Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 22.07.2026 17:20:13
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Полиграфический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан Полиграфического факультета

_____/Нагорнова И.В./

«_26_» _____февраля_____ 2026 г

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

# «Математика»

Для всех направлений подготовки

Для всех профилей

Квалификация
**бакалавр**

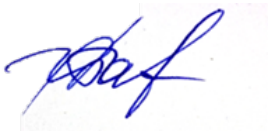
Формы обучения
**очная**

Москва, 2026 г.

**Разработчик:**

канд. физ.-мат. наук, доцент  /Р.Г. Идрисов/

Зав. кафедрой «Математика»,

канд. техн. наук  /О.М. Баранова/

# Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине 4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы 4
3. Структура и содержание дисциплины 5
3.1. Виды учебной работы и трудоемкость 5
3.2. Тематический план изучения дисциплины 6
3.3. Содержание разделов дисциплины 6
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение 6
4.1. Нормативные документы и ГОСТы 6
4.2. Основная литература 7
4.3. Дополнительная литература 7
4.4. Электронные образовательные ресурсы 7
4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение 7
4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы 8
5. Материально-техническое обеспечение дисциплины 9
6. Методические рекомендации 10
6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения 10
6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 10
7. Фонд оценочных средств 11
7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения 11
7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения 11
7.3. Оценочные средства 12

## 1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным *целям* освоения дисциплины «Математика» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным *задачам* освоения дисциплины «Математика» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Математика» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций в соответствии с ФГОС 38.03.01 (уровень бакалавриата) по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, утверждённым приказом Минобрнауки России от 12.08.2020 № 954 (с изменениями и дополнениями от 26 ноября 2020 г):

| **Код и наименование компетенций** | **Индикаторы достижения компетенции** |
|---|---|
| ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач; | ИОПК-2.1. Осуществляет сбор, обработку, систематизацию статистической информации, обосновывать выбор источников информации, необходимую для решения экономических задач<br>ИОПК-2.2. Выбирает инструментарий обработки статистического материала, соответствующий содержанию поставленных экономических задач |

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к блоку «Факультативные дисциплины».
Её изучение обеспечивает изучение дисциплин
*В обязательной части*:

- математический анализ;
- эконометрика;
- экономическая статистика;
- оценка и анализ рисков.

*В части, формируемой участниками образовательных отношений:*
- финансовый анализ;
- бизнес-планирование.

## 3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы - 72 часа.

### 3.1. Виды учебной работы и трудоемкость

#### 3.1.1. Очная форма обучения

| № п/п | Вид учебной работы | Количество часов | Семестр 1 |
|---|---|---|---|
| | **Аудиторные занятия** | 32 | 32 |
| | В том числе: | | |
| 1. | Лекции | - | - |
| 2. | Семинарские/практические занятия | 32 | 32 |
| 3. | Лабораторные занятия | - | - |
| | **Самостоятельная работа** | 40 | 40 |
| | **Промежуточная аттестация** | | |
| | зачет | З | З |
| | **Итого** | 72 | 72 |

### 3.2. Тематический план изучения дисциплины

(по формам обучения)

3.2.1. Очная форма обучения

| № п/п | Разделы/темы дисциплины | Трудоемкость, час | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Всего | Аудиторная работа | | | | Самостоятельная работа |
| | | | Лекции | Семинарские/практические занятия | Лабораторные занятия | Практическая подготовка | |
| 1 | Раздел 1. Элементы линейной алгебры | | | 22 | | | 26 |
| 1.1 | Тема 1.1. Матрицы и определители | | | 8 | | | 10 |
| 1.2 | Тема 1.2. Системы линейных уравнений | | | 14 | | | 16 |
| 2 | Раздел 2. Линейное программирование | | | 10 | | | 14 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.1 | Тема 2.1. Общая задача линейного программирования | | | 6 | | | 8 |
| 2.2 | Тема 2.2. Постановка и решение задач коммерческой деятельности | | | 4 | | | 6 |
| **Итого** | | | | **32** | | | **40** |

### 3.3. Содержание разделов дисциплины

**1. Элементы линейной алгебры**

**1.1. Матрицы и определители**

Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Обратная матрица. Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач.

**1.2. Системы линейных уравнений**

Общие понятия системы линейных уравнений. Нахождение единственного решения системы. Метод обратной матрицы. Метод с использованием расширенной матрицы. Метод с использованием формул Крамера. Общий подход к решению систем уравнений. Равносильность систем линейных уравнений при элементарных преобразованиях. Метод Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли. Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач.

**2. Линейное программирование**

**2.1. Общая задача линейного программирования**

Экономико-математические модели, приводящие к задачам линейного программирования. Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач.

**2.2. Постановка и решение задач коммерческой деятельности**

Оптимизация коммерческой деятельности предприятия. Планирование товарооборота. Производственная задача. Транспортная задача. Задача о назначениях. Построение кольцевых маршрутов. Задача о раскрое (минимизация обрезков). Задача о загрузке контейнера. Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач.

### 3.4. Тематика практических занятий по дисциплине

#### 3.4.1. Очная форма обучения

| № занятия | Тема занятия |
|---|---|
| 1 | Действия с матрицами |
| 2 | Определители квадратных матриц |
| 3 | Обратная матрица |
| 4 | Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач |
| 5 | Общие понятия системы линейных уравнений. Нахождение единственного решения системы |
| 6 | Методы нахождения решения систем уравнений. Метод обратной матрицы |
| 7 | Методы нахождения решения систем уравнений. Метод обратной матрицы |

| | |
|---|---|
| 8 | Методы нахождения решения систем уравнений. Метод с использованием расширенной матрицы |
| 9 | Методы нахождения решения систем уравнений. Метод с использованием формул Крамера |
| 10 | Общий подход к решению систем уравнений. Равносильность систем линейных уравнений при элементарных преобразованиях. |
| 11 | Методы нахождения решения систем уравнений. Метод Гаусса |
| 12 | Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач |
| 13 | Общая задача линейного программирования. Экономико-математические модели, приводящие к задачам линейного программирования. |
| 14 | Геометрический метод решения задач линейного программирования |
| 15 | Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач |
| 16 | Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач |

## 4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

### 4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. Приказ Министерства науки и высшего образования РФ от 12 августа 2020 г. № 954 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 Экономика».
2. Академический учебный план по направлению подготовки: 38.03.01 Экономика Профиль: «Экономика организаций и предприятий». Форма обучения – очная. 2026.
3. Академический учебный план по направлению подготовки: 38.03.01 Экономика Профиль: «Экономика организаций и предприятий». Форма обучения – очно-заочная. 2026.
4. Приказ Министерства науки и высшего образования РФ от 6 апреля 2021 г. № 245 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры».
5. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
6. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

### 4.2. Основная литература


1. Кремер, Н. Ш. Математика: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/510867 (дата обращения: 21.03.2026)
2. Татарников, О. В. Математика: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнев; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 334 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-3568-4. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/532507 (дата обращения: 21.03.2026).

3. Татарников, О. В. Математика и линейное программирование. Практикум: учебное пособие для вузов / Л. Г. Бирюкова, Р. В. Сагитов; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 53 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9800-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/514082 (дата обращения: 21.03.2026).

### 4.3. Дополнительная литература

1. Косников, С. Н. Математические методы в экономике: учебное пособие для вузов / С. Н. Косников. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 170 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04098-2. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/514178 (дата обращения: 21.03.2026).
2. Фомин, Г. П. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности: учебник для бакалавров / Г. П. Фомин. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 462 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3021-4. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/487904 (дата обращения: 21.03.2026).

