произведения.
- Подсчет числа размещений перестановок, сочетаний.
- Число перестановок и размещений данной спецификации.

Контрольные вопросы:

1. Определение размещения, перестановки, сочетания...
2. Теорема о числе размещений без повторов.
3. Теорема о числе перестановок без повторов.
4. Теорема о числе размещений с повторами.
5. Теорема о числе перестановок с повторами.
6. Теорема о числе сочетаний без повторов.
7. Теорема о числе сочетаний с повторами.
8. Теорема о числе перестановок данной спецификации.
9. Теорема о числе размещений данной спецификации.

Л-11 Производящие функции для комбинаторных конфигураций и их числа. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Аппарат формальных степенных рядов.
- Производящие функции для сочетаний без повторов.
- Производящие функции для сочетаний с повторами с ограничениями на число повторов.
- Сочетания с повторами без ограничения на число повторов.
- Производящие функции для размещений с повторами с ограничениями на число повторов.
- Производящие функции для размещений с повторами без ограничений на число повторов.

Контрольные вопросы:

1. Написать производящую функцию для сочетаний без повторов.
2. Написать производящую функцию для сочетаний с ограничениями на число повторов.
3. Написать производящую функцию для сочетаний без ограничений на число повторов.
4. Написать производящую функцию для размещений с повторами.

Л-12 Комбинаторно-логический аппарат. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Формула включений и исключений.
- Задача о беспорядках.
- Задача о встречах.

Контрольные вопросы:

1. Написать формулу включений и исключений.
2. Написать формулу числа беспорядков.
3. Написать формулу числа встреч.

Л-13 Рекуррентные последовательности. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Рекуррентные уравнения.
- Порядок уравнения, частное и общее решение.
- Линейные рекуррентные уравнения (ЛРУ) однородные и неоднородные с переменными коэффициентами.
- Фундаментальная система решений. Общее решение однородного и неоднородного ЛРУ с помощью фундаментальной системы решений.

Контрольные вопросы:

1. Написать линейное рекуррентное уравнениями (ЛРУ) с переменными коэффициентами.
2. Теорема об общем решении неоднородного ЛРУ.
3. Фундаментальная система решений.
4. Линейные стационарные рекуррентные уравнения (с постоянными коэффициентами).

Л-14 Стационарные линейные рекуррентные уравнения (СЛРУ). 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Линейные рекуррентные уравнения однородные и неоднородные с постоянными коэффициентами
- Характеристический полином и характеристическое уравнение.
- Фундаментальная система решений СЛРУ.
- Общее решение однородного и неоднородного СЛРУ.
- Частное решение неоднородного СЛРУ с правой частью – квазиполиномом.

Контрольные вопросы:

1. Формула числа помеченных графов.
2. Формула числа помеченных деревьев.
3. Вычисление числа стягивающих деревьев (каркасов) графа G.

Л-15 Перечисление графов. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Производящая функция для числа помеченных графов с p вершинами.
- Число помеченных графов с p вершинами и k ребрами.
- Теорема Кэли о числе помеченных деревьев с p вершинами.
- Матричная теорема Кирхгофа о деревьях.

Контрольные вопросы:

1. Определение группы.
2. Группа подстановок.

3. Симметрическая группа Sn.
4. Сформулировать лемму Бернсайда.
5. Полином циклов (цикловый индекс) Z(G) группы G.

Л-16 Графы и группы подстановок. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Орбита группы подстановок.
- Лемма Бернсайда о числе орбит группы подстановок.
- Многочлен циклов (цикловый индекс). Теорема Пойа.
- Раскраска вершин куба. Составление ожерелий.

Контрольные вопросы:

1. Написать группу вращений куба.
2. Определение ожерелья.
3. Написать группу вращений ожерелья из семи бусин.

Л-17 Частично упорядоченные множества. 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Отношения частичного порядка. Теорема Стоуна о представлении булевых алгебр.
- Решетки. Изоморфизм решеток.
- Булевы алгебры.
- Теорема Стоуна о представлении булевых алгебр.

Контрольные вопросы:

1. Определение частично упорядоченного множества.
2. Определение решетки.
3. Определение булевой алгебры.
4. Сформулировать теорему Стоуна.

