Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 23.10.2023 16:38:18
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
информационных технологий
/Д. Г. Демидов/
«28» апреля 2022 г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

## «Линейная алгебра и функции нескольких переменных»

Направление подготовки:

**10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем»**

Профиль
**«Безопасность открытых информационных систем»**

Квалификация
**Специалист по защите информации**

Формы обучения
**Очная**

Москва, 2022

Программу составил:
доц., к.ф.-м. н.  /Е.А. Коган/

**Согласовано:**
Зав кафедрой «Математика»



д.ф.-м.н. /С.Н. Андреев/

**Согласовано:**
И.о. заведующего кафедрой «Информационная безопас



А.Ю. Гневшев

Руководитель образовательной программы,



А.Ю. Гневшев

## 1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Линейная алгебра и функции нескольких переменных» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Линейная алгебра и функции нескольких переменных» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП специалитет

Дисциплина «Линейная алгебра и функции нескольких переменных» входит в обязательную часть в раздел 1 Математическая подготовка. Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

*В основной части*:

- Математический анализ;
- Дискретная математика;
- Основы ИКТ.

*В части, формируемой участниками образовательных отношений:*

- Основы программирования;
- Алгоритмическое программирование;
- Вероятностные основы веб-аналитики;
- Статистические методы веб-аналитики;
- Методы работы с большими данными.

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

| **Код компетенции** | **В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать** | **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине** |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| ОПК-3 | Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности | ОПК-3.3. Владеть:<br>методами поиска и анализа информации для подготовки документов, обзоров, рефератов, докладов, публикаций, на основе информационной и библиографической культуры, с учетом соблюдения авторского права и требований информационной безопасности. |
| | | |

## 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетных единицы, т.е. **144** академических часа, из них 72 часов самостоятельной работы, 36 часов – лекций, 36 часов – семинарных и практических работ.

Разделы дисциплины изучаются в 3 семестре, форма промежуточной аттестации - экзамен.

### Содержание разделов дисциплины

**Третий семестр**

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

**Раздел 1. Элементы линейной алгебры Тема**

**1.1. Матрицы и определители.**

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

**Тема 1.2. Обратная матрица**.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

**Тема 1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений**.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений.

**Раздел 2. Элементы векторной алгебры**

**Тема 2.1.** Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

**Тема 2.2.** Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

**Тема 2.3.** Линейные пространства. Базис. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

**Раздел 3. Элементы математического анализа**

**Тема 3.1.** Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

**Тема 3.2.** Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.

**Тема 3.3.** Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

**Тема 3.4.** Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

**Тема 3.5.** Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

**Тема 3.6.** Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

**Тема 3.7.** Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

**Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

**Тема 4.1.** Функция нескольких переменных. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

**Тема 4.2.** Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

## 5. Образовательные технологии

Методика преподавания дисциплины «Линейная алгебра и функции нескольких переменных» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков, обучающихся:

- защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;
- привлечение лучших студентов к консультированию, отстающих;
- подготовка, представление и обсуждение презентаций на семинарских занятиях;
- организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;
- проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru, fepo.ru;*
- использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;
- итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Линейная алгебра и функции нескольких переменных» и в целом по дисциплине составляет 50 % аудиторных занятий.

Занятия лекционного типа составляют 50 % от объема аудиторных занятий.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- выполнение расчётно-графических работ, экзамен.

### 6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Код компетенции | В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать |
|---|---|
| ОПК-3 | Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности |

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения

обучающимися дисциплины в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

### 6.1.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

| **Показатель** | **Критерии оценивания** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **2** | **3** | **4** | **5** |
| ОПК-3 Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности | | | | |
| ИОПК-3.1. Знает основы высшей математики, методы и модели, | Обучающийся демонстрирует полное отсутствие | Обучающийся демонстрирует неполное соответствие | Обучающийся демонстрирует частичное соответствие | Обучающийся демонстрирует полное соответствие |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| применяемые в различных областях; основы математического моделирования, принципы построения математических моделей, алгоритмы решения задач оптимизации; ИОПК-3.2. Умеет применять методы дискретной математики, системного анализа, математического моделирования для исследования и разработки профессиональных задач и процессов; применять математическое обеспечение при моделировании прикладных и информационных процессов. | или недостаточное соответствие материалу дисциплины знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). | следующих знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность знаний, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями при их переносе на новые ситуации. | следующих знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях. | следующих знаний, указанных в индикаторах компетенций дисциплины «Знать» (см. п. 3). Свободно оперирует приобретенными знаниями. |

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

**Форма промежуточной аттестации: экзамен**

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

| Шкала оценивания | Описание |
|---|---|
| Отлично | Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи. |
| Хорошо | Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения. |
| Удовлетворительно | Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы. |
| Неудовлетворительно | Не выполнены обязательные **условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями. |

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 7.1 Основная литература:

1. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Части 1-4. М.: МГИУ, 2012. 400 экз.