### 4.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и текущей и промежуточной аттестации возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронного образовательного ресурса (ЭОР) по всем разделам программы.

| Название ЭОР | Ссылка |
|---|---|
| Математика | https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=13104 |

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый обучающийся обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронным библиотечным системам

| Название ЭБС | Ссылка |
|---|---|
| Электронная библиотека Московского Политеха: | https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1 |
| Электронно-библиотечная система «Издательство Лань» | https://e.lanbook.com |
| Электронно-библиотечная система IPR SMART | https://www.iprbookshop.ru |
| Образовательная платформа ЮРАЙТ | https://urait.ru |

### 4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

| № | Наименование | Разработчик ПО (правообладатель) | Доступность (лицензионное, свободно | Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии) |
|---|---|---|---|---|

| | | | **распространяемое)** | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Astra Linux Common Edition | ООО «Русбитех-Астра» | Лицензионное | https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036 |
| 2 | Мой Офис | ООО «Новые облачные технологии» | Лицензионное | https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375 |
| 3 | Apache OpenOffice | Apache Software Foundation | Свободно распространяемое | - |

### 4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

**Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:**

| № | Наименование | Ссылка на ресурс | Доступность |
|---|---|---|---|
| **Информационно-справочные системы** | | | |
| | StackOverflow | https://stackoverflow.com/ | Доступно в сети Интернет без ограничений |
| | Mathway. Решение задач по алгебре | https://ru.symbolab.com/ | Доступно в сети Интернет без ограничений |
| **Профессиональные базы данных** | | | |
| | База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU) | http://www.elibrary.ru | Доступно |
| | WebofScienceCoreCollection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных | http://webofscience.com | Доступно |

## 5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы с мультимедиа оборудованием (проектор, экран, цифровая доска).

## 6. Методические рекомендации

### 6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс Линейной алгебры разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения прикладных экономических задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, доступе к электронным образовательным ресурсам и библиотечным системам, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к зачету.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ее проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

#### 6.1.1. Образовательные технологии

Возможно проведение занятий и аттестаций в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) (см. п.4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

### 6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

**Матрицы и определители.** Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$.Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A^{-1}A = E$ (должна получиться единичная матрица)

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителя с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений **систем линейных алгебраических уравнений** (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Изучение раздела **Линейное программирование** требует знаний и умений решения задач из предыдущих освоенных разделов. Необходимо обратить внимание на взаимосвязь между матрицами, действиями над ними и системами линейных алгебраических уравнений в решении нового типа задач. При решении задач с применением Microsoft Excel следует особое внимание обратить на освоение соответствующих вспомогательных процедур – установка, правильное заполнение параметров, указание ссылок на ячейки и т.д.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Математика», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, больше числа часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

## 7. Фонд оценочных средств

### 7.1.Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:

- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);

- промежуточная аттестация (зачет).

### 7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

**Форма промежуточной аттестации: зачет**

Промежуточная аттестация обучающихся в форме зачета проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «зачтено» или «не зачтено».

| **Шкала оценивания** | **Описание** |
|---|---|
| Зачтено | Выполнены все обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации. |
| Не зачтено | Не выполнены обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателей, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации. |

### 7.3. Оценочные средства

| **№ п/п** | **Наименование оценочного средства** | **Краткая характеристика оценочного средства** | **Представление оценочного средства в ФОС** |
|---|---|---|---|
| 1 | Контрольная (самостоятельная ) работа (КР) | Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу | Контрольные задания (пример) |
| 2 | Расчетно-графическая работа (РГР) | Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения | Комплект заданий для выполнения |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | задач или заданий по модулю или дисциплине в целом. | расчетно-графической работы |
| 3 | Устный опрос собеседование, (УО) | Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний, обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. | Вопросы по темам/разделам дисциплины |

### 3.1.Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

**Содержание расчетно-графической работы.**

**Расчетно-графическая работа №1**
Матрицы и определители. Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач.

**Расчетно-графическая работа №2**
Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы. Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач.

**Расчетно-графическая работа №3**
Решение задач линейного программирования графическим методом. Задачи с экономическим содержанием. Применение Microsoft Excel в решении задач.

**Комплект заданий**
**для выполнения расчетно-графических работ (РГР)**
по дисциплине «**Математика**»

**Расчетно-графическая работа №1**

**I. Вычислить:**
1. матрицу $2A - 3B$;
2. произведение матриц $AB$ и $BA$. Выяснить, являются ли данные матрицы перестановочными;
3. определитель матрицы $A$;
4. матрицу, обратную $B$. Выполнить проверку.

**II. Выполнить указанные выше вычисления в Microsoft Excel.**

1.1 $A=\begin{pmatrix}2&2&5\\4&3&4\\3&3&6\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&3&3\\1&-1&1\\1&-2&-1\end{pmatrix}$

1.2 $A=\begin{pmatrix}5&3&-7\\-1&6&-3\\2&-2&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4&-1&3\\4&-2&-6\\2&0&3\end{pmatrix}$

1.3 $A=\begin{pmatrix}1&-3&2\\3&-4&1\\2&-5&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&5&6\\1&2&5\\1&3&2\end{pmatrix}$

1.4 $A=\begin{pmatrix}5&8&-4\\6&9&-5\\4&7&-3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&2&5\\4&-1&3\\9&6&5\end{pmatrix}$

1.5 $A=\begin{pmatrix}3&5&-2\\1&-3&2\\6&7&-3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&0&2\\2&1&1\\5&-1&3\end{pmatrix}$

1.6 $A=\begin{pmatrix}2&1&3\\1&0&2\\1&0&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&1&-1\\-2&3&2\\2&-2&1\end{pmatrix}$

1.7 $A=\begin{pmatrix}0&2&-1\\-2&-1&2\\3&-2&-1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6&5&4\\3&-2&1\\1&2&-1\end{pmatrix}$

1.8 $A=\begin{pmatrix}2&-1&-3\\8&-7&-6\\-3&4&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&-1&-2\\3&-5&4\\1&2&1\end{pmatrix}$

1.9 $A=\begin{pmatrix}3&5&-6\\2&4&3\\-3&1&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&8&-5\\-3&-1&0\\4&5&-3\end{pmatrix}$

1.10 $A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\2&-1&1\\1&0&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&6&0\\2&4&-6\\1&-2&3\end{pmatrix}$

1.11 $A=\begin{pmatrix}-6&1&11\\9&2&5\\0&3&7\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&0&1\\0&2&7\\1&-3&2\end{pmatrix}$

1.12 $A=\begin{pmatrix}3&1&2\\-1&0&2\\1&2&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&-1&2\\2&1&1\\3&7&1\end{pmatrix}$

1.13 $A=\begin{pmatrix}2&3&2\\1&3&-1\\4&1&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&2&-1\\3&1&2\\5&3&0\end{pmatrix}$

1.14 $A=\begin{pmatrix}6&7&3\\3&1&0\\2&2&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&0&5\\4&-1&-2\\4&3&7\end{pmatrix}$

1.15 $A=\begin{pmatrix}-2 & 3 & 4\\ 3 & -1 & -4\\ -1 & 2 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 3 & 1\\ 0 & 6 & 2\\ 1 & 9 & 2\end{pmatrix}$

1.16 $A=\begin{pmatrix}1 & 7 & 3\\ -4 & 9 & 4\\ 0 & 3 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6 & 5 & 2\\ 1 & 9 & 2\\ 4 & 5 & 2\end{pmatrix}$

1.17 $A=\begin{pmatrix}2 & 6 & 1\\ 1 & 3 & 2\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & -3 & 2\\ -4 & 0 & 5\\ 3 & 2 & -3\end{pmatrix}$

1.18 $A=\begin{pmatrix}6 & 9 & 4\\ -1 & -1 & 1\\ 10 & 1 & 7\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 3 & 4 & 3\\ 0 & 5 & 2\end{pmatrix}$

1.19 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 3 & 1 & 7\\ 2 & 1 & 8\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 5 & 4\\ -3 & 0 & 1\\ 5 & 6 & -4\end{pmatrix}$

1.20 $A=\begin{pmatrix}5 & 1 & -2\\ 1 & 3 & -1\\ 8 & 4 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 5 & 5\\ 7 & 1 & 2\\ 1 & 6 & 0\end{pmatrix}$

1.21 $A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 5\\ 3 & 3 & 6\\ 4 & 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 3 & 3\\ 1 & -2 & -1\end{pmatrix}$

1.22 $A=\begin{pmatrix}8 & 5 & -1\\ 1 & 5 & 3\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & -7 & -6\\ 3 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$

1.23 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & -4 & 1\\ 4 & -3 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & -4\\ 2 & 5 & -3\\ 4 & -3 & 2\end{pmatrix}$

1.24 $A=\begin{pmatrix}5 & -8 & -4\\ 7 & 0 & -5\\ 4 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 5 & 5\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & -1 & -3\end{pmatrix}$