Л-18 Конечные автоматы 1 ак. часа

Краткое содержание (перечень рассматриваемых вопросов) лекции:

- Автоматы Мили и Мура
- Источники
- Регулярные языки и регулярные выражения

Контрольные вопросы:

1. Определение автомата Мили
2. Определение автомата Мура.
3. Определение источника.
4. Теорема о детерминизации источника.

3.4 Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий

С-1 Множества, операции над множествами, отношения. Мощность множества. Отношение эквивалентности. 2 ак.часа

Выполняемые практические задания:

- Операции над множествами.
- Отношения.
- Отношение эквивалентности.

Контрольные вопросы:

1. Определить равенство и включение множеств.

2. Определить декартово произведение множеств.
3. Написать три аксиомы эквивалентности множеств.
4. Сформулировать теорему о классах эквивалентности множества.
5. Дать определение фактор-множества по данной эквивалентности.

С-2 Способы задания графов. 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Графы, мультиграфы, псевдографы.
- Задание графов.
- Операции над графами.
- Маршруты, цепи, циклы, связность.
- Матрица смежности и матрица инциденций.
- Связность графа.

Контрольные вопросы:

1. Написать матрицу смежности.
2. Написать матрицу инциденций.
3. Определить маршрут, цепь, цикл в графе.
4. Определить связность и компоненту связности графа.

С-3 Обходы графов. 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Эйлеровы графы и эйлеровы циклы.
- Полные циклы и последовательности де Брюйна.
- Гамильтоновы графы, гамильтоновы циклы.
- Коды Грея...

Контрольные вопросы:

1. Определение эйлерова цикла и эйлерова графа.
2. Определение четного графа.
3. Теорема о связи эйлеровости и четности графа.
4. Определение гамильтонова цикла и гамильтонова графа.
5. Определение кода Грея.

С-4 Деревья. 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Деревья и лес.
- Характеристические свойства деревьев.
- Каркасы и хорды в связном графе.

Контрольные вопросы:

1. Определение дерева и леса.
2. Сформулировать пять характеристических свойств дерева.
3. Определение каркаса графа.
4. Алгоритм построения каркаса графа.
5. Алгоритм построения всех хорд графа.

С-5 Циклы в графах. 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Линейное пространство бинарных наборов.

- Линейное пространство подграфов данного графа.
- Подпространство четных подграфов.
- Фундаментальная система циклов.
- Циклический ранг графа.

Контрольные вопросы:

1. Определение поля.
2. Определение линейного пространства над данным полем.
3. Определить линейное пространство всех бинарных векторов над бинарным полем.
4. Определить линейное пространство всех подграфов данного графа.
5. Сформулировать теорему о всех четных подграфов данного графа.
5. Определение фундаментальной системы циклов данного графа.
6. Определение циклического ранга графа.

С-6 Двудольные графы и паросочетания. 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Двудольные графы.
- Паросочетания.

Контрольные вопросы:

1. Максимальное, наибольшее, совершенное паросочетание..
2. Теорема Холла о совершенном паросочетании в двудольном графе.
3. Система различных представителей конечной системы конечных множеств.

С-7 Циклы в графах. 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Формула Эйлера для связных плоских графов.
- Графы K5 и K33.
- Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.

Контрольные вопросы:

1. Теорема о формуле Эйлера для связных плоских графов.
2. Начертить граф K5.
3. Начертить граф K33.
4. Определение гомеоморфизма двух графов.

С-8 Раскраска графов. 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Хроматическое число и хроматический класс.
- Раскраска вершин.
- Верхняя и нижняя оценки хроматического числа.
- Внутренне и внешне устойчивые множества вершин графа.
- Оптимальная раскраска вершин графа.
- Раскрашивание планарных графов.

Контрольные вопросы:

1. Определение хроматического числа графа...
2. Теорема о двудольных и бихроматических графах.
3. Теорема о хроматическом числе полного графа Kp.
4. Теорема о верхней оценке хроматического числа графа.
5. Определение внутренне устойчивого множества вершин графа.

4. Теорема о нижней оценке хроматического числа графа.
5. Определение внешне устойчивого множества вершин графа.