2. *Кудрявцев, Л. Д.* Курс математического анализа в 3 т. Том 1 : учебник для вузов / Л. Д. Кудрявцев. — 6-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 703 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15800-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/509770

**7.2 Дополнительная литература:**

1. *Шипачев, В. С.* Дифференциальное и интегральное исчисление : учебник и практикум для вузов / В. С. Шипачев. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 212 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04282-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/514077

2. Сборник задач по высшей математике в 4 ч. Часть 1 : учебное пособие для вузов / А. С. Поспелов [и др.] ; под редакцией А. С. Поспелова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 355 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02075-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/512897

3. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/511488

4. *Кашапова, Ф. Р.* Высшая математика. Общая алгебра в задачах : учебное пособие для вузов / Ф. Р. Кашапова, И. А. Кашапов, Т. Н. Фоменко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 128 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09499-2. — Текст : электронный //

Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/515091

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

### 8.1 Требования к оборудованию и помещению для занятий

Лабораторные работы и самостоятельная работа студентов должны проводиться в специализированной аудитории, оснащенной современной оргтехникой и персональными компьютерами с программным обеспечением в соответствии с тематикой изучаемого материала. Число рабочих мест в аудитории должно быть достаточным для обеспечения индивидуальной работы студентов. Рабочее место преподавателя должно быть оснащено современным компьютером с подключенным к нему проектором на настенный экран, или иным аналогичным по функциональному назначению оборудованием.

## 9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Изучение дисциплины осуществляется в строгом соответствии с целевой установкой в тесной взаимосвязи учебным планом. Основой теоретической подготовки студентов являются аудиторные занятия, практические работы.

На занятиях студентов, в том числе предполагающих практическую деятельность, осуществляется закрепление полученных, в том числе и в процессе самостоятельной работы, знаний. Особое внимание обращается на развитие умений и навыков установления связи положений теории с профессиональной деятельностью будущего специалиста.

Самостоятельная работа осуществляется индивидуально. Контроль самостоятельной работы организуется в двух формах:

- самоконтроль и самооценка студента;
- контроль со стороны преподавателей (текущий и промежуточный).

Критериями оценки результатов самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентом учебного материала;
- умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность компетенций;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

## 10. Методические рекомендации для преподавателя

1. При подготовке к занятиям следует предварительно проработать материал занятия, предусмотрев его подачу точно в отведенное для этого время занятия. Следует подготовить необходимые материалы – теоретические сведения, задачи и др. При проведении занятия следует контролировать подачу материала и решение заданий с учетом учебного времени, отведенного для занятия.

2. При проверке работ и отчетов следует учитывать не только правильность выполнения заданий, но и оптимальность выбранных методов решения, правильность выполнения всех его шагов.

***Приложение 1***

**Структура и содержание дисциплины «Линейная алгебра и функции нескольких переменных»**
**по направлению подготовки 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем»**

Профиль подготовки **Безопасность открытых информационных систем** (Специалист)