1.25 $A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 3\\ 1 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 2 & -1\\ 5 & 3 & -2\\ 3 & 2 & -1\end{pmatrix}$

1.26 $A=\begin{pmatrix}4 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 0\\ 3 & 2 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 3 & 2 & -4\\ 2 & -1 & 0\end{pmatrix}$

1.27 $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 4 & 6 & 5\\ 3 & 5 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 2 & 7\\ -3 & -2 & 5\\ 4 & 3 & -1\end{pmatrix}$

1.28 $A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 4\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 3 & 6\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6 & -3 & 4\\ 4 & 4 & -3\\ 1 & -4 & 4\end{pmatrix}$

1.29 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 4 & 4\\ -2 & 4 & 3\\ 4 & 5 & 5\end{pmatrix}$

1.30 $A=\begin{pmatrix}3 & 3 & 2\\ 4 & 3 & 2\\ 2 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 3 & 2\\ 2 & 4 & 1\\ 3 & 2 & 6\end{pmatrix}$

**III. Решить задачу, выбрав в качестве N свой порядковый номер в таблице.**

Данные о производстве одежды 6 видов (платья, туники, брюки, юбки, жилеты, блузы) на четырех швейных фабриках за 2006, 2007 и 2008 г.г. приведены в виде матриц $A_{2006}$, $A_{2007}$ и $A_{2008}$. Найти: а) объемы продукции, выпущенной за три года; б) прирост объемов производства в 2008 году по сравнению с 2007 годом по видам продукции и фермерским хозяйствам; в) матрицу среднегодового производства продуктов. Составить план производства продукции на 2009 год, если планируется выпускать продукции на (0,12$N$+0,55) % больше, чем в 2008 году. Пояснить экономический смысл элементов полученных матриц.

$$A_{2006} = \begin{pmatrix} 21N+1789 & 96N+2901 & 16N+4767 & 38N+2890 & 45N+2398 & 20N+3200 \\ 35N+1364 & 65N+3135 & 94N+5632 & 46N+1300 & 52N+4310 & 55N+3256 \\ 18N+1700 & 42N+2348 & 74N+4756 & 51N+3400 & 54N+2187 & 34N+2178 \\ 86N+1480 & 32N+2570 & 90N+4663 & 64N+4300 & 23N+7643 & 45N+4290 \end{pmatrix}$$

$$A_{2007} = \begin{pmatrix} 25N+1709 & 96N+3910 & 26N+2766 & 39N+1890 & 45N+2698 & 25N+3200 \\ 25N+1245 & 65N+5135 & 92N+3632 & 56N+1112 & 52N+4670 & 65N+3256 \\ 19N+1789 & 42N+1347 & 79N+4754 & 41N+6400 & 54N+3870 & 44N+2178 \\ 96N+1452 & 32N+3572 & 91N+3663 & 67N+4100 & 23N+6431 & 55N+4290 \end{pmatrix}$$

$$A_{2008} = \begin{pmatrix} 29N+1719 & 86N+4830 & 27N+2897 & 43N+1891 & 51N+2698 & 27N+3200 \\ 24N+3245 & 74N+4135 & 82N+6327 & 58N+1000 & 53N+4670 & 66N+1257 \\ 34N+1789 & 43N+1347 & 78N+7542 & 43N+6004 & 52N+6870 & 45N+2000 \\ 86N+3452 & 35N+2257 & 92N+3663 & 68N+4145 & 25N+6431 & 56N+2156 \end{pmatrix}$$

**IV. Ответить на вопросы и обосновать:**

1. В каком месте матрицы $A = (a_{ij})$ расположен элемент $a_{52}$?
2. Может ли матрица состоять из одного столбца?
3. Могут ли быть равными квадратные матрицы, одна из которых третьего, а вторая четвертого порядка?
4. Можно ли найти сумму двух матриц, одна из которых размера 3×4, а вторая – 4×3?
5. Существует ли произведение матриц $A_{3\times4} \cdot B_{4\times2}$? $A_{4\times2} \cdot B_{3\times4}$?
6. Если матрицы $A$ и $B$ можно умножить, следует ли из этого, что их можно сложить? А обратно?
7. Можно ли найти произведение двух матриц одна из которых квадратная, а другая – нет?
8. Если $A \cdot B$ и $B \cdot A$ существуют, то можно ли утверждать, что это матрицы одного размера?
9. Может ли произведение двух ненулевых матриц быть нулевой матрицей?
10. Могут ли совпадать матрицы $A$ и $A^T$?
11. Чем отличается минор $M_{54}$ от алгебраического дополнения $A_{54}$ ?
12. Чему равен определитель треугольной матрицы?

## Расчетно-графическая работа №2

**I.** Найдите решение системы линейных уравнений методом Крамера и методом обратной матрицы.

| № | Задача | № | Задача |
|---|---|---|---|
| 1. | $\begin{cases}2x_1+x_2+3x_3=0,\\3x_1+3x_2+10x_3=-4,\\3x_1-2x_2-8x_3=9.\end{cases}$ | 2. | $\begin{cases}3x_1+x_2+2x_3=6,\\9x_1+4x_2+9x_3=22,\\4x_1-2x_2-7x_3=-5.\end{cases}$ |
| 3. | $\begin{cases}4x_1+x_2+3x_3=5,\\8x_1+3x_2+10x_3=11,\\9x_1-2x_2-10x_3=7.\end{cases}$ | 4. | $\begin{cases}3x_1+x_2+4x_3=2,\\6x_1+3x_2+13x_3=3,\\-2x_1-2x_2-9x_3=0.\end{cases}$ |
| 5. | $\begin{cases}2x_1+x_2-3x_3=-2,\\7x_1+4x_2-11x_3=-8,\\-4x_1-3x_2+8x_3=7.\end{cases}$ | 6. | $\begin{cases}3x_1+x_2-4x_3=6,\\6x_1+3x_2-11x_3=14,\\x_1+2x_2+6x_3=-7.\end{cases}$ |
| 7. | $\begin{cases}4x_1+x_2-4x_3=0,\\15x_1+4x_2-15x_3=0,\\-8x_1-3x_2+9x_3=1.\end{cases}$ | 8. | $\begin{cases}2x_1+x_2-3x_3=5,\\2x_1+3x_2-8x_3=10,\\-x_1-3x_2+8x_3=-9.\end{cases}$ |
| 9. | $\begin{cases}3x_1+x_2+3x_3=-2,\\11x_1+4x_2+13x_3=-9,\\-2x_1-2x_2-9x_3=7.\end{cases}$ | 10. | $\begin{cases}2x_1+x_2-4x_3=-3,\\4x_1+3x_2-11x_3=-8,\\3x_1-3x_2+8x_3=5.\end{cases}$ |
| 11. | $\begin{cases}3x_1+x_2-3x_3=6,\\11x_1+4x_2-11x_3=22,\\-4x_1-2x_2+5x_3=-9.\end{cases}$ | 12. | $\begin{cases}4x_1+x_2-4x_3=0,\\11x_1+3x_2-11x_3=0,\\-9x_1-3x_2+10x_3=1.\end{cases}$ |
| 13. | $\begin{cases}3x_1+x_2-3x_3=-5,\\8x_1+4x_2-11x_3=-18,\\-x_1-2x_2+5x_3=8.\end{cases}$ | 14. | $\begin{cases}2x_1+x_2+4x_3=-7,\\5x_1+3x_2+13x_3=-23,\\-4x_1-3x_2-13x_3=23.\end{cases}$ |
| 15. | $\begin{cases}3x_1+x_2-3x_3=5,\\10x_1+4x_2-11x_3=16,\\-x_1-2x_2+4x_3=0.\end{cases}$ | 16. | $\begin{cases}4x_1+x_2-3x_3=-11,\\8x_1+3x_2-8x_3=-24,\\-7x_1-3x_2+8x_3=22.\end{cases}$ |
| 17. | $\begin{cases}2x_1+x_2-4x_3=-9,\\7x_1+4x_2-15x_3=-33,\\-x_1-2x_2+6x_3=10.\end{cases}$ | 18. | $\begin{cases}4x_1+x_2-3x_3=-6,\\8x_1+3x_2-8x_3=-11,\\5x_1-3x_2+5x_3=-12.\end{cases}$ |
| 19. | $\begin{cases}3x_1+x_2+4x_3=3,\\11x_1+4x_2+17x_3=14,\\-3x_1-2x_2-10x_3=-11.\end{cases}$ | 20. | $\begin{cases}2x_1+x_2-4x_3=-4,\\11x_1+4x_2+17x_3=20,\\-3x_1-2x_2-10x_3=-9.\end{cases}$ |
| 21. | $\begin{cases}3x_1+x_2-4x_3=-5,\\11x_1+4x_2-15x_3=-19,\\-6x_1-3x_2+10x_3=14.\end{cases}$ | 22. | $\begin{cases}4x_1+x_2-3x_3=10,\\10x_1+3x_2-8x_3=26,\\-9x_1-3x_2+8x_3=-25.\end{cases}$ |
| 23. | $\begin{cases}2x_1+x_2-3x_3=4,\\6x_1+4x_2-11x_3=14,\\5x_1-2x_2+2x_3=1.\end{cases}$ | 24. | $\begin{cases}4x_1+x_2-3x_3=9,\\11x_1+3x_2-8x_3=25,\\-10x_1-3x_2+8x_3=-23.\end{cases}$ |