С-9 Потоки в транспортных сетях. 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Двухполюсные сети.
- Дивергенция.
- Потоки в сетях.
- Сечения (разрезы) в сетях.
- Величина потока и пропускная способность сети.
- Теорема Форда–Фалкерсона о максимальном потоке.

Контрольные вопросы:

1. Определение двухполюсной транспортной сети.
2. Определение дивергенции функции в вершинах сети.
3. Определение сечения (разреза) в сети.
4. Пропускная способность сети.
5. Теорема о максимальном потоке в транспортной сети.

С-10 Порождение комбинаторных конфигураций и их пересчет. 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Размещения, перестановки, сочетания без повторов и с повторами.
- Правило суммы и правило произведения.
- Подсчет числа размещений перестановок, сочетаний.
- Число перестановок и размещений данной спецификации.

Контрольные вопросы:

1. Определение размещения, перестановки, сочетания...
2. Теорема о числе размещений без повторов.
3. Теорема о числе перестановок без повторов.
4. Теорема о числе размещений с повторами.
5. Теорема о числе перестановок с повторами.
6. Теорема о числе сочетаний без повторов.
7. Теорема о числе сочетаний с повторами.
8. Теорема о числе перестановок данной спецификации.
9. Теорема о числе размещений данной спецификации.

С-11 Производящие функции для комбинаторных конфигураций и их чисел. 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Аппарат формальных степенных рядов.
- Производящие функции для сочетаний без повторов.
- Производящие функции для сочетаний с повторами

Контрольные вопросы:

1. Написать производящую функцию для сочетаний без повторов.
2. Написать производящую функцию для сочетаний с ограничениями на число повторов.
3. Написать производящую функцию для сочетаний без ограничений на число повторов.

4. Написать производящую функцию для размещений с повторами.

С-12 Комбинаторно логический аппарат 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Включения и исключения
- Теорема о формуле включений и исключений.
- Задача о беспорядках.
- Задача о встречах.

Контрольные вопросы:

1. Написать формулу включений и исключений.
2. Написать формулу числа беспорядков.
3. Написать формулу числа встреч.

С-13 Рекуррентные последовательности 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Рекуррентные уравнения.
- Линейные рекуррентные уравнения с переменными коэффициентами.
- Линейные рекуррентные уравнения с постоянными коэффициентами.

Контрольные вопросы:

1. Написать линейное рекуррентное уравнениями (ЛРУ) с переменными коэффициентами.
2. Теорема об общем решении неоднородного ЛРУ.
3. Фундаментальная система решений.
4. Линейные стационарные рекуррентные уравнения (с постоянными коэффициентами).

С-14 Перечисление графов 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Число помеченных графов
- Число помеченных деревьев
- Матричная теорема Кирхгофа о деревьях
- Кодер и декодер Прюфера для деревьев

Контрольные вопросы:

1. Формула числа помеченных графов.
2. Формула числа помеченных деревьев.
3. Вычисление числа стягивающих деревьев (каркасов) графа G.

С-15 Графы и группы подстановок 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Группы подстановок
- Лемма Бернсайда
- Орбита группы подстановок G
- Теорема Пойа

Контрольные вопросы:

1. Определение группы.
2. Группа подстановок.
3. Симметрическая группа Sn.

4. Сформулировать лемму Бернсайда.
5. Полином циклов (цикловый индекс) Z(G) группы G.

С-16 Раскраска вершин многогранника и составление ожерелий 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Раскраска вершин куба.
- Составление ожерелий.

Контрольные вопросы:

1. Написать группу вращений куба.
2. Определение ожерелья.
3. Написать группу вращений ожерелья из семи бусин.

С-17 Частично упорядоченные множества 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Отношение частичного порядка.
- Решетки.
- Изоморфизм решеток.
- Булевы алгебры. Теорема Стоуна.

Контрольные вопросы:

1. Определение частично упорядоченного множества.
2. Определение решетки.
3. Определение булевой алгебры.
4. Сформулировать теорему Стоуна.

С-18 Конечные автоматы 2 ак. часа

Выполняемые практические задания:

- Автоматы Мили и Мура
- Источники
- Регулярные языки и регулярные выражения

Контрольные вопросы:

1. Определение автомата Мили
2. Определение автомата Мура.
3. Определение источника.
4. Теорема о детерминизации источника.

