Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 14.07.2026 13:37:54
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Полиграфический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан Полиграфического факультета

_____ /Нагорнова И.В./

«_26_» _____февраля_____ 2026 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Математический анализ»

Направление подготовки
15.03.02 «Технологические машины и оборудование»

Профиль
«Реверс-инжиниринг процессов и оборудования»

Квалификация:
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва, 2026 г.

Разработчик(и):

Доцент, канд. физ.-матем. наук, доцент  Е.А. Коган

Доцент, канд. физ.-матем. наук, доцент  М.Я. Спиридонов

Согласовано:

Зав. кафедрой «Математика»,
канд. техн. наук, доцент  О.М. Баранова

Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине 4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы 4
3. Структура и содержание дисциплины 5
   3.1. Виды учебной работы и трудоемкость 5
   3.2. Тематический план изучения дисциплины 5
   3.3. Содержание дисциплины 7
   3.4. Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий 8
   3.5. Тематика курсовых проектов (курсовых работ) 9
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение 10
   4.1. Нормативные документы и ГОСТы 10
   4.2. Основная литература 10
   4.3. Дополнительная литература 10
   4.4. Электронные образовательные ресурсы 10
   4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение 11
   4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы 11
5. Материально-техническое обеспечение 12
6. Методические рекомендации 12
   6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения 12
   6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 13
7. Фонд оценочных средств 15
   7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения 15
   7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения 16
   7.3. Оценочные средства 20

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным *целям* освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным *задачам* освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Математический анализ» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций в соответствии с ФГОС 15.03.02 «Технологические машины и оборудование» (уровень бакалавриата), утверждённым приказом Минобрнауки России от 09.08.2021 г. N 728, с изменениями от 27.02.2023:

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1 Применяет математические методы для решения инженерных задач, анализирует и интерпретирует математические модели физических процессов и технических систем

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части образовательной программы блока Б1«Дисциплины (модули)».
Дисциплина базируется на следующей, пройденной дисциплине:

- линейная алгебра.

Дисциплина «Математический анализ» обеспечивает изучение дисциплин:
В обязательной части:

- Физика;
- Информатика;
- Теоретическая механика;
- Метрология и стандартизация;

- Теория механизмов и машин;
- Сопротивление материалов;
- Цифровая обработка сигналов;
- Автоматизация технологических процессов.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

- Реверс-инжиниринг технологического оборудования;
- Оборудование полиграфического производства;
- Схемотехника устройств полиграфического оборудования.

В части элективных дисциплин:

- Основы создания цифровых двойников полиграфического оборудования;
- Управление процессами жизненного цикла технологических машин и оборудования.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачётные единицы (144 часа).

3.1. Виды учебной работы и трудоёмкость

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестры
			2
1	**Аудиторные занятия**	**72**	72
	В том числе:		
1.1	Лекции	18	18
1.2	Семинарские/практические занятия	54	54
1.3	Лабораторные занятия	0	0
2	**Самостоятельная работа**	**72**	72
	В том числе:		
2.1	РГР	28	28
2.2	Подготовка к семинару	32	32
2.3	Подготовка к экзамену	12	12
3	**Промежуточная аттестация**		
	Зачет/диф.зачет/экзамен	-	Экзамен
	Итого	**144**	144

3.2. Тематический план изучения дисциплины

№	Разделы/темы дисциплины	Трудоёмкость, час		
		Всего	Аудиторная работа	

п/п			Лекции	Семинарские/ практические занятия	Лабораторные занятия	Практическая подготовка	**Самостоятельная работа**
1	**Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**	**62**	**8**	**24**	**0**	**0**	**30**
1.1	Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Правила предельного перехода. Функция. Предел функции. Теоремы о пределах функции.	5	1	2	0	0	2
1.2	Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие неопределённостей разного типа.	9	1	4	0	0	4
1.3	Непрерывность функций в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Точки разрыва функции, их классификация.	5	1	2	0	0	2
1.4	Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных. Техника дифференцирования.	9	1	4	0	0	4
1.5	Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближённые вычисления с помощью дифференциалов.	5	1	2	0	0	2
1.6	Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Тейлора. Приближённые вычисления с помощью формулы Тейлора.	11	1	4	0	0	6
1.7	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции.	7	1	2	0	0	4
1.8	Общая схема исследования функции и построения её графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.	11	1	4	0	0	6