**II.** Решить системы линейных уравнений методом Крамера и методом обратной матрицы с помощью Microsoft Excel.

**III.** Найдите решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

| № | Задача | № | Задача |
|---|---|---|---|
| 1 | $\begin{cases}2x_1+3x_2+x_3+3x_4=9,\\3x_1+10x_2+3x_3+2x_4=18,\\3x_1-8x_2-2x_3+3x_4=-4,\\-x_1-25x_2-7x_3+2x_4=-31.\end{cases}$ | 2 | $\begin{cases}3x_1+2x_2+x_3+4x_4=2,\\5x_1+7x_2+3x_3+2x_4=13,\\-8x_2-3x_3+4x_4=-15,\\-7x_1-20x_2-8x_3+4x_4=-39.\end{cases}$ |
| 3 | $\begin{cases}2x_1+2x_2+x_3+3x_4=6,\\6x_1+9x_2+4x_3+x_4=12,\\3x_1-7x_2-2x_3+3x_4=1,\\-7x_1-23x_2-9x_3+4x_4=-17.\end{cases}$ | 4 | $\begin{cases}3x_1+3x_2+x_3-2x_4=7,\\10x_1+13x_2+4x_3-3x_4=22,\\-2x_1-12x_2-3x_3-2x_4=-9,\\-19x_1-35x_2-10x_3+2x_4=-46.\end{cases}$ |
| 5 | $\begin{cases}3x_1+4x_2+x_3-x_4=-1,\\4x_1+9x_2+2x_3-2x_4=-5,\\-x_1-10x_2-2x_3-3x_4=4,\\-6x_1-24x_2-5x_3=13.\end{cases}$ | 6 | $\begin{cases}4x_1+2x_2+x_3=1,\\5x_1+5x_2+2x_3-x_4=-3,\\-2x_1-9x_2-3x_3+2x_4=12,\\-8x_1-17x_2-6x_3+4x_4=19.\end{cases}$ |
| 7 | $\begin{cases}4x_1+4x_2+x_3+2x_4=-1,\\6x_1+9x_2+2x_3+3x_4=-4,\\-3x_1-10x_2-2x_3+2x_4=3,\\-11x_1-24x_2-5x_3-2x_4=10.\end{cases}$ | 8 | $\begin{cases}3x_1+4x_2+x_3+4x_4=-6,\\4x_1+9x_2+2x_3+2x_4=-9,\\-2x_1-15x_2-3x_3+4x_4=12,\\-7x_1-29x_2-6x_3+4x_4=24.\end{cases}$ |
| 9 | $\begin{cases}4x_1+3x_2+x_3+3x_4=3,\\5x_1+7x_2+2x_3+x_4=5,\\-x_1-8x_2-2x_3+3x_4=-6,\\-7x_1-19x_2-5x_3+4x_4=-13.\end{cases}$ | 10 | $\begin{cases}2x_1+5x_2+x_3+3x_4=1,\\2x_1+11x_2+2x_3-2x_4=13,\\-x_1-17x_2-3x_3+3x_4=-22,\\-3x_1-34x_2-6x_3+10x_4=-47.\end{cases}$ |
| 11 | $\begin{cases}5x_1+2x_2+x_3+2x_4=-2,\\7x_1+5x_2+2x_3+2x_4=-2,\\-3x_1-6x_2-2x_3+2x_4=1,\\-12x_1-14x_2-5x_3=3.\end{cases}$ | 12 | $\begin{cases}3x_1+5x_2+x_3+3x_4=-2,\\2x_1+11x_2+2x_3+2x_4=5,\\-17x_2-3x_3+3x_4=-17,\\-x_1-34x_2-6x_3+2x_4=-29.\end{cases}$ |
| 13 | $\begin{cases}5x_1+3x_2+x_3-3x_4=-10,\\7x_1+7x_2+2x_3-2x_4=-14,\\-3x_1-8x_2-2x_3-3x_4=6,\\-12x_1-19x_2-5x_3-2x_4=24.\end{cases}$ | 14 | $\begin{cases}4x_1+5x_2+x_3+2x_4=-10,\\6x_1+11x_2+2x_3-x_4=-14,\\-5x_1-18x_2-3x_3+2x_4=18,\\-13x_1-35x_2-6x_3+6x_4=36.\end{cases}$ |
| 15 | $\begin{cases}5x_1+4x_2+x_3-2x_4=-12,\\8x_1+9x_2+2x_3-2x_4=-21,\\-5x_1-10x_2-2x_3+3x_4=20,\\-16x_1-24x_2-5x_3+5x_4=50.\end{cases}$ | 16 | $\begin{cases}5x_1+5x_2+x_3+3x_4=-14,\\8x_1+11x_2+2x_3+2x_4=-23,\\-8x_1-18x_2-3x_3+3x_4=26,\\-19x_1-35x_2-6x_3+2x_4=58.\end{cases}$ |
| 17 | $\begin{cases}2x_1+3x_2+x_3+4x_4=12,\\2x_1+7x_2+2x_3+3x_4=16,\\-x_1-11x_2-3x_3+4x_4=-12,\\-3x_1-22x_2-6x_3+2x_4=-32.\end{cases}$ | 18 | $\begin{cases}3x_1+2x_2+x_3+3x_4=11,\\4x_1+5x_2+2x_3+2x_4=18,\\-2x_1-9x_2-3x_3+3x_4=-20,\\-7x_1-17x_2-6x_3+2x_4=-45.\end{cases}$ |
| 19 | $\begin{cases}2x_1+4x_2+x_3-x_4=7,\\2x_1+9x_2+2x_3-2x_4=13,\\5x_1-12x_2-2x_3+3x_4=-8,\\3x_1-26x_2-5x_3+6x_4=-27.\end{cases}$ | 20 | $\begin{cases}4x_1+2x_2+x_3-2x_4=3,\\5x_1+5x_2+2x_3-2x_4=8,\\-2x_1-9x_2-3x_3+3x_4=-8,\\-8x_1-17x_2-6x_3+5x_4=-21.\end{cases}$ |
| 21 | $\begin{cases}4x_1+4x_2+x_3+3x_4=0,\\6x_1+9x_2+2x_3+x_4=0,\\-3x_1-10x_2-2x_3+2x_4=-4,\\-11x_1-24x_2-5x_3+3x_4=-4.\end{cases}$ | 22 | $\begin{cases}3x_1+4x_2+x_3+2x_4=-2,\\3x_1+9x_2+2x_3+2x_4=-11,\\-2x_1-14x_2-3x_3-3x_4=20,\\-5x_1-28x_2-6x_3-5x_4=40.\end{cases}$ |
| 23 | $\begin{cases}4x_1+3x_2+x_3-2x_4=3,\\6x_1+7x_2+2x_3-3x_4=6,\\-x_1-9x_2-2x_3+3x_4=-3,\\-9x_1-20x_2-5x_3+7x_4=-12.\end{cases}$ | 24 | $\begin{cases}5x_1+4x_2+x_3-x_4=12,\\8x_1+9x_2+2x_3-2x_4=23,\\-8x_1-15x_2-3x_3+3x_4=-32,\\-19x_1-29x_2-6x_3+6x_4=-66.\end{cases}$ |

**IV.** Решить задачу любым удобным способом.
Фермер вложил в прошлом году в зерноводство, животноводство и овощеводство всего 0,9·N+0,5 миллиона денежных единиц и получил 0,069·N+0,043 миллиона денежных единиц прибыли. В текущем году он собирается увеличить вложения в животноводство в 3 раза, в овощеводство в 2 раза, а вложения в зерноводство оставить на прежнем уровне. На все это фермер выделяет 1,7·N+1,1 миллиона денежных единиц. Какую прибыль собирается получить фермер в текущем году, если зерноводство приносит 5% прибыли на вложенные средства, овощеводство 8% и животноводство 11%?