4 Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1 Основная литература

1. Набебин А.А. Дискретная математика. М.: Научный мир, 2010. 509с.
2. Набебин А.А. Сборник заданий по дискретной математике. М.: Научный мир, 2009. 280с.
3. Авдошин С. М., Набебин А. А. Дискретная математика. Модулярная алгебра, криптография, кодирование. – М.: ДМК Пресс, 2017. – 352 с.
4. Авдошин С. М., Набебин А. А. Дискретная математика. Формальнологические системы и языки. – М.: ДМК Пресс, 2018. – 352 с.
5. Авдошин С. М., Набебин А. А. Дискретная математика. Алгоритмы: теория и практика. – М.: ДМК Пресс, 2019. – 282 с.

6. Набебин А.А., Кораблин Ю.П. Математическая логика и теория алгоритмов. М.: Научный мир, 2008. – 282 с.

4.2 Дополнительная литература

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. СПб.: Питер, 2001.
2. Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1873. 300 с.
3. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986. 384с.
4. Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика. М.: Вильямс, 2003.
5. Кофман Введение в прикладную комбинаторику.
6. Липский Комбинаторика для программистов.
7. Риордан Введение в комбинаторный анализ.
8. Сачков В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики.

4.3 Электронные образовательные ресурсы

https://online.mospolytech.ru/enrol/index.php?id=6538

5 Материально-техническое обеспечение

Лекционные и семинарские занятия должны проводиться в обычных учебных аудиториях с большой меловой доской.

Для проведения лекционных и практических занятий специального программного обеспечения для освоения дисциплины не требуется.

Требования к программному обеспечению не предусмотрены

6 Методические рекомендации

6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Методика преподавания дисциплины и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривает использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков у обучающихся:

- посещение лекций;
- выполнение практических заданий на семинарах;
- индивидуальные и групповые консультации студентов преподавателем, в том числе в виде защиты выполненных заданий в рамках самостоятельной работы;
- посещение профильных конференций и работа на мастер-классах экспертов и специалистов индустрии.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов составляет 50% от общего объема дисциплины и состоит из:

- выполнению практических заданий;
- повторения и систематизации лекционного материала;
- чтения литературы и освоения дополнительного материала в рамках тематики дисциплины;
- подготовки к текущей аттестации;

- подготовки к промежуточной аттестации.

Рекомендуется:

1. При подготовке к занятиям следует предварительно проработать материал занятия, предусмотрев его подачу точно в отведенное для этого время занятия. Следует подготовить необходимые материалы – теоретические сведения, задачи и др. При проведении занятия следует контролировать подачу материала и решение заданий с учетом учебного времени, отведенного для занятия.
2. При проверке работ и отчетов следует учитывать не только правильность выполнения заданий, но и оптимальность выбранных методов решения, правильность выполнения всех его шагов.
3. При организации и проведения экзаменов в практико-ориентированной форме следует использовать утвержденные кафедрой Методические рекомендации.

6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Изучение дисциплины осуществляется в строгом соответствии с целевой установкой в тесной взаимосвязи учебным планом. Основой теоретической подготовки студентов являются аудиторные занятия.

В процессе самостоятельной работы студенты закрепляют и углубляют знания, полученные во время аудиторных занятий, дорабатывают конспекты и записи, готовятся к проведению практических занятий, готовятся к промежуточной аттестации, а также самостоятельно изучают отдельные темы учебной программы.

На занятиях студентов, в том числе предполагающих практическую деятельность, осуществляется закрепление полученных, в том числе и в процессе самостоятельной работы, знаний. Особое внимание обращается на развитие умений и навыков установления связи положений теории с профессиональной деятельностью будущего специалиста.

Самостоятельная работа осуществляется индивидуально. Контроль самостоятельной работы организуется в двух формах:

- самоконтроль и самооценка студента;
- контроль со стороны преподавателей (текущий и промежуточный).

Критериями оценки результатов самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентом учебного материала;
- умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность компетенций;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

7 Фонд оценочных средств

7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций.