2	**Раздел 2. Функция нескольких переменных**	**22**	**4**	**6**	**0**	**0**	**12**
2.1	Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.	8	1	2	0	0	4
2.2	Производные сложной функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент.	6	1	2	0	0	4
2.3	Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.	8	2	2	0	0	4
3	**Раздел 3. Интегральное исчисление**	**60**	**6**	**24**	**0**	**0**	**30**
3.1	Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица интегралов основных элементарных функций. Метод разложения.	7	1	2	0	0	4
3.2	Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям.	9	1	4	0	0	4
3.3	Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.	11	1	4	0	0	6
3.4	Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Свойства определённого интеграла. Формула Ньютона—Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.	7	1	2	0	0	4
3.5	Приложения определённого интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длин кривых, объёмов тел, площадей поверхностей).	11	1	4	0	0	6
3.6	Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства.	5	1	2	0	0	2
3.7	Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Геометрические и физические приложения кратных интегралов.	10	0	6	0	0	4
	Итого	**144**	**18**	**54**	**0**	**0**	**72**

3.3. Содержание дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке бакалавра, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции.

Тема 2. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие неопределённостей разного типа.

Тема 3. Непрерывность функций в точке и на промежутке. Точки разрыва функции, их классификация.

Тема 4. Производная функции. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

Тема 5. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближённые вычисления с помощью дифференциалов.

Тема 6. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Раскрытие неопределённостей различного типа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Приближённые вычисления с помощью формулы Тейлора.

Тема 7. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции.

Тема 8. Общая схема исследования функции и построения её графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 1. Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал.

Тема 2. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца (о равенстве смешанных производных). Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Тема 3. Экстремумы функции нескольких переменных. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

Раздел 3. Интегральное исчисление

Тема 1. Первообразная. Теорема существования неопределённого интеграла. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования.

Тема 2. Основные методы интегрирования: замена переменной; внесение функции под знак дифференциала; интегрирование по частям.

Тема 3. Интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 4. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона—Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

Тема 5. Приложения определённого интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длин кривых, объёмов тел).

Тема 6. Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

Тема 7. Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Правила вычисления двойных интегралов.

3.4. Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий

3.4.1 Семинарские/практические занятия

Практическое занятие 1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Правила предельного перехода. Функция. Предел функции. Теоремы о пределах функции.

Практическое занятие 2. Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Эквивалентные бесконечно малые величины

Практическое занятие 3. Вычисление пределов: раскрытие неопределённостей разного типа.

Практическое занятие 4. Непрерывность функций в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Точки разрыва функции, их классификация.

Практическое занятие 5. Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к кривой. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных.

Практическое занятие 6. Техника дифференцирования.

Практическое занятие 7. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближённые вычисления с помощью дифференциалов.

Практическое занятие 8. Правило Лопиталя. Применение правила Лопиталя к раскрытию неопределённостей разного вида.

Практическое занятие 9. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Тейлора. Приближённые вычисления с помощью формулы Тейлора.

Практическое занятие 10. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции.

Практическое занятие 11. Общая схема исследования функции и построения её графика.

Практическое занятие 12. Построение графиков функций с полным исследованием. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

Практическое занятие 13. Частные производные функции нескольких переменных. Полный дифференциал. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца (о равенстве смешанных производных).

Практическое занятие 14. Производные сложной функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент.

Практическое занятие 15. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Исследование функций нескольких переменных на экстремум.

Практическое занятие 16. Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица интегралов основных элементарных функций. Интегрирование методом разложения.

Практическое занятие 17. Интегрирование с помощью замены переменной. Интегрирование методом подведения функции под знак дифференциала.

Практическое занятие 18. Метод интегрирования по частям. Нахождение неопределённых интегралов с помощью основных методов интегрирования.

Практическое занятие 19. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых видов иррациональных функций.

