Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 20.06.2026 13:07:21
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Транспортный факультет

УТВЕРЖДАЮ
И.о. декана
_____ /М.Р. Рыбакова/
«26» февраля 2026г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы

Направление подготовки/специальность
15.03.03 Прикладная механика

Профиль/специализация
Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности

Квалификация
бакалавр

Формы обучения
очная

Москва, 2026 г.

Разработчик(и):

Доцент, к.т.н.  /Н.Л. Осипов/

Согласовано:
Заведующий кафедрой «Динамика, прочность машин
и сопротивление материалов»,
д.ф-м.н., доцент  /А.А. Скворцов/

Содержание

1. Цели освоения дисциплины. 4
2. Место дисциплины в структуре ООП специалитета. 4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения 5
4. Структура и содержание дисциплины. 5
5. Образовательные технологии. 7
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое 7
6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю). 8
6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины (модуля), описание шкал 10
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины. 11
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины. 11
9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов 11
10. Методические рекомендации для преподавателя 11
Приложение 1. Структура и содержание дисциплины 13
Приложение 2. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ 15

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Численные методы» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Численные методы» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направления подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Численные методы» относится к элективным дисциплинам 1 «Дисциплины (модули)». «Численные методы» взаимосвязана логически и содержательно-методически со следующими дисциплинами и практиками ООП:

- Маематический анализ
- Строительная механика машин;
- Программные комплексы инженерного анализа в механике;

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**знать:** • математические постановки инженерных задач, методы их решения **уметь:** • решать математические задачи с применением численных методов **владеть:** • навыками решения инженерных задач с применением численных методов
ПК-1	Способен проводить расчет элементов конструкций и узлов ЛА на статическую прочность	**знать:** • основы численных методов решения математических задач в области прикладной механики **уметь:** • применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности **владеть:** • навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетных единиц, т.е. 108 академических часа (из них **54** часа – самостоятельная работа студентов).

Разделы дисциплины «Численные методы» изучаются на втором курсе в третьем семестрах.

В **третьем** семестре на лекции отводится **18** часов, на практические занятия – **36** часов, на самостоятельную работу – **54** часа.

Структура и содержание дисциплины «Численные методы» по срокам и видам работы отражены в Приложении 3.

Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Вычисление функций, абсолютные и относительные погрешности их вычисления. Вычисление определенных интегралов. Квадратурные формулы средних прямоугольников, трапеций, Симпсона.

Тема 2. Численное решение нелинейных уравнений. Методы последовательного уточнения значения корня (итераций, Ньютона) и деления отрезка пополам. Оценка погрешности решения.

Тема 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Итерационные методы решения.

Тема 4. Интерполирование таблично заданных функций. Линейная интерполяция. Интерполяционный полином Лагранжа. Кубические сплайны.

Тема 5. Аппроксимация таблично заданных функций методом наименьших квадратов.

Тема 6. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Метод Эйлера, модифицированный метод Эйлера, метод Рунге-Кутта. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков и нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Численные методы» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков, обучающихся:

– защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;

итоговый контроль состоит в экзамене по численным методам с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Численные методы»

и в целом по дисциплине составляет 50% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 33 % от объема аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения на третьем курсе используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- две расчетно-графические работы

Расчетно-графическая работа №1

Краткое содержание работы:
Численное решение типовых инженерных задач: вычисление определенных интегралов, решение нелинейных уравнений, решение систем линейных алгебраических уравнений, решение задач интерполяции и аппроксимации функций.

Расчетно-графическая работа №2

Краткое содержание работы:
Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, билетов к экзамену приведены в Приложении 2.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Численные методы»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код Компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ПК-1	Способен проводить расчет элементов конструкций и узлов ЛА на статическую прочность

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач				
Показатель	**Критерии оценивания**			
	2	**3**	**4**	**5**
знать: математические постановки инженерных задач, методы их решения	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний: математических постановок инженерных задач, методов их решения; не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: математических постановок инженерных задач, методов их решения допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания математических постановок инженерных задач, методов их решения, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний математических постановок инженерных задач, методов их решения, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теорети-ческой подготовки