- В четвертом семестре изучения дисциплины: выполнение домашних индивидуальных заданий, экзамен.

7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).

Показатель:	**Критерии оценивания**			
	Допороговое значение	**Пороговое значение**		
	2	**3**	**4**	**5**
ЗНАТЬ	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствиематериалу дисциплины знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3).	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность знаний, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями при их переносе на новые ситуации.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Свободно оперирует приобретенными знаниями.
УМЕТЬ	Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет выполнять действия, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3).	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие умений, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3). Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие умений, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3). Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе	Обучающийся демонстрирует полное соответствие умений, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Уметь» (см. п. 3). Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях

		показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании умениями при их переносе на новые ситуации.	умений на новые, нестандартные ситуации.	повышенной сложности.
ВЛАДЕТЬ	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3).	Обучающийся в неполном объеме владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3). Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения навыками по ряду показателей. Обучающийся испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3). Навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет приемами, методами и иными умениями, указанными в индикаторах компетенций дисциплины «Владеть» (см. п. 3). Свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

7.3 Оценочные средства

7.3.1 Текущий контроль

В результате освоения дисциплины (модуля) формируются следующие компетенции:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ОПК-1.	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

7.3.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине (модулю), при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине (модулю) методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации определена в п 5.6 «Положении о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский политехнический университет», утвержденным приказом ректора Московского политехнического университета от 31.08.2017 № 843-ОД. В случае внесения изменений в документ или утверждения нового Положения, следует учитывать принятые правки.

К промежуточной аттестации допускаются только студенты, выполнившие все виды учебной работы, предусмотренные рабочей программой дисциплины. При этом используется балльно-рейтинговая система, включающая следующие критерии оценки.

Критерий	**Значение критерия**
Выполнение индивидуальных практических работ в срок	+5 баллов за каждую выполненную на отлично индивидуальную практическую работу; Максимальное значение критерия – не более 20 баллов.
Невыполнение (выполнение с оценкой «неудовлетворительно») индивидуальных работ.	-10 баллов за одну индивидуальную работу; -50 баллов, за две, три или четыре индивидуальных работ; -100 баллов за пять и более индивидуальных работ.
Выполнение экзаменационного задания	Максимальное значение критерия – 80 баллов.

Максимальная сумма набираемых по дисциплине баллов – 100. С началом каждого нового семестра изучения дисциплины набранные баллы обнуляются и рейтинг студента ведется заново. Перевод набранных баллов в оценку промежуточной аттестации производится согласно следующей таблице.

Оценка по балльно-рейтинговой системе	**Оценка по итоговой аттестации**

0 … 49	Неудовлетворительно
50 … 59	Удовлетворительно
60 … 75	Хорошо
76 … 100	Отлично

Шкалы оценивания результатов лабораторных работ, курсовых работ, курсовых проектов

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Задание выполнено полностью и в срок. Отсутствуют ошибки в полученном результате. При процедуре защиты студент уверенно отвечает на контрольные вопросы, оперирует приобретенными знаниями и умениями, объясняет все этапы получения результата, его характеристики и причины их значений. Способен при необходимости доработать полученные результаты в соответствии с любыми незначительными изменениями в задании.
Хорошо	Задание выполнено полностью и в срок. Присутствуют незначительные ошибки в полученном результате. При процедуре защиты студент правильно отвечает на вопросы о ходе работы, оперирует приобретенными знаниями и умениями, однако возможны незначительные ошибки на дополнительные вопросы, в том числе и на вопросы для самоконтроля. Студент объясняет все этапы получения результата, его характеристики и причины их значений. Способен при необходимости доработать полученные результаты в соответствии с большинством незначительных изменений в задании.
Удовлетворительно	Задание выполнено либо со значительными ошибками, либо с опозданием. При процедуре защиты студент некорректно отвечает на некоторые дополнительные вопросы, в том числе и на вопросы для самоконтроля. Студент объясняет все этапы получения результата, его характеристики и причины их значений. Способен при необходимости доработать полученные результаты в соответствии с лишь некоторыми незначительными изменениями в задании.
Неудовлетворительно	Задание полностью не выполнено, либо выполнено не в срок и с грубыми ошибками. При процедуре защиты студент некорректно отвечает на большинство дополнительных вопросов, в том числе и на вопросы для самоконтроля. Не может объяснить этапы выполнения задания, характеристики и свойства полученного результата, причины и взаимосвязи между ними, исходными данными и своими действиями. Неспособен доработать полученные результаты в соответствии с незначительными изменениями в задании.