Практическое занятие 20. Интегрирование тригонометрических функций. Применение тригонометрических функций к интегрированию иррациональностей.

Практическое занятие 21. Вычисление определённого интеграла с помощью формулы Ньютона—Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

Практическое занятие 22. Приложения определённого интеграла в геометрии и механике: нахождение площадей плоских фигур; нахождение длин кривых.

Практическое занятие 23. Приложения определённого интеграла в геометрии и механике: нахождение объёмов тел, нахождение площадей поверхностей.

Практическое занятие 24. Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства. Исследование несобственных интегралов на сходимость и расходимость.

Практическое занятие 25. Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Геометрические и физические приложения кратных интегралов. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным.

Практическое занятие 26. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Вычисление двойных интегралов в цилиндрических координатах.

Практическое занятие 27. Вычисление тройных интегралов сведением к повторным. Вычисление тройных интегралов в сферических координатах.

3.4.2 Лабораторные занятия

Лабораторные занятия учебным планом не предусмотрены.

3.5. Тематика курсовых проектов (курсовых работ)

Курсовые проекты (курсовые работы) учебным планом не предусмотрены.

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. ФГОС 15.03.02 «Технологические машины и оборудование», утверждённый приказом Минобрнауки России от 09.08.2021 № 728 (ред. от 27.02.2023).
2. Академический учебный план по направлению подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование». Профиль: «Реверс-инжиниринг процессов и оборудования». Форма обучения – очная. 2026 г.
3. Образовательная программа по направлению подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование». Профиль: «Реверс-инжиниринг процессов и оборудования». Форма обучения – очная. 2026 г.
4. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
5. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

4.2. Основная литература

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 18-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2026. — 448 с. — ISBN 978-5-507-55976-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/512293. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 2 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2026. — 480 с. — ISBN 978-5-507-55098-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/517028. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник / Л. Д. Кудрявцев. — 3-е изд., перераб. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды — 2008. — 400 с. — ISBN 978-5-9221-0184-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/2224. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4.3. Дополнительная литература

1. Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений: учебное пособие / В. Б. Миносцев, В. А. Ляховский, А. И. Мартыненко. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2022 — Часть 2: Функции нескольких переменных. Интегральное исчисление. Теория поля — 2022. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-1559-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211355.

2. Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений: учебное пособие / В. Б. Миносцев, Н. А. Берков, В. Г. Зубков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2022 — Часть 3: Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации — 2022. — 528 с. — ISBN 978-5-8114-1560-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211358.

4.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:

Название ЭОР	Ссылка
Элементы математического анализа	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=313
Интегральное исчисление функций одной переменной	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3781
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3362
Дополнительные главы математического анализа	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3592

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке Московского Политеха:

https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования»:

http://mospolytech.ru/index.php?id=4486

http://mospolytech.ru/index.php?id=5822

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

http://exponenta.ru

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:

www.matematikalegko.ru>studentu

www.i-exam.ru.

4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

1. Microsoft-Office
2. Microsoft-Windows

4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

№	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			
1.	Stack Overflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
2.	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http://www.consultant.ru	Доступно
3.	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
1.	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
2.	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			
1.	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
2.	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и	http://webofscience.com	Доступно

	наукометрическая (библиометрическая) база данных		

5. Материально-техническое обеспечение

Материально-техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

6. Методические рекомендации

6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими учебный материал не требует какой-либо специальной (дополнительной, помимо школьного курса) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математического анализа разделы являются классическими, в то же время они ориентированы на практику, поскольку имеют широкое распространение для решения разного рода задач — как внутри самой математики, так и прикладных. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, применяемых видах текущего контроля.

Изложение теоретических положений дисциплины должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного — осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Образовательные технологии.

Проведение занятий и аттестаций возможно в **дистанционном формате** с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

При изучении дифференциального исчисления функций одной переменной обратите внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел — это одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределённости $\left(\frac{0}{0}; \frac{\infty}{\infty}; 0 \cdot \infty; \infty - \infty; 1^{\infty}\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела (первый и второй), таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталя, различные приёмы раскрытия неопределённостей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвящённых производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал — это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции).