уметь: решать математически е задачи с применением численных методов	Обучающийся показывает недостаточное умение решать математические задачи с применением численных методов, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решать математические задачи с применением численных методов. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: решать математические задачи с применением численных методов. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийс я демонстрируе т умение решать математическ ие задачи с применением численных методов, правильно и полно строить решения математическ их задач. Свободно оперирует приобретенны ми умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
владеть: навыками решения инженерных задач с применением численных методов.	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками решения инженерных задач с применением численных методов.	Обучающийся владеет навыками решения инженерных задач с применением численных методов в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет навыками решения инженерных задач с применением численных методов, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийс я в полном объеме владеет навыками решения инженерных задач с применением численных методов свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

ПК-1 Способен проводить расчет элементов конструкций и узлов ЛА на статическую прочность				
знать: основы численных методов решения математических задач в области прикладной механики	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний основ численных методов решения математических задач в области прикладной механики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний основ численных методов решения математических задач в области прикладной механики, необходимых для совершенствования наземных транспортно-технологических средств допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания основ численных методов решения математических задач в области прикладной механики, необходимых для совершенствования наземных транспортно-технологических средств, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний основ численных методов решения математических задач в области прикладной механики, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теорети-ческой подготовки
уметь: применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности	Обучающийся показывает недостаточное умение применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют,	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности. В решении задач	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности. Умения освоены,	Обучающийся демонстрирует умение применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности. Свободно

	неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
владеть: навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов	Обучающийся владеет навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и ее описание:

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по

дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Численные методы: учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.]; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. URL: https://urait.ru/bcode/431961

б) дополнительная литература:

1. Гильмутдинов, Р. Ф. Численные методы: учебное пособие / Р. Ф. Гильмутдинов. — Казань: КНИТУ, 2018. — 92 с. URL: https://e.lanbook.com/book/138451

в) электронные образовательные ресурсы

Электронный курс «Численные методы»

https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=1325

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.
Для проведения учебных занятий используются:
- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, оснащенные столами учебными со скамьями (столами и стульями) и аудиторной доской;
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета, оснащенные персональными компьютерами с установленным программным обеспечением

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

В настоящее время численные методы являются самым распространенным и эффективным средством решения различных научно – технических проблем.

В данном разделе курса рассматриваются основные численные методы решения типовых прикладных задач. К ним относятся: вычисление определенных интегралов, решение нелинейных уравнений, решение систем линейных алгебраических уравнений, решение задач интерполяции и аппроксимации таблично заданных функций, решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков и систем. Для их решения применяются различные стандартные программы, которые для студента являются своеобразным «черным ящиком», так как для обращения к стандартной программе достаточно лишь ввести исходные данные, а как получается результат, остается неясным. Поэтому в курсе надо обратить особое внимание на понимание сущности применяемых методов и

алгоритмов, так как зачастую интерпретация результатов расчетов нетривиальна и требует знания особенностей применяемых методов.

Необходимо, прежде всего, обратить внимание на понятия погрешности и корректности вычислений. При численном решении задач существует 4 источника погрешностей вычислений: погрешности математической и физической модели, исходных данных, погрешности метода и ошибки округления. Первые два источника погрешностей приводят к так называемой неустранимой погрешности. Погрешность метода обычно выбирают так, чтобы она была не более чем на порядок меньше неустранимой погрешности. Погрешность округлений возникает потому, что вычисления производятся с конечным числом значащих цифр.

При численном решении задачи важно установить, существует ли решение, единственно ли оно и как оно зависит от исходных данных. Если задача поставлена корректно, то она разрешима при любых допустимых входных данных и решение непрерывно зависит от исходных данных, то есть малому их изменению соответствует малое изменение решения.

Для каждой из перечисленных выше типовых задач в курсе излагаются различные численные методы и алгоритмы. Так, при решении нелинейных уравнений после отделения промежутка, на котором расположен корень уравнения, возможно применение итерационных методов последовательного уточнения начального приближенного значения корня (метод простых итераций, метод Ньютона и др.) и методов сужения выделенного отрезка (метод деления отрезка пополам, метод хорд).

Аналогично, при решении систем линейных алгебраических уравнений даже при применении точных численных методов (позволяющих получить решение с помощью конечного числа арифметических операций), например, метода Гаусса, величина погрешности решения зависит от как от длины разрядной сетки, используемой в процессе вычислений, так и от обусловленности матрицы системы (то есть от степени ее чувствительности к накоплению ошибок округления в процессе преобразований на этапе приведения системы к треугольному виду). Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений обладают высокой эффективностью, но их применение связано с рядом ограничений, налагаемых на свойства матрицы системы.