Для каждого варианта N номер, указанный в таблице.

**Расчетно-графическая работа №3**

**I.** Решите задачу линейного программирования с двумя переменными графическим методом

| | | |
|---|---|---|
| 1. $Z = 3x_1 - 2x_2 \to min,$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 + 7x_2 \leq 47, \\ -7x_1 + 4x_2 \geq -22, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 2. $Z = 5x_1 - 4x_2 \to max,$ $\begin{cases} 9x_1 + 5x_2 \geq 12, \\ x_1 + 3x_2 \leq 16, \\ -3x_1 + 2x_2 \geq -15, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 3. $Z = -5x_1 + 2x_2 \to min,$ $\begin{cases} 10x_1 + 7x_2 \geq 26, \\ 4x_1 + 9x_2 \leq 60, \\ -3x_1 + x_2 \geq -14, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| 4. $Z = x_1 + 2x_2 \to max,$ $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 \geq 17, \\ x_1 + 3x_2 \leq 17, \\ -4x_1 + 5x_2 \geq -17, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 5. $Z = -5x_1 - 4x_2 \to min,$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ 2x_1 + 9x_2 \leq 59, \\ -7x_1 + 3x_2 \geq -34, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 6. $Z = x_1 - 2x_2 \to max,$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ 3x_1 + 11x_2 \leq 57, \\ -6x_1 + 5x_2 \geq -33, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| 7. $Z = -5x_1 - 4x_2 \to min,$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 5, \\ 4x_1 + 7x_2 \leq 52, \\ -5x_1 + 4x_2 \geq -14, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 8. $Z = -3x_1 - 2x_2 \to max,$ $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 10, \\ 3x_1 + 10x_2 \leq 54, \\ -5x_1 + 4x_2 \geq -28, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 9. $Z = 5x_1 + 3x_2 \to min,$ $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 29, \\ -x_1 + x_2 \geq -4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| 10. $Z = 3x_1 + 5x_2 \to max$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 3, \\ 3x_1 + 7x_2 \leq 39, \\ -3x_1 + 2x_2 \geq -12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 11. $Z = x_1 + 6x_2 \to min,$ $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ 3x_1 + 11x_2 \leq 68, \\ -x_1 + x_2 \geq -4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 12. $Z = 3x_1 + 2x_2 \to max,$ $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 10, \\ x_1 + 8x_2 \leq 46, \\ -7x_1 + 2x_2 \geq -32, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| 13. $Z = 5x_1 + 6x_2 \to min,$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 4, \\ 4x_1 + 9x_2 \leq 59, \\ -5x_1 + 6x_2 \geq -22, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 14. $Z = 5x_1 - 6x_2 \to min$ $\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 \geq 15, \\ x_1 + 5x_2 \leq 27, \\ -5x_1 + 4x_2 \geq -19, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 15. $Z = 5x_1 + 6x_2 \to max,$ $\begin{cases} 11x_1 + 6x_2 \geq 26, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ -3x_1 + 2x_2 \geq -18, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |
| 16. $Z = -x_1 - 2x_2 \to min,$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 5, \\ 4x_1 + 7x_2 \leq 45, \\ -4x_1 + 3x_2 \geq -15, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 17. $Z = 3x_1 - 4x_2 \to max,$ $\begin{cases} 8x_1 + 5x_2 \geq 6, \\ x_1 + 5x_2 \leq 27, \\ -6x_1 + 5x_2 \geq -22, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ | 18. $Z = 3x_1 + 2x_2 \to min$ $\begin{cases} 9x_1 + 5x_2 \geq 22, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 36, \\ -x_1 + x_2 \geq -4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$ |

| | | |
|---|---|---|
| 19. $Z = 3x_1 + 3x_2 \to max$, $\begin{cases} 8x_1 + 5x_2 \geq 22, \\ x_1 + 8x_2 \leq 47, \\ -7x_1 + 3x_2 \geq -34, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$ | 20. $Z = -x_1 - x_2 \to min$, $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 1, \\ 4x_1 + 9x_2 \leq 51, \\ -3x_1 + 2x_2 \geq -12, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$ | 21. $Z = 3x_1 + x_2 \to max$, $\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 \geq 22, \\ -x_1 + 9x_2 \leq 56, \\ -8x_1 + 3x_2 \geq -35, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$ |
| 22. $Z = -x_1 - 6x_2 \to min$, $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 6, \\ 4x_1 + 9x_2 \leq 68, \\ -3x_1 + 2x_2 \geq -16, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$ | 23. $Z = 2x_1 + 5x_2 \to max$, $\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 \geq 15, \\ x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ -4x_1 + 3x_2 \geq -15, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$ | 24. $Z = -x_1 + 6x_2 \to min$, $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 11, \\ x_1 + 3x_2 \leq 19, \\ -7x_1 + 3x_2 \geq -37, \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$ |

**II.** Задание

1. Построить математическую модель задачи.
2. Создать на рабочем листе Excel таблицу для ввода исходных данных.
3. Заполнить таблицу исходными данными и необходимыми формулами.
4. Найти решение задачи средствами надстройки Поиск решения.

**Вариант 1**

Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены ниже.

| Ресурсы | Нормы затрат ресурсов на одно изделие | | Общее количество ресурсов |
|---|---|---|---|
| | Стол | Шкаф | |
| Древесина, $м^3$: 1-го вида<br>2-го вида | 0,2<br>0,1 | 0,1<br>0,3 | 40<br>60 |
| Трудоемкость, чел.ч. | 1,2 | 1,5 | 371,4 |
| Прибыль от реализации одного изделия, р. | 6 | 8 | |

Определить, сколько столов и шкафов следует изготавливать фабрике, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

**Вариант 2**

Для производства двух видов изделий А и В используется токарное, фрезерное и шлифовальное оборудование. Нормы затрат времени для каждого из типов оборудования на одно изделие данного вида, общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия приведены ниже.

| Тип оборудования | Затраты времени, стан-ч., на обработку одного изделия | | Общий фонд полезного рабочего времени оборудования (час) |
|---|---|---|---|
| | А | В | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Фрезерное<br>Токарное<br>Шлифовальное | 10<br>5<br>6 | 8<br>10<br>12 | 168<br>180<br>144 |
| Прибыль от реализации одного изде-<br>лия, р. | 14 | 18 | |

Найти план выпуска изделий А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

**Вариант 3**

Для изготовления трех видов изделий А, В и С используется токарное, фрезерное, сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования, общий фонд рабочего времени каждого из типов используемого оборудования, прибыль от реализации одного изделия данного вида приведены ниже.

| Тип оборудования | Затраты времени, стан.-ч, на обработку одного изделия вида | | | Общий фонд рабочего времени оборудования, ч. |
|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | |
| Фрезерное | 2 | 4 | 5 | 120 |
| Токарное | 1 | 8 | 6 | 280 |
| Сварочное | 7 | 4 | 5 | 240 |
| Шлифовальное | 4 | 6 | 7 | 360 |
| Прибыль, р. | 10 | 14 | 12 | |

Требуется определить, сколько изделий и какого вида следует изготовить предприятию, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

**Вариант 4**

Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку ежедневно необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ, содержащихся в 1 кг каждого вида потребляемых продуктов, а также цена 1 кг каждого из этих продуктов приведены ниже.

| Питательные вещества | Содержание, грамм питательных веществ в 1 кг продуктов | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Мясо | Рыба | Молоко | Масло | Сыр | Крупа | Картофель |
| Белки | 180 | 190 | 30 | 10 | 260 | 130 | 21 |
| Жиры | 20 | 3 | 40 | 865 | 310 | 30 | 2 |
| Углеводы | - | - | 50 | 6 | 20 | 650 | 200 |
| Минеральные соли | 9 | 10 | 7 | 12 | 60 | 20 | 10 |
| Цена 1 кг продуктов, р. | 1,8 | 1,0 | 0,28 | 3,4 | 2,9 | 0,5 | 0,1 |

Составить дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы потребности человека в необходимых питательных веществах при минимальной общей стоимости потребляемых продуктов.