| n/n | Раздел | Семестр | Неделя Семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах | | | | | Виды самостоятельной работы Студентов | | | | | Формы аттестации | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Л | П/С | Лаб | СРС | КСР | К.Р. | К.П. | РГР | Реферат | К/р | Э | З |
| 1 | **Введение. Раздел 1. Элементы линейной алгебры.** Матрицы и определители. Операции над матрицами. Транспонированная матрица. Определители, их свойства и вычисления. ***Выдача заданий РГР № 1 по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии.*** | 1 | 1 | 1 | 2 | | 5 | | | | + | | | | |
| 2 | Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Ранг матрицы. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. | 1 | 2 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |
| 3 | Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли. | 1 | 3 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Однородные системы линейных | 1 | 4 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | алгебраических уравнений | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | **Раздел 2. Элементы векторной алгебры.** Линейные операции над векторами, их свойства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. | 1 | 5 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |
| 6 | Линейные пространства. Базис. Собственные значения и собственные векторы матрицы. **Самостоятельная работа №1 на семинаре** | 1 | 6 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | + | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | **Раздел 3. Элементы математического анализа**<br>Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.<br>**Выдача заданий РГР № 2 по математическому анализу.** | 1 | 7 | 1 | 2 | | 5 | | | | + | | | | |
| 8 | Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие неопределенностей различного типа | 1 | 8 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |
| 9 | Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения. | 1 | 9 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |
| 10 | Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. | 1 | 10 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | Дифференцирование обратных функций, функций, заданных неявно, параметрически, логарифмическое дифференцирование. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов. | 1 | 11 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |
| 12 | Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора. | 1 | 12 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |
| 13 | Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. | 1 | 13 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |
| 14 | Общая схема исследования функции и | 1 | 14 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | + | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.<br>**Самостоятельная работа № 2 на семинаре** | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | **Раздел 4. Функция нескольких переменных.** Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных | 1 | 15 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |
| 16 | Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца. Производная по направлению. Градиент. | 1 | 16 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |
| 17 | Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. | 1 | 17 | 1 | 2 | | 5 | | | | | | | | |
| 18 | Обзорная лекция | 1 | 18 | 1 | | | 5 | | | | | | | | |
| | Обзорное практическое занятие | 1 | 18 | | 2 | | | | | | | | | | |
| | ***Форма аттестации*** | | **21** | | | | | | | | | | | **Э** | |
| | **Всего часов по дисциплине** | | | **18** | **36** | | **90** | | | | **2 РГР** | | **2 сам. раб.** | | |

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Направление подготовки 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем
профиль подготовки «Безопасность открытых информационных систем»
Форма обучения: очная

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

## Линейная алгебра и функции нескольких переменных

**Состав:**

1. **Показатель уровня сформированности компетенций.**
2. **Перечень оценочных средств.**
3. **Оформление и описание оценочных средств.**

Москва, 2022

# 1. ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

| «Линейная алгебра и функции нескольких переменных» | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ФГОС ВО 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем» профиль подготовки «Безопасность открытых информационных систем» | | | | | |
| В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общепрофессиональные компетенции: | | | | | |
| Компетенции | | Перечень компонентов | Технология формирования компетенций | Форма оценочного средства** | Степени уровней освоения компетенций |
| Индекс | Индекс | | | | |
| ОПК-3 | Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности | ИОПК-3.1. Знает основы высшей математики, методы и модели, применяемые в различных областях; основы математического моделирования, принципы построения математических моделей, алгоритмы решения задач оптимизации; ИОПК-3.2. Умеет применять методы дискретной математики, системного анализа, математического | Лабораторные работы, самостоятельная работа | УО<br>П<br>Экзамен | **БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ:** способность выполнять полученное задание, применяя полученные знание и умения на практике, владеть соответствующими индикаторами компетенции при выполнении задания.<br><br>**ПРОДВИНУТЫЙ УРОВЕНЬ:** способность выполнять полученное задание и решать самостоятельно |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | моделирования для исследования и разработки профессиональных задач и процессов; применять математическое обеспечение при моделировании прикладных и информационных процессов. | | | сформированные задачи, применяя полученные знание и умения на практике. Уверенно владеть соответствующими индикаторами компетенции при выполнении задания, комбинировать их между собой и с индикаторами других компетенций для достижения проектных результатов. |

**- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

## 2. Перечень оценочных средств

| № п/п | Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в ФОС |
|---|---|---|---|
| 1 | Контрольная (самостоятельная) работа (КР) | Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу | Комплект контрольных заданий по вариантам |
| 2 | Расчетнографическая работа (РГР) | Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом. | Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы |
| 3 | Устный опрос собеседование, (УО) | Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний, обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. | Вопросы по темам/разделам дисциплины |
| 4 | Тест (Т) | Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизиров ать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося. | Фонд тестовых заданий |
| 5 | Экзаменационные билеты (ЭБ) | Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий. | Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения. |
| Промежуточная аттестация (ПА) | | Экзамен (Э ) | 1) устно (У) 2) письменно (П) |

## 3. Оформление и описание оценочных средств 1.

**Экзаменационные билеты**

1.1. Назначение: используются для проведения промежуточной аттестации (ПА) по дисциплине "Линейная алгебра и аналитическая геометрия". 1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.

- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

**"Отлично"**- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

**"Хорошо"**- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

**"Удовлетворительно"** - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

**"Неудовлетворительно"** - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

**Типовые варианты билетов прилагаются**.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

---

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Линейная алгебра и функции нескольких переменных» Курс 1, семестр 1

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.
2. Числовая последовательность и её предел.
3. Решить матричное уравнение $XB=A$, если $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$.
4. Найти угол между векторами $\vec{a}=(1,-2,-2)$ и $\vec{b}=(2,0,1)$.
5. Найти производную функции, заданной параметрически $x=\sqrt{1+t^3}$, $y=\frac{2-t}{1+t^2}$.

$t$

6. Найти предел функции $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{\sqrt{x+5}+2x}{x+1}$.
7. Найдите экстремумы функции $y=x^4-2x^2$.
8. Найти частные производные второго порядка функции $z = \cos(x^3 - 2xy)$, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Линейная алгебра и функции нескольких переменных»
Курс 1, семестр 1

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №**

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Дифференцируемость, дифференциал, геометрический смысл дифференциала.
3. Решить систему методом обратной матрицы $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -1 \\ x_1 - 2x_2 = 1 \end{cases}$.
4. Показать, что векторы $\vec{m} = (1,-1,2)$, $\vec{n} = (2,0,3)$, $\vec{p} = (-2,-1,1)$ образуют базис в пространстве.
5. Прямая $l_1$ проходит через точку $A(4;5)$ параллельно вектору $\vec{q} = (1,3)$. Прямая $l_2$ проходит через точку $B(6;4)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = (-2,3)$. Найти точку пересечения прямых.
6. Вычислить предел последовательности $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2^{5n}2^{n+1}-1} + 5^{2n}2^{n+2}$.
7. Найдите экстремум функции $y=\sqrt{x}+\sqrt{6-x}$. 8. Найдите уравнение касательной к графику функции $z = x\sqrt{y^2 + 3x}$ в точке $A(4;1;z_0)$.

## Комплект тестовых заданий и контрольных работ(Т, РГР)

по дисциплине Линейная алгебра и аналитическая геометрия
(наименование дисциплины)

**1-ый семестр**

1. Найти значения матричного многочлена $F(x) = x^3 + 2x^2 - x + 3$, $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ 2 & -6 & -3 & 13 & 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -8 & & -13 \\ & & 17 \\ 11 & & \end{pmatrix}$$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ (б) $\begin{pmatrix} -1 & 3 & -4 \\ -3 & 2 & -3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).
Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_4 = 3 \end{cases}$ (б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 = 13 \end{cases}$

---

1. Расписать разложение вектора $x$ по векторам $p\ q\ r$, $x = (5, 12, 1)$, $p = (1, 3, 0)$, $q = (1, 1, 1)$, $r = (0, 1, 2)$

2. Коллинеарны ли векторы $p$ и $q$ ?

$a = (2, 0, 1)$, $b = (2, 3, 1)$, $p = 2a + 2b$, $q = 3a - 2b$

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $a$ и $b$ $\varphi$ – угол между векторами $p$ и $q$

$a = 2p + q$, $b = p - 3q$, $|p| = 2$, $q = 2$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$



---

1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число $e$.

2. $\mathrm{tg}x_2$

Найти производную функции $y = \underline{7_x + 5}$

3. Даны векторы $\vec{a} = (2;3,)\ b = -(1;\vec{3},)\ c = -(1;3)$. При каком значении $\square$ векторы $p = a$

$+\square b\ q,\quad = a + 2c$ коллинеарны.

1. Найти расстояние от точки $M_0$ до плоскости $(M\ M\ M_{1\,2\,3})$: $M_0$

$(-9;10;2), M_1(0;7;-4), M_2(4;8;-1), M_3(-2;1;3)$

$\square x + + - = y \quad z$

2 0 2. Выписать каноническое уравнение прямой: $\square$

$\square x - -y\,3z + = 6\ 0$

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-4}$ и $x + y + 2z - 9 = 0$.