Экзаменационное задание

Экзаменационное задание выполняется студентом индивидуально, по итогам изучения дисциплины или ее части. При этом достижение порогового результата работы над экзаменационным заданием соответствует описанному в п. 3 данного документа этапу освоения соответствующих компетенций на базовом или продвинутом уровне.

Базовый уровень: способность выполнять полученное задание, применяя полученные знание и умения на практике, владеть соответствующими индикаторами компетенции при выполнении задания.

Продвинутый уровень: способность выполнять полученное задание и решать самостоятельно сформированные задачи, применяя полученные знание и умения на практике. Уверенно владеть соответствующими индикаторами компетенции при выполнении задания, комбинировать их между собой и с индикаторами других компетенций для достижения проектных результатов.

Форма экзаменационного задания выбирается преподавателем и утверждается на заседании кафедры. Экзамен может проходить в следующих формах и с использованием следующих оценочных средств.

Форма	Представление оценочного средства в ФОС
Устная.	Банк контрольных вопросов, соответствующих отдельным темам дисциплины (см. п. 4 настоящего документа). Вопросы формируют экзаменационный билет (см. ниже), состоящий из теоретических вопросов и практических заданий (типовые практические задания представлены ниже). Билеты, включая вопросы и практические задания, формируются преподавателем и утверждаются на заседании кафедры. В них могут быть включены дополнительные контрольные вопросы и задания, не требующие у студентов наличия не формируемых данной дисциплиной компетенций или более высоких этапов сформированности формируемых. Для ответа на каждый вопрос и для решения любого практического задания студент должен находится на требуемом для данной дисциплине уровне сформированности всех соответствующих ей компетенций: каждый вопрос и задание проверяет уровень сформированности всех соответствующих данной дисциплине компетенций.
Письменная.	Оценочное средство полностью соответствует оценочным средствам устной формы задания.

Типовой экзаменационный билет

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

по дисциплине

«ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА»

направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

ВОПРОСЫ:

1. Теорема Эйлера об эйлеровом цикле.
2. Практическое задание. Для данного неориентированного графа написать маршрут, цепь, простую цепь, цикл, простой цикл. $G = (V,E) = (V=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}, E=\{(1,2),(1,3), (1,5), (1,6),(2,3),(2,4),(2,6),(3,4),(3,5),(3,7),(3,8), (6,7),(6,8)\})$.

Утверждено: _____ / _____ / «__» _____ 20__г.

Типовые практические задания

1. Найти код Прюфера для дерева $T = (V, E) = (V = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, E = {(1,2), (1,7), (1,8), (2,6), (3,5), (4,5), (5,6), (5,9)}).
2. Декодировать код Прюфера $C = (5,5,1,1,2,6,5)$ и построить соответствующее дерево.
3. Найти число ожерелий, которые можно составить из пяти бусин не более чем двух цветов, синего и красного.
4. Найти хроматическое число графа G и его оптимальную раскраску. $G = (V, E) = (V= \{1,2,3,4,5,6\}, E=\{(l,2), (l,3), (l,5), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6)\})$.
5. Построить плоское изображение графа, если это возможно. $G = (V, E) = (V= \{1,2,3,4,5,6\}, E= \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,4), (2,6), (3,5), (3,6), (4,6), (5,6)\})$.
6. В нагруженном графе G найти кратчайший каркас и соответствующие множество хорд, фундаментальную систему циклов, все фундаментальные сечения (разрезы). $G = (V, E) = (V=\{a,b,c,d,e,f,g\}, E=\{(a,b,1), (a,g,2), (b,c,7), (b,d,6), (b,f,8), (b,g,3), (c,d,2), (c,g,9), (d,e,1), (d,f,9), (d,g,1), (e,f,4), (e,g,5), (f,g,9)\})$.