**Вариант 5**
Кондитерская фабрика для производства трех видов карамели A, B, и C использует три вида основного сырья: сахарный песок, патоку и фруктовое пюре. Нормы расхода сырья каждого вида на производство 1 т карамели данного вида, общее количество сырья каждого вида, прибыль от реализации 1 т карамели приведены ниже.

| Вид сырья | Нормы расхода сырья, т, на 1 т карамели | | | Общее количество сырья, т |
|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | |
| Сахарный песок | 0,8 | 0,5 | 0,6 | 800 |
| Патока | 0,4 | 0,4 | 0,3 | 600 |
| Фруктовое пюре | – | 0,1 | 0,1 | 120 |
| Прибыль от реализации 1 т продукции, р. | 108 | 112 | 126 | |

Найти план производства карамели, обеспечивающий максимальную прибыль от ее реализации.

**Вариант 6**
На швейной фабрике для изготовления четырех видов изделий может быть использована ткань трех артикулов. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного изделия, имеющееся в распоряжении фабрики общее количество тканей каждого артикула и цена одного изделия данного вида приведены ниже.

| Артикул ткани | Норма расхода ткани, м, на одно изделие вида | | | | Общее количество ткани, м |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| I | 1 | - | 2 | 1 | 180 |
| II | - | 1 | 3 | 2 | 210 |
| III | 4 | 2 | - | 4 | 800 |
| Цена одного изделия, р.) | 9 | 6 | 4 | 7 | |

Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.

**Вариант 7**
Предприятие выпускает четыре вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты времени на изготовление единицы продукции для каждого из типов оборудования, общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования и прибыль от реализации одного изделия данного вида приведены ниже.

| Тип оборудования | Затраты времени, стан.-ч, на единицу продукции вида | | | | Общий фонд рабочего времени (станко-час) |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| Токарное | 2 | 1 | 1 | 3 | 300 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Фрезерное | 1 | – | 2 | 1 | 70 |
| Шлифовальное | 1 | 2 | 1 | – | 340 |
| Прибыль от реализации единицы продукции, р. | 8 | 3 | 2 | 1 | |

Определить такой объем выпуска каждого из изделий, при котором общая прибыль от их реализации является максимальной.

**Вариант 8**

Торговое предприятие планирует организовать продажу четырех видов товара, используя при этом только два вида ресурсов: рабочее время продавцов в количестве 840 ч и площадь торгового зала 180 м$^2$.

Плановые нормативы затрат этих ресурсов в расчете на единицу товаров и прибыль от их продажи приведены ниже.

| Показатели | Товар | | | | Общее количество ресурсов |
|---|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | D | |
| Расход рабочего времени на единицу товара, ч | 0,6 | 0,8 | 0,6 | 0,4 | 840 |
| Использование площади торгового зала на единицу товара, м$^2$ | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,1 | 180 |
| Прибыль от продажи единицы товара, р. | 5 | 8 | 7 | 9 | |

Требуется определить оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую торговому предприятию максимальную прибыль.

**Вариант 9**

Из четырех видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должно входить не менее 26 ед. химического вещества А, 30 ед. – вещества В и 24 ед. – вещества С. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, цена 1 кг сырья каждого вида приведены ниже.

| Вещество | Количество единиц вещества, содержащегося в 1 кг сырья вида | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| A<br>B<br>C | 1<br>2<br>1 | 1<br>–<br>2 | –<br>3<br>4 | 4<br>5<br>6 |
| Цена 1 кг сырья, р. | 5 | 6 | 7 | 4 |

Составить смесь, содержащую не менее нужного количества веществ данного вида и имеющую минимальную стоимость.

**Вариант 10**

Для производства трех видов продукции предприятие использует два типа технологического оборудования и два вида сырья. Нормы затрат сырья и времени на

изготовление одного изделия каждого вида, общий фонд рабочего времени каждой из групп технологического оборудования, объемы имеющегося сырья каждого вида, цена одного изделия каждого вида, ограничения на возможный выпуск каждого из изделий приведены ниже.

| Ресурсы | Нормы затрат на одно изделие вида | | | Общее количество ресурсов |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | |
| Производительность оборудования в нормочасах: | | | | |
| I типа | 2 | – | 4 | 200 |
| II типа | 4 | 3 | 1 | 500 |
| Сырье, кг: | | | | |
| 1-го вида | 10 | 15 | 20 | 1 495 |
| 2-го вида | 30 | 20 | 25 | 4 500 |
| Цена одного изделия, р. | 10 | 15 | 20 | |
| Выпуск (шт.): | | | | |
| минимальный | 10 | 20 | 25 | |
| максимальный | 20 | 40 | 100 | |

Составить план производства продукции, по которому будет изготовлено необходимое количество изделий каждого вида, при максимальной общей стоимости всей изготовляемой продукции.

**Вариант 11**

При производстве четырех видов кабеля выполняется пять групп технологических операций. Нормы затрат на 1 км кабеля данного вида для каждой из групп операций, прибыль от реализации 1 км каждого вида кабеля, а также общий фонд рабочего времени, в течение которого могут выполняться эти операции приведены ниже.

| Технологическая операция | Нормы затрат времени, ч, на обработку 1 км кабеля вида | | | | Общий фонд рабочего времени, ч |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| Волочение | 1,2 | 1,8 | 1,6 | 2,4 | 7 200 |
| Наложение изоляций | 1,0 | 0,4 | 0,8 | 0,7 | 5 600 |
| Скручивание элементов в кабель | 6,4 | 5,6 | 6,0 | 8,0 | 11 176 |
| Освинцовывание | 3,0 | – | 1,8 | 2,4 | 3 600 |
| Испытание и контроль | 2,1 | 1,5 | 0,8 | 3,0 | 4 200 |
| Прибыль от реализации 1 км кабеля, р. | 1,2 | 0,8 | 1,0 | 1,3 | |

Определить план выпуска кабеля, при котором общая прибыль от реализации изготовляемой продукции является максимальной.

**Вариант 12**

Стальные прутья длиной 110 см необходимо разрезать на заготовки длиной 45, 35 и 50 см. Требуемое количество заготовок данного вида составляет соответственно 40, 30 и 20 шт. Возможные варианты разреза и величина отходов при каждом из них приведены ниже.

| Длина заготовки, см. | Варианты разреза | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 45<br>35<br>50 | 2<br><br>– | 1<br>1<br>– | 1<br>–<br>1 | –<br>3<br>- | –<br>1<br>1 | –<br>–<br>2 |
| Величина отходов, см. | 20 | 30 | 15 | 5 | 25 | 10 |

Определить, сколько прутьев по каждому из возможных вариантов следует разрезать, чтобы получить не менее нужного количества заготовок каждого вида при минимальных отходах.

**Вариант 13**

Для производства трех видов изделий A, B, C предприятие использует четыре вида сырья. Нормы затрат сырья каждого вида на производство единицы продукции данного вида, прибыль от реализации одного изделия каждого вида приведены ниже.

| Вид сырья | Нормы затрат сырья, кг, на единицу продукции | | |
|---|---|---|---|
| | A | B | C |
| I | 2 | 3 | – |
| II | – | 4 | 6 |
| III | 5 | 5 | 2 |
| IV | 4 | – | 7 |
| Прибыль от реализации одного изделия | 25 | 28 | 27 |

Изделия A, B и C могут производиться в любых соотношениях (сбыт обеспечен), но для их производства предприятие может использовать сырье I вида не более 200 кг, II вида – не более 120 кг, III вида – не более 180 кг, IV вида – не более 138 кг.

Определить план производства продукции, при котором общая прибыль предприятия от реализации всей продукции была бы наибольшей.