Обратите внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме или параметрически, на приём логарифмического дифференцирования.

Следует чётко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, нахождение точек локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

При изучении данного раздела обратите внимание на то, что график функции двух переменных имеет наглядный геометрический смысл — это поверхность в трёхмерном пространстве.

Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала, особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции $z = z(x, y)$ смешанные частные производные второго порядка (если они непрерывны) равны между собой: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ (теорема Шварца), то есть порядок переменных при дифференцировании не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по этому направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента.

Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума повторяет аналогичное условие для функции одной переменной. Достаточные условия экстремума для функции нескольких переменных устанавливаются с помощью соответствующей формулы Тейлора.

Раздел 3. Интегральное исчисление

В интегральном исчислении решается задача, обратная той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении: необходимо найти для данной функции $f(x)$ такую функцию (первообразную), производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций — достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент «возьмет» достаточно большое количество интегралов разного типа.

Надо твёрдо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям, приёмы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определённых, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов — построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.

Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определённых интегралов — формулу Ньютона—Лейбница, геометрические и физические приложения определённых и кратных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объём и площадь поверхности тела вращения.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Математический анализ», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы.

Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом равно числу часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

Самостоятельная работа является одним из видов учебных занятий. Цель самостоятельной работы — практическое самостоятельное получение студентами навыков работы в программе математического моделирования, рассматриваемых в процессе изучения дисциплины.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Задачи самостоятельной работы студента:

- развитие навыков самостоятельной учебной работы;
- освоение содержания дисциплины;
- углубление содержания и осознание основных понятий дисциплины;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий для эффективной подготовки к экзамену.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы:

- выполнение расчетно-графических работ;
- подготовка к экзамену;
- подготовка к семинару;

Для выполнения любого вида самостоятельной работы необходимо пройти следующие этапы:

- определение цели самостоятельной работы;
- конкретизация познавательной задачи;
- самооценка готовности к самостоятельной работе;
- выбор адекватного способа действия, ведущего к решению задачи;
- планирование работы (самостоятельной или с помощью преподавателя) над заданием;
- осуществление в процессе выполнения самостоятельной работы самоконтроля (промежуточного и конечного) результатов работы и корректировка выполнения работы;
- рефлексия;
- презентация работы.

7. Фонд оценочных средств

7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:

- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация (экзамен).

№ п/п	Вид контроля результатов обучения	Наименование контроля результатов обучения	Краткая характеристика контроля результатов обучения
1	Расчётно-графическая работа	Текущий	Обучающийся в течение семестра самостоятельно выполняет ряд расчётно-графических работ по теме раздела. При проверке преподаватель оценивает качество оформления, правильность расчётов.
2	Контрольная работа	Текущий	Выполнение контрольной работы осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела и индивидуально каждым студентом. При проверке преподаватель оценивает правильность произведенных расчётов.
3	Тест	Текущий	Тестирование проводится на последнем занятии изучаемой темы. Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. В рамках тестирования проверяется знание теоретической базы.
4	Экзамен	Промежуточный	Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых

			результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).

Показатель	**Критерии оценивания**			
	Неудовлетворительно	**Удовлетворительно**	**Хорошо**	**Отлично**
знать: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа.	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа. Допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа. Свободно оперирует приобретенными знаниями.
уметь: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с	Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы,	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя

комплексными числами.		комплексными числами. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании умениями при их переносе на новые ситуации.	изученные в курсе линейной алгебре и аналитическ ой геометрии; оперировать с комплексны ми числами. Умения освоены, но допускаются незначитель ные ошибки, неточности, затруднения при аналитическ их операциях, переносе умений на новые, нестандартн ые ситуации.	основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитичес кой геометрии; оперироват ь с комплексн ыми числами. Свободно оперирует приобретен ными умениями, применяет их в ситуациях повышенн ой сложности.
владеть: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественно-научным (физическим и техническим) задачам.	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественно-научным (физическим и техническим) задачам.	Обучающийся в недостаточной степени владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественно-научным (физическим и техническим) задачам. Обучающийся испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающий ся частично владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитическ ой геометрии к естественно-научным (физическим и техническим) задачам. Навыки освоены, но допускаются незначитель ные ошибки, неточности, затруднения при аналитическ их операциях, переносе умений на	Обучающи йся в полном объеме владеет: навыками применени я линейной алгебры и аналитичес кой геометрии к естественн о-научным (физически м и технически м) задачам. Свободно применяет полученны е навыки в ситуациях повышенн ой сложности.