4. Найти точку $P_1$ симметричную точке $P$ относительно прямой $l$ : $P(0;1;-3)$ и $x - 1 = y = z$ . 1 $\overline{-1}$ $\overline{1}$ $-$

5. Написать уравнение плоскости $\square$ проходящей через точку $M_0$ и перпендикулярно прямой $(M\ M_{1\,2})$: $M_0(3;2;0), M_1(4;1;5), M_2(2;1;-4)$.

6. Найти косинус угла между плоскостями $\square_1$ и $\square_2$:

$\square_1 : 3x\ y - + = 30, \square_2 : x - + - = 2y\ 5z\ 100$

---

1. Найти производную $y\square$ :

а) $y = arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{+2}{}^{x} x$

б) $y = (\sqrt{x})$

в) $\sin(x-2y) + \frac{x_3}{y} = 7x$

г) $x = e^{-t}\cos t\ ,\ y = e^t \cos t$

2. Найти $\lim_{\to \square\square} \left(\frac{1}{\overline{x}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{arctg}x}}\right)_{\square\square x}$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x)=$

$+x \quad x_2$

---

---

---

1. Вычислить пределы:

$2_{n+1}-5_{n-1}$ $\sin 3x$ $\operatorname{ctg}7x$

1. $\lim_{\to\square}$ ——— $3_{n+2}$ $5_n$ 2. $\lim_{x\to 0}1$ ———

$-e_{x2}$ 3. $\lim_{x} 1\ 3_{\to+0}(-x)_n$ +

2. Вычислить производные:

1. $y=$ ——— $\cos 6x$ $3\sin(12x+1)$ 2. $y=\operatorname{arctg}^2$ $\frac{1}{\sqrt{1\ 2-x^2}}$ $+\sin\ln 2x$

---

1. Построить график: $y=$ ——— $x^{+4}$; $y=$ $\frac{2}{x+2}$ $\overline{\sqrt{x_{+2}}}$

2) $\lim \frac{\sqrt{n_{+2}}\ \sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n_{+}5}\ n}$

4) $\lim nn\sqrt{^{2}+1}\ n)$

2. Найти пределы:

$(2-n)^2-(1+n)^2$

1) $\lim_{n\to\square}(1+n)_2-(2-n)_2$ $_{n\to\square}$

$\square\ 2n_2+3\square_{n2}$

3) $\lim_{n\to\square}\square$ ——— $2n_2+1\square\square$ $_{n\to\square}$

$\square$

$\square 0,\ x\square-\square$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\sin x$, $x \neq 0$

$y=1$, $x=0$

**Функции нескольких переменных**

Найти частные производные второго порядка, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$

1. $z=e^{x^2-y^2}$, 2. $z = \cos(x^3 - 2xy)$, 3. $z = y^2 - \sqrt{2x}$, 4. $z = \ln(xy - x^2)$, 5. $z = \frac{x_2 + 3y_2}{xy}$, 6. $z = ctg(2x + 3y)$, 7. $z = \sin(x^2 y)$, 8. $z=e^{x/y}$, 9. $z = x\cos^2 y$, 10. $z = y^2 \sin^2 x$.

Найти градиент функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$

1. $z = \frac{y_2}{\sqrt{x}}$, $M_0(4,6)$; 2. $z = \frac{x_4 + 3y_2}{4xy}$, $M_0(1,-1)$; 3. $z = \frac{y_2}{x_3}$, $M_0(2,-2)$;

4. $z = x^3 - 3y^2 x$, $M_0(3,2)$.

Исследовать на экстремум функцию

1. $z = x^2 - x + y^2 + 2y$, 2. $z = 2x^2 + xy - x + y^2$, 3. $z=x^2 - 2x + 4y - y^2$, 4. $z=x^2 - 3x + 3y^2 + 4y$,
5. $z = x^2 + y^2 + 4xy$.

**Комплект вопросов (УО)**

**ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА**

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.

15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису. 25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.
18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.

22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопиталя.
24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.
26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.

## ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
2. Линии уровня функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл 4. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
5. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
6. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
7. Производная функции нескольких переменных по направлению.
8. Производная по направлению и градиент скалярного поля.
9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

## Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)

по дисциплине Линейная алгебра и аналитическая геометрия
(наименование дисциплины)

**По алгебре РГР № 1, часть 1**

$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ & 2 \end{pmatrix}$

Задание №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Выполнить действия: $A^2 + 8B^T$.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A+3B)^2 - 4A^2 - 6AB = \ldots$ и проверить его для матриц $A$ и $B$ из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и

разложением по первому столбцу.

$$\begin{matrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{matrix}$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB = C$ (найти $X$). Сделать проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};\ C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ -8 & 2 & 6 & 20 & 3 \end{pmatrix}$$

**РГР № 1, часть 2**

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x^1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x^1 + 3x^2 - 7x^3 - 4x^4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

**РГР №1, часть 3**

Задание №1. Показать, что векторы $\bar{m}, \bar{n}, \bar{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\bar{a}$ по этому базису: $\bar{m} = (1, -1, 2)$, $\bar{n} = (2, 0, 3)$, $\bar{p} = (-2, -1, 1)$, $\bar{a} = (5, -4, 13)$.

Задание №2. Даны векторы $\bar{m}$ и $\bar{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{m} = (28, -8, 8),\ \bar{n} = (-21, 6, -6),\ \bar{a} = 2\bar{m} + \bar{n},\ \bar{b} = 2\bar{n} - \bar{m}.$$

Задание №3. Найти $|\bar{a}|$, если $|\bar{m}| = 6$, $|\bar{n}| = 2$, $(\bar{m}, \bar{n}) = 135^\circ$, $\bar{a} = 6\bar{n} - \bar{m}$.

Задание №4. Дан $\triangle ABC$. Найти $\angle B$, если $A(1;-1;2)$, $B(3;3;2)$, $C(7;1;2)$.

Задание №5. При каких `x` векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны?

$$\bar{a} = (x;1;-4),\ \bar{b} = (x-3;12;x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{a} = 2\bar{m} - 5\bar{n},\ \bar{b} = \bar{m} + \bar{n},\ |\bar{m}| = 12,\ |\bar{n}| = 3,\ (\bar{m}, \bar{n}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$$\bar{a}(1;-1;5),\ \bar{b}(2;4;-2),\ \bar{c}(3;0;1).$$

**РГР № 1, часть 4**

Задание №1. Прямая $l_1$ проходит через точку $A$ параллельно вектору $\bar{q}$. Прямая $l_2$ проходит через точку $B$ перпендикулярно вектору $\bar{n}$. Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если $A(3;5)$, $\bar{q}(1;3)$, $B(0;5)$, $\bar{n}(-3;4)$.

Задание №2. Дана прямая $l_1$. Прямая $l_2$ проходит через точки $A$ и $B$. Найти расстояние от точки пересечения прямых $l_1$ и $l_2$ до прямой $l_3$. $l_1: \begin{cases} x = -3t + 8 \\ y = t - 4,3 \end{cases}$ $A(4;0)$, $B(7;3)$, $l_3: 9x - 12y + 2 = 0$.

Задание №3. Найти расстояние от точки $M_0$ до плоскости $\alpha$, проходящей через точку $A$ перпендикулярно вектору $\vec{n}$, если $M_0(0; 1; 7)$, $A(2; -1; 4)$, $\vec{n}(6; 22; -3)$.

Задание №4. Найти угол между плоскостью $\beta$ и плоскостью $\alpha$, проходящей через точки $A$, $B$ и $C$, если $\beta: 5x + y + 4z - 28 = 0$, $A(5;2;5)$, $B(3;7;0)$, $C(-4;-3;-1)$.

Задание №5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями.

$$\begin{cases} x + 2y - 9z - 10 = 0; \\ 3x + 4y + 8z - 24 = 0. \end{cases}$$

Задание №6. Найти точку пересечения прямой $l$ и плоскости $\alpha$ и угол между ними.

$$l: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-2}; \quad \alpha: x + 2y - 3z - 12 = 0.$$

Задание №7. Прямая $l_1$ проходит через точки $A$ и $B$. Прямая $l_2$ проходит через точку $M$ перпендикулярно плоскости $\alpha$. Найти угол между прямыми $l_1$ и $l_2$ и выяснить – лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$A(9;-3;1)$, $B(4;4;-5)$, $M(-1;11;-11)$, $\alpha: 2x + 3y - z - 1 = 0$.

**РГР № 1, часть 5**

Задание №1. Для данной кривой $\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ указать фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

Задание №2. Привести уравнение кривой $9x^2 - 25y^2 - 18x + 200y - 616 = 0$ к каноническому виду и построить кривую.