**Вариант 14**

Туристическое агентство собирается заказать издательству выпуск художественных альбомов трех типов A, B, C. Их изготовление лимитируется затратами ресурсов трех видов, удельные расходы которых приведены ниже.

| Вид ресурса | Удельные затраты ресурсов на выпуск альбомов |
|---|---|

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Финансы, р.<br>Бумага, л.<br>Трудозатраты, чел. ч | 2<br>4<br>1 | 1<br>2<br>1 | 4<br>2<br>2 |

Издательство для выполнения заказа получило финансовые средства в объеме 3 600 р, имеет в наличии 52 000 л. бумаги и может использовать трудовые ресурсы в объеме 2 200 чел./ч.
Агентство платит за выпуск одного альбома типа А – 22 р., за альбом типа В – 18 р., за альбом типа С – 30 р.
Сколько альбомов каждого типа должно выпустить издательство, чтобы получить наибольшую прибыль?

**Вариант 15**
Предприятие оптовой торговли может реализовать $T_j$, j = 1, 2, 3, 4 групп товаров. Для этого используется несколько видов ресурсов. Исходные данные для построения математической модели приведены ниже.

| Лимитирующие ресурсы и показатели | Товарная группа | | | | Объем ресурса | Вид ограниче-ния |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $T_1$ | $T_2$ | $T_3$ | $T_4$ | | |
| Складские площади, м$^2$ | 18 | 26 | 16 | 10 | 110 000 | ≤ |
| Трудовые ресурсы, чел.ч | 150 | 140 | 50 | 80 | 950 000 | ≤ |
| Издержки обращения, ден. ед. | 170 | 230 | 280 | 120 | 1 200 000 | ≤ |
| Товарные запасы, ден. ед. | 31 | 42 | 30 | 20 | 180 000 | ≤ |
| План товарооборота, ден. ед. | 200 | 150 | 170 | 50 | 750 000 | ≥ |
| Минимально допустимые значения товарооборота по j-й группе, ед. | 1 200 | 1 000 | 1 500 | 1 200 | | ≥ |
| Прибыль в расчете на единицу товарооборота j-й группы, ден. ед. | 120 | 50 | 30 | 100 | | |

Требуется определить план хозяйственной деятельности торгового предприятия, обеспечивающий максимум прибыли при заданных ограничениях на складские площади, трудовые ресурсы, издержки обращения, товарные запасы, величину товарооборота, если торговая прибыль в расчете на единицу товарооборота j -й группы задана.

**III.** Транспортная задача.

Производственное объединение в своём составе имеет n филиалов $A_i$, i=1, 2,…, n, которые производят однородную продукцию в количестве $a_i$, i=1, 2,…, n. Эту продукцию получают m потребителей $B_j$, j=1, 2, …, m, расположенных в разных местах. Их потребности соответственно равны $b_j$, j=1, 2, …, m. Тарифы перевозок единицы продукции от каждого из филиалов потребителям задаются матрицей $C_{ij}$ (i=1, 2,…, n; j=1, 2, …, m).

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | … | $B_m$ | |
| $A_1$ | C11 | C12 | … | C1m | $a_1$ |
| $A_2$ | C21 | C22 | … | C2m | $a_2$ |
| … | … | … | … | … | … |
| $A_n$ | Cn1 | Cn2 | … | Cnm | $a_n$ |
| Потребности | $b_1$ | $b_2$ | | $b_m$ | |

1. Составить план прикрепления получателей продукции к ее поставщикам, при котором общая стоимость перевозок была минимальной.
2. Построить математическую модель задачи.
3. Создать на рабочем листе Excel таблицу для ввода исходных данных.
4. Заполнить таблицу исходными данными и необходимыми формулами.
5. Найти решение задачи средствами надстройки Поиск решения.

**Вариант 1**

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | |
| $A_1$ | 18 | 2 | 3 | 12 | 180 |
| $A_2$ | 3 | 4 | 8 | 7 | 160 |
| $A_3$ | 4 | 5 | 6 | 12 | 140 |
| $A_4$ | 7 | 1 | 5 | 6 | 220 |
| Потребности | 150 | 250 | 120 | 180 | |

**Вариант 2**

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | |
| $A_1$ | 2 | 4 | 7 | 9 | 200 |
| $A_2$ | 5 | 1 | 8 | 12 | 270 |
| $A_3$ | 11 | 6 | 4 | 3 | 130 |
| Потребности | 120 | 80 | 240 | 160 | |

**Вариант 3**

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 2 | 3 | 4 | 3 | 90 |
| $A_2$ | 5 | 3 | 1 | 2 | 60 |
| $A_3$ | 3 | 1 | 4 | 2 | 150 |
| Потребности | 120 | 40 | 60 | 80 | |

**Вариант 4**

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | |
| $A_1$ | 1 | 2 | 4 | 1 | 50 |
| $A_2$ | 2 | 3 | 1 | 5 | 30 |
| $A_3$ | 3 | 2 | 4 | 4 | 10 |
| Потребности | 30 | 30 | 10 | 20 | |

**Вариант 5**

| Филиалы | Потребители | | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | |
| $A_1$ | 7 | 12 | 4 | 6 | 5 | 180 |
| $A_2$ | 1 | 8 | 6 | 5 | 3 | 350 |
| $A_3$ | 6 | 13 | 8 | 7 | 4 | 20 |
| Потребности | 110 | 90 | 120 | 80 | 150 | |

**Вариант 6**

| Филиалы | Потребители | | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | |
| $A_1$ | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 140 |
| $A_2$ | 8 | 4 | 1 | 4 | 1 | 180 |
| $A_3$ | 9 | 7 | 3 | 7 | 2 | 160 |
| Потребности | 60 | 70 | 120 | 130 | 100 | |

**Вариант 7**

| Филиалы | Потребители | | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | |
| $A_1$ | 4 | 5 | 2 | 8 | 6 | 115 |
| $A_2$ | 3 | 1 | 9 | 7 | 3 | 175 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_3$ | 9 | 6 | 7 | 2 | 1 | 130 |
| Потребности | 70 | 220 | 40 | 30 | 60 | |

**Вариант 8**

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | |
| $A_1$ | 4 | 5 | 3 | 7 | 280 |
| $A_2$ | 7 | 6 | 2 | 9 | 175 |
| $A_3$ | 1 | 3 | 9 | 8 | 125 |
| $A_4$ | 2 | 4 | 5 | 6 | 130 |
| Потребности | 90 | 180 | 310 | 130 | |

**Вариант 9**

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | |
| $A_1$ | 1 | 4 | 8 | 7 | 510 |
| $A_2$ | 5 | 6 | 8 | 9 | 90 |
| $A_3$ | 7 | 2 | 4 | 8 | 120 |
| Потребности | 270 | 140 | 200 | 110 | |

**Вариант 10**

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | |
| $A_1$ | 6 | 7 | 3 | 2 | 180 |
| $A_2$ | 5 | 1 | 4 | 3 | 90 |
| $A_3$ | 3 | 2 | 6 | 2 | 170 |
| Потребности | 90 | 90 | 100 | 160 | |

**Вариант 11**

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | |
| $A_1$ | 5 | 4 | 3 | 4 | 160 |
| $A_2$ | 3 | 2 | 5 | 5 | 140 |
| $A_3$ | 1 | 6 | 3 | 2 | 60 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Потребности | 80 | 80 | 70 | 130 | |

**Вариант 12**

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | |
| $A_1$ | 4 | 2 | 3 | 1 | 80 |
| $A_2$ | 6 | 3 | 5 | 6 | 100 |
| $A_3$ | 3 | 2 | 6 | 3 | 70 |
| Потребности | 80 | 50 | 50 | 70 | |

**Вариант 13**

| Филиалы | Потребители | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | |
| $A_1$ | 6 | 7 | 3 | 2 | 180 |
| $A_2$ | 5 | 1 | 4 | 3 | 90 |
| $A_3$ | 3 | 2 | 6 | 2 | 160 |
| Потребности | 45 | 45 | 200 | 140 | |

**Вариант 14**

| Филиалы | Потребители | | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | |
| $A_1$ | 5 | 3 | 2 | 4 | 8 | 160 |
| $A_2$ | 7 | 6 | 5 | 3 | 1 | 90 |
| $A_3$ | 8 | 9 | 4 | 5 | 2 | 140 |
| Потребности | 90 | 60 | 80 | 70 | 90 | |

**Вариант 15**

| Филиалы | Потребители | | | | | Производство |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | |
| $A_1$ | 7 | 12 | 4 | 8 | 5 | 180 |
| $A_2$ | 1 | 8 | 6 | 5 | 3 | 350 |
| $A_3$ | 6 | 13 | 8 | 7 | 4 | 20 |
| Потребности | 110 | 90 | 120 | 80 | 150 | |

**IV.** Задача о назначениях

На n типовых операций необходимо назначить n рабочих. Стоимость $C_{ij}$ выполнения i-м рабочим j-й операции приведена в таблице. Требуется найти такие назначения рабочих, при которых все операции были бы выполнены, каждый рабочий занят только на выполнении одной операции, суммарная стоимость работ при этом была минимальной.

| Рабочие | Операции | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | … | $O_n$ |
| $P_1$ | C11 | C12 | … | C1 n |
| $P_2$ | C21 | C22 | … | C2 n |
| … | … | … | … | … |
| $P_n$ | Cn1 | Cn2 | … | Cn n |

1. Построить математическую модель задачи.
2. Создать на рабочем листе Excel таблицу для ввода исходных данных.
3. Заполнить таблицу исходными данными и необходимыми формулами.
4. Найти решение задачи средствами надстройки Поиск решения.