			новые, нестандартные ситуации.	

Шкала оценивания текущего контроля.

Наименование контроля результатов обучения	Шкала оценивания	Описание
Расчётно-графическая работа	Отлично - Работа сдана в срок, расчётная и графическая части выполнены верно, либо имеются недочёты, не влияющие на конечный результат. Хорошо - расчётная часть выполнена верно, в графической части есть замечания Удовлетворительно - в расчётной части есть замечания, метод выполнения графической части выбран верный Неудовлетворительно - в расчётной и графической частях есть грубые замечания.	Задание на РГР выдается на первом занятии соответствующего раздела дисциплины и сдаётся по окончании изучения соответствующего раздела дисциплины. РГР должны быть выполнены и оформлены в соответствии с требованиями методических указаний кафедры.
Контрольная работа	Отлично - Работа высокого качества, уровень выполнения отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, либо некоторые из выполненных заданий содержат незначительные ошибки Хорошо - Уровень выполнения работы отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы,	Защита темы включает решение задач в аудитории в течение одной пары и проходит после изучения соответствующего раздела. Билеты состоят из вопросов, позволяющих оценить сформированность компетенций. На ответы отводится 1,5 часа.

	некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Удовлетворительно - Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой заданий не выполнено; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий. Неудовлетворительно - Теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, предусмотренные программой задания не выполнены	
Тестирование по пройденной теме	Тест содержит 20 заданий, правильный ответ на 1 задание соответствует 1 баллу. Время тестирования - 30 минут. Студенту предоставляется две попытки для прохождения теста. Максимальная оценка за тест - 20 баллов. Тест считается успешно пройденным, если студент дал не менее 60% правильных ответов (набрал не менее 12 баллов).	Тестирование осуществляется либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методике выставления оценки.

Шкала оценивания промежуточной аттестации: экзамен.

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведённым в таблицах показателям, оперирует приобретёнными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности, не испытывает затруднений при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует частичное соответствие знаний, умений, навыков приведённым в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при

	аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведённым в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент не может оперировать знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

7.3. Оценочные средства

7.3.1 Текущий контроль

Комплект заданий для выполнения расчётно-графической работы (РГР) по дисциплине «Математический анализ»

Часть 1: «Дифференциальное исчислений функций одной переменной»

Теория пределов

Задание № 1. Найти пределы:

а) $\frac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+3n)^2-(2-3n)^2}$; б) $\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$;

в) $\left(\frac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$; г) $n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$; д) $\left(\frac{n-10}{n+1}\right)^{3n+1}$;

е) $\frac{2x^2+11x+15}{x+3}$; ж) $\frac{4x^2}{3x}$; з) $\frac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$;

и) $\frac{sin\ sin\ 3x}{1-e^{2x}}$; к) $(1-3x)^{7x}$.

Задание № 2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график, если

$$y=\begin{cases} 0, & x\le -\pi, \\ sin\ sin\ x, & -\pi < x < 0, \\ \pi, & x \ge 0. \end{cases}$$

Дифференцирование функций одной переменной

Задание № 3. Найти производные y'_x следующих функций:

а) $y = \frac{3x^3 + 4x^2 - x - 2}{\sqrt{1+3x}}$;

б) $y = ln\ ln\ \ arcsin\ arcsin\ \sqrt{1 - e^{2x}}$;

в) $y = \frac{x\ -x}{\sqrt{2}}$;

г) $x = \frac{3t^2+1}{3t^3}$, $y = sin\ sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right)$;

д) $y = \frac{cos\ cos\ 6x}{3\ sin\ sin\ (12x+1)}$;

е) $y = \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}} + sin\ sin\ \ ln\ ln\ 2x$;

ж) $y = ln\ ln\ \frac{\sqrt{x}}{x+2}$;

з) $y = \left(\sqrt{x}\right)^{5x}$;

и) $sin\ sin\ (x - 2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$;

к) $x = e^{-t}\ cos\ cos\ t$, $y = e^t\ cos\ cos\ t$.