Численные методы решения дифференциальных уравнений являются наиболее мощными и универсальными методами, позволяющими получить решения, когда традиционные классические аналитические и приближенные методы неприменимы. Среди них одним из важнейших является метод конечных разностей. Он основывается на замене непрерывной области определения решения дискретным множеством точек, называемом сеткой; на замене непрерывных функций дискретными; на замене производных в уравнении конечными разностями. В результате вместо дифференциального уравнения получается конечно-разностное уравнение, определенное в узлах разностной сетки. Решение его сводится к отысканию значений сеточной функции в узлах сетки.

Студент в процессе освоения курса должен осмыслить, что из множества алгоритмов надо выбирать те, использование которых в условиях конкретной задачи позволит получить надежный результат с требуемой точностью.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся в программе средней школы. Однако он не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс численных методов разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания для решения, прежде всего, стандартных задач в профессиональной сфере деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно–тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных

студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки
15.03.03 «Прикладная механика»
Профиль
«Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»
Квалификация (степень) выпускника:
Бакалавр
Форма обучения: очная

Кафедра «Динамика, прочность машин и сопротивление материалов»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Численные методы

Составители:
доц., к.т.н. Осипов Н.Л.

Москва, 2026 год

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

«Численные методы»					
ФГОС ВО 15.03.03 «Прикладная механика» Профиль **«Прикладная механика»**					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие **Общекультурные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции**:					
КОМПЕТЕНЦИИ		**Перечень компонентов**	**Технология формирования компетенций**	**Форма оценочного средства****	**Степени уровней освоения компетенций**
ИНДЕКС	**ФОРМУЛИРОВКА**				
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**знать:** • математические постановки инженерных задач, методы их решения **уметь:** • решать математические задачи с применением численных методов **владеть:** • навыками решения инженерных задач с применением численных методов	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР КР Т ЭБ	**Базовый уровень** **-** способен решать инженерные задачи численными методами. **Повышенный уровень** -свободно решает инженерные задачи численными методами, выбирает оптимальные пути решения
ПК-1	Способен проводить расчет элементов конструкций и узлов ЛА на статическую прочность	**знать:** • основы численных методов решения математических задач в области прикладной механики **уметь:** • применять математический аппарат с использованием	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР КР Т ЭБ	**Базовый уровень** **-в**ладеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины; - осознает необходимость повышения квалификации и самостоятельно овладевать знаниями в области

		достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности **владеть:** • навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов			профессиональной деятельности. **Повышенный уровень** -свободно владеет различными численными методами и принципами приобретения, использования и обновления более глубоких математических знаний на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики

Приложение 2

Перечень оценочных средств по дисциплине
«Численные методы»

Таблица 1

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний, обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Билеты к экзамену (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Билеты к экзамену. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Примеры экзаменационных билетов
(для оценки компетенции ПК-2, ПК-3)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет ТРАНСПОРТНЫЙ, кафедра «Динамика, прочность машин и сопротивление материалов»
Дисциплина Численные методы
Направление 15.03.03 «Прикладная механика»
Курс 2, семестр 4

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7.

1. Вычисление определенных интегралов методом прямоугольников.
2. Методом Ньютона решить уравнение $5x^3 - 20x + 3 = 0$ на промежутке $[0;1]$. Выполнить три приближения.
3. Для таблично заданной функции

X	0	1	2
Y	1	2	5

Построить интерполяционный многочлен Лагранжа и найти его значение при $x = 1{,}5$.

Утверждено на заседании кафедры « » _____ 202_ г., протокол № ___.

Зав. кафедрой _____/А.А.Скворцов/

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет ТРАНСПОРТНЫЙ, кафедра «Динамика, прочность машин и сопротивление материалов»
Дисциплина Численные методы
Направление 15.03.03 «Прикладная механика»
Курс 2, семестр 4

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10.

1. Решение нелинейных уравнений методом итераций.
2. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = -5, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$

3. Вычислить определенный интеграл $\int_0^6 (2x-1)^2\,dx$ с шагом $h = 1$ методами трапеций и Симпсона, сравнить с точным решением.

Утверждено на заседании кафедры « » _____ 202_ г., протокол № ___.