**Вариант 1**

| Рабочие | Операции | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ |
| $P_1$ | 60 | 52 | 45 | 40 |
| $P_2$ | 65 | 46 | 45 | 52 |
| $P_3$ | 72 | 50 | 70 | 44 |
| $P_4$ | 30 | 30 | 50 | 62 |

**Вариант 2**

| Рабочие | Операции | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ |
| $P_1$ | 112 | 110 | 90 | 95 |
| $P_2$ | 80 | 100 | 80 | 95 |
| $P_3$ | 70 | 68 | 85 | 70 |
| $P_4$ | 75 | 60 | 79 | 70 |

**Вариант 3**

| Рабочие | Операции | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ |
| $P_1$ | 20 | 15 | 20 | 14 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $P_2$ | 22 | 10 | 12 | 15 |
| $P_3$ | 12 | 22 | 20 | 30 |
| $P_4$ | 10 | 12 | 15 | 14 |

**Вариант 4**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 16 | 12 | 23 | 12 | 20 |
| $P_2$ | 20 | 15 | 20 | 14 | 18 |
| $P_3$ | 22 | 10 | 12 | 15 | 20 |
| $P_4$ | 11 | 22 | 20 | 30 | 12 |
| $P_5$ | 10 | 12 | 15 | 14 | 15 |

**Вариант 5**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 16 | 12 | 10 | 12 | 18 |
| $P_2$ | 20 | 15 | 8 | 14 | 25 |
| $P_3$ | 22 | 10 | 11 | 9 | 16 |
| $P_4$ | 15 | 22 | 17 | 30 | 22 |
| $P_5$ | 20 | 12 | 15 | 14 | 15 |

**Вариант 6**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 11 | 8 | 9 | 10 | 9 |
| $P_2$ | 9 | 10 | 8 | 14 | 15 |
| $P_3$ | 10 | 12 | 12 | 9 | 11 |
| $P_4$ | 12 | 10 | 11 | 30 | 10 |
| $P_5$ | 14 | 12 | 13 | 14 | 12 |

**Вариант 7**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | 220 | 180 | 200 | 160 | 180 |
| $P_2$ | 230 | 180 | 200 | 190 | 240 |
| $P_3$ | 210 | 150 | 200 | 200 | 210 |
| $P_4$ | 200 | 170 | 210 | 200 | 180 |
| $P_5$ | 250 | 160 | 190 | 195 | 190 |

**Вариант 8**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 50 | 80 | 90 | 80 | 70 |
| $P_2$ | 70 | 50 | 95 | 90 | 85 |
| $P_3$ | 58 | 85 | 80 | 59 | 95 |
| $P_4$ | 60 | 60 | 75 | 60 | 70 |
| $P_5$ | 65 | 65 | 70 | 71 | 68 |

**Вариант 9**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 12 | 10 | 10 | 8 | 15 |
| $P_2$ | 13 | 12 | 15 | 14 | 18 |
| $P_3$ | 10 | 12 | 12 | 15 | 14 |
| $P_4$ | 9 | 10 | 10 | 13 | 14 |
| $P_5$ | 12 | 12 | 10 | 10 | 14 |

**Вариант 10**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 22 | 20 | 16 | 18 | 25 |
| $P_2$ | 23 | 22 | 25 | 24 | 28 |
| $P_3$ | 20 | 15 | 22 | 25 | 24 |
| $P_4$ | 19 | 20 | 20 | 23 | 24 |
| $P_5$ | 22 | 22 | 20 | 20 | 24 |

**Вариант 11**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 32 | 30 | 26 | 28 | 35 |
| $P_2$ | 33 | 35 | 32 | 34 | 38 |
| $P_3$ | 30 | 40 | 32 | 35 | 34 |
| $P_4$ | 29 | 30 | 30 | 33 | 34 |
| $P_5$ | 32 | 32 | 30 | 30 | 34 |

**Вариант 12**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 320 | 270 | 270 | 280 | 350 |
| $P_2$ | 330 | 350 | 320 | 340 | 380 |
| $P_3$ | 300 | 380 | 320 | 350 | 340 |
| $P_4$ | 290 | 300 | 300 | 330 | 340 |
| $P_5$ | 320 | 320 | 300 | 320 | 340 |

**Вариант 13**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 330 | 280 | 270 | 290 | 360 |
| $P_2$ | 340 | 360 | 330 | 350 | 390 |
| $P_3$ | 310 | 390 | 290 | 360 | 350 |
| $P_4$ | 300 | 310 | 310 | 340 | 350 |
| $P_5$ | 330 | 300 | 290 | 300 | 350 |

**Вариант 14**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 295 | 245 | 235 | 255 | 325 |
| $P_2$ | 305 | 290 | 295 | 315 | 355 |
| $P_3$ | 275 | 355 | 255 | 325 | 315 |
| $P_4$ | 265 | 270 | 275 | 300 | 315 |
| $P_5$ | 295 | 265 | 250 | 265 | 315 |

**Вариант 15**

| Рабочие | Операции | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $O_1$ | $O_2$ | $O_3$ | $O_4$ | $O_5$ |
| $P_1$ | 220 | 170 | 160 | 180 | 250 |
| $P_2$ | 230 | 215 | 200 | 240 | 280 |
| $P_3$ | 200 | 280 | 200 | 250 | 240 |
| $P_4$ | 190 | 195 | 180 | 225 | 240 |
| $P_5$ | 220 | 190 | 175 | 190 | 240 |

**Критерии оценки:**

| № п/п | Вид работы | Степень выполнения задания | Балл за выполнение работы в основной срок | Балл за выполнение работы в дополнительный срок | Дополнительные баллы |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Расчетно-графическая работа №1 | Все задания выполнены правильно, имеются незначительные ошибки, недочеты | 30 | 15 | - |
| | | В работе имеется более половины выполненных заданий, имеются задания, выполненные с ошибками в вычислениях | 15-29 | 7-17 | - |
| | | Работа содержит менее половины верно выполненных заданий | 0-10 | 0-6 | - |
| 2. | Расчетно-графическая работа №2 | Все задания выполнены правильно, имеются незначительные ошибки, недочеты | 30 | 15 | - |
| | | В работе имеется более половины выполненных заданий, имеются задания, выполненные с ошибками в вычислениях | 15-29 | 7-17 | - |
| | | Работа содержит менее половины верно выполненных заданий | 0-15 | 0-6 | - |
| 3. | Расчетно-графическая работа №3 | Все задания выполнены правильно, имеются незначительные ошибки, недочеты | 40 | 20 | - |
| | | В работе имеется более половины выполненных заданий, имеются задания, | 20-39 | 10-19 | - |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | выполненные с ошибками в вычислениях | | | |
| | | Работа содержит менее половины верно выполненных заданий | 0-19 | 0-9 | - |
| 4. | Дополнительное задание | Оценивается только полностью правильно решенное задание | - | - | 20 |

### 3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация - (зачет) проводится на основе суммарно набранных баллов по выполненным расчетно-графическим работам с учетом выполнения дополнительного задания на основании критериев их оценки.

**Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации (зачет)**

| **Суммарный балл результатов работы в семестре** | 0-39 | 40-100 |
|---|---|---|
| **Оценка за зачет** | не зачтено | зачтено |