Задание № 4. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0:

$$y = x^2 + 8\sqrt{x} = 32; \quad x_0 = 4.$$

Задание № 5. Провести полное исследование и построить график функции $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$.

Часть 2: «Функции нескольких переменных»

Задание № 1. Найти все частные производные второго порядка функции двух переменных $z = f(x, y)$ и убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$, если $z = \frac{x^2+3y^2}{xy}$.

Задание № 2. Найти градиент функции двух переменных $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0; y_0)$, если

$$z = \frac{y^2}{\sqrt{x}}; \quad M_0(4; 6).$$

Задание № 3. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = x^2 - x + y^2 + 2y$.

Часть 3: «Интегральное исчисление»

Неопределённые интегралы

Задание № 1. Найти неопределённые интегралы:

а) $\int \frac{dx}{2x + \sqrt{x}}$;

б) $\int x \cdot 2^{-x} dx$;

в) $\int (x + 1)e^x dx$;

г) $\int x \cdot cos\ cos\ 3x\ dx$;

д) $\int e^x\ cos\ cos\ x\ dx$;

е) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 18}$

ж) $\int \frac{dx}{x^2+6x+}$ з) $\int \frac{x+18}{(x-6)(x+2)}d$ и) $\int \frac{x+1}{x^2+3}dx;$

к) $\int \frac{x}{x}dx.$

Определённые интегралы

Задание № 2. Найти определённые интегралы:

а) $\int_0^{\pi/6} 3x \cdot cos\, cos\, x\, dx$; б) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}};$ в) $\int_0^1 (x-1)e^x dx;$

г) $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{7+ln\, ln\, x}};$ д) $\int_1^6 \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}};$ е) $\int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{x}{1+x^2}dx;$

ж) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{(3x+5)^2};$ з) $\int_0^1 \frac{x^2+2x}{x^2+1}dx;$ и) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx.$

Приложения определённого интеграла

Задание № 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\ \ y = 2 - x.$

Задание № 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{3}{x}\ ,\quad y = 4e^x,\quad y = 3,\quad y = 4.$$

Задание № 5. Найти объём тела, полученного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной линиями $y = x^3,\ \ y = 1,\ \ x = 0.$

Задание № 6. Найти объём тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y^2 = x.$

Несобственные интегралы

Задание № 7. Исследовать несобственные интегралы первого рода на сходимость. У сходящихся интегралов вычислить значение:

а) $\int_1^{+\infty} \sqrt{x}dx;$ б) $\int_1^{+\infty} x^{-3}dx;$ в) $\int_1^{+\infty} \sqrt{x^5}dx.$

г) $\int_1^{+\infty} ln\, ln\, x\, dx;$ д) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}.$

Задание № 8. Исследовать несобственные интегралы второго рода на сходимость. У сходящихся интегралов вычислить значение:

а) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$; б) $\int_0^1 \frac{dx}{x^3}$; в) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$.

Кратные интегралы

Задание № 9. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле:

а) $\int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x,y)dy$; б) $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x,y)dx$

Задание № 10. Вычислить двойной интеграл от заданной функции по заданной области (область задана или неравенствами, или уравнениями границ):

а) $\iint_D (10 - x^2 - y^2)dxdy$, $D = \{(x;y):\ 1 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 2\}$;

б) $\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3)dxdy$, $D = \{x = 1,\ y = x^2,\ y = -\sqrt{x}\}$;

в) $\iint_D (x^2 + y)dxdy$, $D = \left\{y = \frac{x}{2},\ y = 2x,\ y = \frac{2}{x}\ (x > 0)\right\}$.