Зав. кафедрой _____/А.А.Скворцов/

Комплект тестовых заданий (контрольных работ) (Т, КР) (для оценки компетенций ПК-2, ПК-3)

по дисциплине Численные методы

Работа №1

Вычислить определенный интеграл $\int_0^4 (2x^2 + 4x - 3)dx$ с шагом $h = 0.5$

методами трапеций и Симпсона, сравнить с точным решением.

Найти все лежащие на указанном отрезке корни уравнения с относительной погрешностью 0.0001 с помощью методов, указанных преподавателем.

$$x^4 - 4.3x^3 - 1.29x^2 + 15.1\sin x - 9.84 = 0\,,\ (0 \le x \le 4).$$

Методом половинного деления найти корень уравнения $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ на промежутке $[1{,}6;2{,}2]$. Выполнить три приближения.

Методом Ньютона найти корень уравнения $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ на промежутке $[2{,}4;3{,}2]$. Выполнить три приближения.

Методом итераций найти корень уравнения $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$ на промежутке $[3{,}5;4{,}3]$. Выполнить три приближения.

Решить систему линейных алгебраических уравнений методом простой итерации и Зейделя. Принять в начальном приближении $x_1 = x_2 = x_3 = 0$. Выполнить два приближения.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 9, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$$

Решить систему линейных алгебраических уравнений методом простой итерации. Принять в начальном приближении $x_1 = x_2 = x_3 = 0$. Выполнить три приближения.

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -5 \end{cases}$$

Работа №2

Для таблично заданной функции построить интерполяционный многочлен

X	-3	0	1
y	3	6	-1

Лагранжа и найти его значение при $x = -1$.

Построить аппроксимирующий полином $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ методом наименьших квадратов для таблично заданной функции

X	1	2	3	4
Y	5	3	2	2

Для таблично заданной функции построить интерполяционный многочлен

X	-1	0	1	2
y	2	0	0	1

Лагранжа и найти его значение при $x = 0{,}5$.

Построить аппроксимирующий полином $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ методом наименьших квадратов для таблично заданной функции

X	1	2	3	4
Y	5	3	2	2

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

Комплект вопросов (УО) (для оценки компетенций ПК-2, ПК-3)

1. Общие требования к численным методам. О погрешностях вычислений.
2. Вычисление определенных интегралов методом прямоугольников.
3. Вычисление определенных интегралов методом трапеций.
4. Вычисление определенных интегралов методом Симпсона.
5. Решение нелинейных уравнений методом итераций.
6. Решение нелинейных уравнений методом Ньютона.
7. Решение нелинейных уравнений методом половинного деления.
8. Решение нелинейных уравнений методом хорд.
9. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента.
11. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом простой итерации.
12. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Зейделя.
13. Решение систем линейных алгебраических уравнений с использованием приемов симметризации и релаксации.
14. Задача интерполирования табличных функций: постановка, методы интерполирования.
15. Кусочно – линейная интерполяция.
16. Полиномиальная интерполяция.
17. Построение интерполяционного многочлена Лагранжа.
18. Решение задачи интерполирования таблично заданных функций с помощью сплайн – интерполяции.
19. Задача аппроксимации таблично заданных функций. Построение аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов.
20. Суть одношаговых методов интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.
21. Метод Эйлера численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка – рекуррентная формула, геометрическая интерпретация.
22. Усовершенствованный метод Эйлера численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка – рекуррентная формула, геометрическая интерпретация.
23. Метод Рунге - Кутта численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
24. Сведение задачи Коши для дифференциальных уравнений *n* - го порядка к нормальной системе дифференциальных уравнений.
25. Решение системы дифференциальных уравнений методом Эйлера.
26. Решение системы дифференциальных уравнений усовершенствованным методом Эйлера.

27. Решение системы дифференциальных уравнений методом Рунге – Кутта.
28. Разностные методы решения дифференциальных уравнений.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР) (для оценки компетенций ПК-2, ПК-3)

по дисциплине Численные методы
(наименование дисциплины)

№1. Вычислить определенный интеграл $\int_1^7 (2x^2 - 3x + 4)dx$ с шагом $h = 1$

методами трапеций и Симпсона, сравнить с точным решением.

Вычислить определенный интеграл $\int_0^6 (x-1)^3 dx$ с шагом $h = 1$

методами трапеций и Симпсона, сравнить с точным решением.