РГР №6

Задание №1. Для линейного оператора $A$ заданы образы базисных элементов $Ae_1, Ae_2, Ae_3$. Записать матрицу оператора $A$ в базисе $e_1, e_2, e_3$ и найти образ элемента $\vec{x}$.

$Ae_1 = 7e_1 + 3e_2 - 2e_3$, $Ae_2 = e_1 - e_2 + 4e_3$, $Ae_3 = 2e_1 + 2e_2 + 3e_3$, $\vec{x} = 2e_1 - 4e_2 + e_3$.

Задание №2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

**По основам математического анализа и ФНП** $\operatorname{arcctg}^3$

**1 часть** 1. $y = \sin\ln x$, $y'' - ?$ 2. $y = \frac{\sqrt{x}}{x}$, $dy - ?$ 3. $y = 3x^2 + xe^x$, $x_0 = 2$, $\Delta x = 0{,}1$, $\Delta y - ?$

4. Найти производную $y'_x$:

а) $y = \sqrt[4]{x^{-3}}\sin\frac{5}{x}$ б) $y = x^{\operatorname{arctg}7x}$

в) $e^{xy} + \frac{y}{x} = \cos 3x$ г) $x = \cos t + \sin t,\ y = \sin t - t\cos t$

5. Исследовать на экстремум $f(x) = -(x+3)^2(x-5)$.

6. Найти интервалы монотонности $y = \frac{e^{2x}}{x}$.

7. Найти наибольшее, наименьшее значение функции $f(x) = \frac{x^3}{3} - 16x$ на отрезке $[-5;1]$.

8. Построить касательную к графику функции $f(x) = 3\arccos x^2$ в точке $x = \frac{1}{2}$.

**2 часть** 9. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(3+n)^2-(2+n)^2}{e^{2x}-1}$ 2) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{\operatorname{tg}2x}{x^3+5x^2+6x}$ 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+2x-3}{\operatorname{tg}3x}$ 4) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}5x}{\sqrt{(2+n)^2-(1-n)^2}}$

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3n^2-4n^2}{1+n}\right)^{n+4}$ 6) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\cos\frac{x}{2}}{x-3}$ 7) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{\operatorname{tg}x}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$

9) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos(2x)-1}{\operatorname{tg}(1-e^{3x})}$ 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x}$ 11) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2+2x-15}{x^2-x-12}$ 12) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^3+1}-\sqrt[4]{n^5+1}}{2n+\sqrt[3]{n}}$

**3 часть** 10. Построить график функции $y = \frac{x^2+3}{2x-1}$; $y = \frac{x^3+1}{x^2-8x}$.

□0, *x*□ −□

11. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: *y*=□ □sin , *x* −□□ □*x* 0

□ □□, *x*□ 0 *x*3

12. Провести полное исследование и построить график *f x*( )= ——*x*2 −4

**4 часть**

13. Изобразить на координатной плоскости область определения функции $z=\sqrt{4x-3y}$.

4*x*+3*y* 14. Построить линии уровня функции *z* = *x* + 2*y* .

*u*= —— cos□ □ *y zx*2

□ □ □ −6*x z*− 3 . 15. Найти частные производные первого порядка функции

□

16. Найти частные производные второго порядка функции $z = y^{\sin(x^2)} - 2x\ y^{4\ 3} + 5$ и убедиться в равенстве смешанных производных.

17. Найти производную функции *y* = *f x*( ) , заданной неявно равенством *x y*2 6 +*tg x*( +3*y*)− −*x* 6*y*2 = 0 в точке *M*0(3;−1) .

18. Найти частные производные первого порядка функции *z* = *f x y*( , ) , заданной неявно равенством *x y z*4 3 2 +*e*^(*x y*−) + 22cos(*x*− + − =*y*) *z*3 25 0 в точке *M*0(1,1,1) .

19. Найти производную функции *f x y z*( , , ) = 2*x y*3 + *y z*3 +3 по направлению вектора

−

*a*(9, 12,− 8) в точке *M*0(1,1,2). Найти вектор *gradf x y*( , ) функции *f x y*( , ) = *x y*3 4 − + −3*x y* 9sin(2*x*+ *y*) в точке *M*0(1,−2) .

20. Исследовать на экстремум функцию *f x y*( , ) = 3*x*2 − +*x*3 3*y*2 + 4*y* .

**Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.