Примеры вариантов контрольных работ

Вариант (теория пределов)

1. Найти пределы:

а) $\frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-3n)^2 - (5+n)^2}$; б) $\frac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$; в) $\left(x - \sqrt{x^2 - x + 1}\right)$;

г) $\frac{1 - cos\ cos\ 2x}{e^{2x^2} - 1}$; д) $\frac{\sqrt{x^2 - x - 1}}{ln\ ln\ (x-1)}$; е) $\left(\frac{1 + x\ cos\ cos\ 2x}{1 + x\ cos\ cos\ x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график: $y = \{-x,\ \ x \le 0, x^2,\ \ 0 \le x < 2,\ 3,\ \ x > 2$.

Вариант (дифференцирование функций одной переменной)

1. Найти производную y'_x:

а) $y = ln\ ln\ \frac{\sqrt{x}}{x+2}$; б) $y = \left(\sqrt{x}\right)^{x+4}$;

в) $sin\ sin\ (x - 2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$; г) $x = e^{-t}\ cos\ cos\ t$, $y = e^t\ cos\ cos\ t$.

2. Найти $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x}\right)$.

3. Провести полное исследование и построить график функции $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$.

Вариант (функции нескольких переменных)

1. Для функции $u = 2xy + \frac{x}{\sqrt{y}} + z^3$ найти в точке $A(6; 9; 1)$ модуль вектора градиента и производную по направлению, составляющему с осями координат острые углы α, β, для которых $cos\ cos\ \alpha\ = \frac{3}{7}$, $cos\ cos\ \beta\ = \frac{6}{7}$.

2. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(1 - 4x^2 - 4y) - 5$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$ сложной функции $z = ln\ ln\ (y - x^4)$, $x = \sqrt{sin\ sin\ t}$, $y = cos\ cos\ t$.

Вариант (интегральное исчисление)

1. Найти неопределённые интегралы:

а) $\int \frac{3x^2 - 4}{x^2 + 4x} dx;$ б) $\int \frac{3x}{3x} dx;$ в) $\int \frac{2x - 1}{\sqrt{4 - 2x - x^2}}$

2. Вычислить определённые интегралы:

а) $\int_9^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} - 2};$ б) $\int_1^2 (2x + 1) \cdot ln\ ln\ x\ dx.$

3. Найти значения несобственных интегралов или установить их расходимость:

а) $\int_1^{+\infty} xe^{-x^2} dx$ б) $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{ln\ li}}$

4. Изобразить область интегрирования и изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int_{-4}^{0} dx \int_{0}^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y)dy.$$

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - x^2$, $y = x$.

Вариант заданий теста

Часть 1. Дифференцирование

1.1. Найти производную y'_x функций, заданных различными способами:

а) $y = \sqrt[5]{\frac{x - 3}{x}};$ б) $y = x^{7x};$ в) $e^{xy} + \frac{y}{x} = cos\ cos\ 3x;$

г) $x = cos\ cos\ t\ + sin\ sin\ t$, $y = sin\ sin\ t\ - t\ cos\ cos\ t$.

1.2. Найти указанные величины:

1) $y = sin\ sin\ \ ln\ ln\ x$; $y' = ?$, $y'' = ?$ 2) $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{x}$; $dy = ?$

3) $y = 3x^2 + xe^x$; $x_0 = 2$, $\Delta x = 0{,}1$, $\Delta y \approx ?$

1.3. Исследовать на экстремум функцию $f(x) = (x - 3)^2(x - 5)$.

1.4. Найти интервалы монотонности функции $y = \frac{e^{2x}}{x}$.

1.5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \frac{x^3}{3} - 16x$ на отрезке $[-5; 1]$.

1.6. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x$ в точке с абсциссой $x = 1/2$.

Часть 2. Пределы

2.1. Найти пределы:

а) $\frac{(3+n)^2-(2+n)^2}{(2+n)^2-(1-n)^2}$; б) $\frac{2x}{e^{2x}-1}$; в) $\frac{x^2+2x-3}{x^3+5x^2+6x}$;

г) $\frac{5x}{3x}$.

Часть 3. Исследование функций

3.1. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график:

$$y = \begin{cases} 0, & x \le -\pi, \\ sin\ sin\ x, & -\pi < x < 0, \\ \pi, & x \ge 0. \end{cases}$$

3.2. Провести полное исследование функции и построить её график: $f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$.