№2. Найти все лежащие на указанном отрезке корни уравнения с относительной погрешностью 0.0001 с помощью методов, указанных преподавателем.

Варианты заданий

1. $\sin \pi x - \sqrt{x}\cos \pi x = 0$, $(0 \le x \le 4)$.

2. $e^{0.25x}\sin x + \cos x = 0$, $(2 \le x \le 10)$.

3. $x \sin x - \cos x = 0$, $(0 \le x \le 4)$.

№3. Найти решение системы линейных алгебраических уравнений $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$. Для этого реализовать один из описанных в работе методов. Выбор итерационных методов решения систем должен быть обоснован предварительной проверкой матрицы системы на условие сходимости. В случае применения итерационных методов принять относительную разницу между соседними приближениями вектора решения не более чем 0.000001. Оценить относительную погрешность полученного решения. Матрицу **A** и вектор **b** взять по номеру своего варианта, заменяя значение *n* номером своего варианта.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} n+5 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & n+5 & 0 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & n+5 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 0 & n+5 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & n+5 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ n+5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

№4. Найти решение системы линейных алгебраических уравнений $AX = B$ точным и итерационным методом по согласованию с преподавателем. Оценить абсолютную и относительную погрешность приближенного решения. Матрицу A и вектор B задать в виде

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ b & a & b & c & d \\ c & b & a & b & c \\ d & c & b & a & b \\ e & d & c & b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ f \\ g \\ f \\ f \end{pmatrix}$$

Значения входящих величин взять из таблицы, заменяя значение *n* номером своего варианта.

Вариант	A	b	c	d	e	f	G
№1-№5	n+5	0	-2	0	1	1	n+5
№6-№10	n+5	2	1	0	0	2	n+5
№11-№15	n	4	0	0	2	3	N
№16-№20	n+5	6	2	1	1	4	n+5
№21-№25	n+5	8	4	2	2	5	n+5
№26-№30	n+5	10	8	3	0	5	n+5

№5. Функцию $y = f(x)$, где $f(x)$ левая часть алгебраического уравнения из задания №2, задать таблично с шагом (5-9 точек) на отрезке поиска корней в указанной работе. Вычислить значения таблично заданной функции с шагом, который в десять раз меньше шага изменения аргумента при табличном задании функции, с помощью двух методов интерполяции. Построить графики ошибок интерполяции.

№6. С помощью метода наименьших квадратов найти наилучшую приближающую функцию для таблично заданной функции. В качестве координатных функций использовать полиномы $\varphi_1 = 1, \varphi_2 = x,$ $..., \varphi_{p+1} = x^p$. Вычислить «наименьшие квадраты». Сопоставить полученные результаты с аппроксимацией заданной функциональной зависимости квадратной параболы $\Phi(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

x_i	1	1	1	2	2	3	3	3	4	5	6
$y(x_i)$	0,9	1	1,1	3,5	3,7	8	8,1	8,2	9	8	7

№7. Выполнить численное решение задачи Коши на отрезке [0,4] с шагом 0,1 методом Эйлера и модифицированным методом Эйлера и оценить погрешность вычислений.

$$\begin{cases} y' = 2y + 4x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.

Приложение 3

Структура и содержание дисциплины «Численные методы»
Направление подготовки
15.03.03 «Прикладная механика»
Профиль
«Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»
Квалификация (степень) выпускника:
Бакалавр
Очная форма обучения

n/n	Раздел	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы аттестации	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Третий семестр															
1	Погрешность вычислений и её виды. Методы приближенного вычисления определенных интегралов. Оценка погрешности. Вычисление определенных интегралов с помощью формул прямоугольников, и трапеций, и Симпсона.	3		4	8		12				+				
2	Численные методы решения нелинейных алгебраических уравнений. Оценка погрешности решения. Решение нелинейных алгебраических уравнений методами половинного деления и Ньютона. **Самостоятельная работа №1**	3		4	8		12				+				
3	Решение нелинейных алгебраических уравнений методами половинного деления и Ньютона.Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Механизм накопления погрешности.	3		4	8		12				+		+		

4	Задачи интерполяции и аппроксимации таблично заданных функций одной Переменной. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. **Самостоятельная работа №2**	4		4	8		12				+				
5	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений n-го порядка и систем			2	4		6								
	Итого			18	36		54								