7.3.2 Промежуточная аттестация

Вопросы к экзамену (2 семестр, очная форма обучения)

Понятие функциональной зависимости, классификация функций.	ОПК-1
Определение и типы числовой последовательности.	ОПК-1
Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.	ОПК-1
Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).	ОПК-1
Первый и второй замечательный предел.	ОПК-1
Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.	ОПК-1
Бесконечно малые, бесконечно большие функции. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.	ОПК-1
Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.	ОПК-1
Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано–Коши).	ОПК-1

Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой. Таблица производных основных элементарных функций.	ОПК-1
Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.	ОПК-1
Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.	ОПК-1
Производная параметрически заданной функции. Производная функции, заданной неявно. Дифференцирование показательно-степенной функции.	ОПК-1
Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.	ОПК-1
Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши.	ОПК-1
Правило Лопиталя.	ОПК-1
Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.	ОПК-1
Экстремум функции. Необходимое условие экстремума.	ОПК-1
Монотонность функции. Достаточное условие возрастания (убывания) функции. Достаточные условия экстремума.	ОПК-1
Выпуклость функции, точки перегиба. Достаточное условие выпуклости.	ОПК-1
Асимптоты графика функции.	ОПК-1
Общая схема исследования функции и построения её графика.	ОПК-1
Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.	ОПК-1
Определение и геометрический смысл функции двух переменных. Линии уровня функции двух переменных.	ОПК-1
Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл.	ОПК-1
Понятие полного дифференциала функции нескольких переменных.	ОПК-1
Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.	ОПК-1
Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.	ОПК-1
Производная функции нескольких переменных по направлению. Градиент. Геометрический смысл производной по направлению.	ОПК-1
Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.	ОПК-1
Первообразная, неопределённый интеграл. Таблица основных интегралов.	ОПК-1
Замена переменной и интегрирование по частям в неопределённом интеграле.	ОПК-1
Интегрирование с помощью подведения функции под знак дифференциала.	ОПК-1
Интегрирование рациональных дробей.	ОПК-1
Интегрирование функций, содержащих иррациональности.	ОПК-1
Универсальная тригонометрическая подстановка.	ОПК-1
Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона–Лейбница.	ОПК-1
Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.	ОПК-1
Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла. Вычисление площади фигуры, граница которой задана уравнениями в параметрической форме.	ОПК-1
Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.	ОПК-1
Вычисление длины дуги с помощью определённого интеграла. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.	ОПК-1
Вычисление объёма тела вращения с помощью определённого интеграла.	ОПК-1

Вычисление площади поверхности тела вращения.	ОПК-1
Несобственные интегралы первого и второго рода. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.	ОПК-1

Типовые варианты билетов
по дисциплине «Математический анализ»

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Математический анализ»
Направление подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование»
Курс 1, семестр 2

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Первообразная, неопределённый интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Вычислить неопределённый интеграл
$$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x}+\sqrt{5-x}}.$$
3. Найти градиент функции $z = y\sqrt{xy}$ в точке $M_0(1;4)$.
4. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся:
$$\int_1^{+\infty} \sqrt{x}dx; \quad \int_1^{+\infty} x^{-3}dx; \quad \int_1^{+\infty} \sqrt{x^5}dx.$$
5. Найдите экстремумы и точки перегиба функции $y = (x-1)e^{-x}$.

Утверждено на заседании кафедры математики «31» 03 2026 г., протокол № 7

Зав. кафедрой О.М. Баранова /_____/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Математический анализ»
Направление подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование»
Курс 1, семестр 2

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Несобственные интегралы первого и второго рода. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
2. Найти производную функции, заданной параметрически:
$$x = \frac{t}{1+t^3}, \quad y = \frac{2t^2}{1+t^3}.$$
3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - x + y^2 + 2y$.
4. Вычислить определённый интеграл
$$\int_0^{\pi/6} 3x \cdot cos\, cos\, x\, dx.$$
5. Найти объём тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = 1$, $x = 0$.

Утверждено на заседании кафедры математики « 31» 03 2026 г., протокол № 7

Зав. кафедрой О.М. Баранова /_____/

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.