Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 03.07.2025 13:32:50
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ГАЗОГИДРОМЕХАНИКА, ТЕПЛОМАССООБМЕН И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

СОДЕРЖАНИЕ

1. Аннотация.....1
2. Цель и задачи курсовой работы.....2
3. Порядок выполнения курсовой работы.....3
4. Требования к содержанию курсовой работы.....3
5. Требования к оформлению курсовой работы.....5
6. Порядок защиты и критерии оценки курсовой работы.....9
7. Задание на курсовое проектирование и правила выбора варианта.....12
8. Образец оформления титульного листа……..……...15

Курсовая работа является важным этапом в усвоении обучающимися изучаемой дисциплины. Процесс выполнения курсовой работы способствует развитию аналитического мышления, умения работы с информацией, учебной и научной литературой, выработке умений решения практических задач в процессе профессиональной деятельности.

Курсовая работа является завершающим этапом изучения дисциплины «Вычислительная газогидромеханика, тепломассообмен и компьютерное моделирование» и имеет целью закрепить теоретические знания студента в области используемых рабочих веществ, получить навыки применения этих знаний к решению конкретных технических задач. Знание рабочих веществ необходимо для решения многих технических вопросов в области холодильной технологии: расчета циклов различного назначения, расчета параметров холодильных машин. В курсе «Вычислительная газогидромеханика, тепломассообмен и компьютерное моделирование» изучают основные положения, необходимые при расчете циклов и параметров холодильных машин.

Выполнение курсовой работы способствует закреплению теоретических знаний по рассматриваемым разделам и развивает умение применять их на практике в рамках освоения дисциплины «Вычислительная газогидромеханика, тепломассообмен и компьютерное моделирование».

Цель и задачи курсовой работы

Цель курсовой работы – контроль знаний студентов, развитие у них навыков теплофизических расчетов с применением справочной литературы, а также выработка умений применять современные методы построения теплофизических, математических компьютерных моделей и решения задач холодильной, криогенной техники и систем

жизнеобеспечения применением программных систем компьютерного моделирования.

Курсовая работа, предназначена для практического применения знаний, полученных в лекционном курсе и на практических занятиях по дисциплине «Вычислительная газогидромеханика, тепломассообмен и компьютерное моделирование». Выполнение курсовой работы способствует систематизации, закреплению и углублению полученных студентами теоретических знаний, умению применять их на практике при самостоятельном проведении расчетов и конструкторской разработке определенной машины. Кроме того, при выполнении курсовой работы, студент приобретает навыки в умение целенаправленно работать с учебной, научно-технической и справочной литературой, каталогами промышленного оборудования, ГОСТами и другими нормативными документами.

Опыт, приобретенный студентами при работе над курсовой работой, послужит базой для дальнейшего выполнения курсового и дипломного проектирования.

Порядок выполнения курсовой работы

Курсовая работа выполняется студентами самостоятельно в течение семестра.

Задание на выполнение курсовой работы выдаётся преподавателем, датируется днём выдачи и регистрируется в журнале.

Выполнение курсовой работы начинается с проработки студентами необходимой литературы, уяснения порядка расчёта. При изучении литературы главное внимание необходимо уделить, прежде всего, тем главам и параграфам книг или статей, которые непосредственно связаны с тематикой курсовой работы.

Студенты могут консультироваться у преподавателя по этапам выполнения курсовой работы.

Требования к содержанию курсовой работы

В ходе работы студентам предстоит рассчитать параметры теплообмена заданной системы.

Структура расчетно-пояснительной записки обязательно должна включать следующие разделы:

Введение – это начальный раздел курсовой работы.

Основная часть курсовой работы состоит из разделов, которые в свою очередь, могут делиться на подразделы. В разделах должны содержаться все необходимые расчёты для конкретного задания с подробными пояснениями и расшифровкой значений в приводимых уравнениях для вычисления тех или иных величин и размерностей этих величин. Основная часть должна составлять примерно 70 – 80 % всего объёма работы.

Заключение. Основное назначение заключения - резюмировать содержание курсовой работы, подвести итоги проведенных расчетов, соотнеся их с целью и задачами, сформулированными во введении. Заключение должно содержать в себе весь материал, описанный в основной части, только кратко оформленный, собственные выводы о проделанной работе, ответы на вопросы, рекомендации. Рекомендации и выводы, сделанные на основании практической части должны быть подкреплены доказательствами. В роли доказательств могут выступать конкретные числовые данные, полученные в результате расчетов.

Список использованных источников *(библиографический список)* и библиографические ссылки оформляются в соответствии с ГОСТ 7.1-2003 «Библиографическая запись. Библиографическое описание».[1] В

[1] См. также краткие правила «Составление библиографического описания» (2-е изд. доп. – М.: Книжная палата, 1991. – 110 с.)

библиографический список включаются источники, на которые есть ссылки в тексте курсовой работы (не менее 5 источников).

Приложения обычно располагают в конце курсовой работы. В этот раздел размещают, если необходимо, таблицы с данными, чертежи, схемы и иллюстрации на формате А4 и более. Иллюстрации, схемы и таблицы оформляют в соответствии с существующими требованиями по подготовке нормативно-технической документации.

Требования к оформлению курсовой работы

Курсовая работа оформляется в виде расчетно-пояснительной записки на листах формата А4 (297×210) на бумажном носителе или в электронном варианте.

При оформлении курсовой работы необходимо контролировать: логику изложения материала; соблюдение определенных требований к оформлению, использование источников и правильное оформление научно-справочного аппарата. Весь приведённый в тексте материал должен быть литературно отредактирован. Последовательность написания работы необходимо сочетать со сложившимися правилами её оформления.

Оформление текстового материала (ГОСТ 7.0.11 – 2011)

1. Поля с левой стороны - 25 мм; с правой стороны - 10 мм; в верхней части - 20 мм; в нижней части - 20 мм.

2. Тип шрифта: Times New Roman Cyr. Шрифт основного текста обычный, размер 14 пт. Шрифт заголовков разделов (глав): полужирный, размер 16 пт. Шрифт заголовков подразделов: полужирный, размер 14 пт. Цвет шрифта должен быть черным. Межсимвольный интервал – обычный. Межстрочный интервал – полуторный. Абзацный отступ – 1,25 см.

3. Страницы должны быть пронумерованы. Порядковый номер ставится в середине верхнего поля. Первой страницей считается титульный лист, но номер страницы на нем не проставляется.

4. Главы имеют сквозную нумерацию в пределах работы и обозначаются арабскими цифрами. В конце заголовка точка не ставится. Если заголовок состоит из двух предложений, их разделяют точкой. Переносы слов в заголовках не допускаются.

5. Номер подраздела (параграфа) включает номер раздела (главы) и порядковый номер подраздела (параграфа), разделенные точкой. Пример – 1.1, 1.2 и т.д.

Написанная и оформленная в соответствии с требованиями курсовая работа в бумажном или электронном виде сдается преподавателю на проверку. Срок рецензирования – не более 7 дней.

Оформление ссылок (ГОСТР 7.0.5)

При написании курсовой работы необходимо давать краткие внутритекстовые библиографические ссылки. Если делается ссылка на источник в целом, то необходимо после упоминания автора или авторского коллектива, а также после приведенной цитаты, указать в квадратных скобках номер этого источника в библиографическом списке. Допускается внутритекстовую библиографическую ссылку заключать в круглые скобки, с указанием авторов и года издания объекта ссылки. Например, (Чекерес, Черников, 2000). Если ссылку приводят на конкретный фрагмент текста документа, в ней указывают порядковый номер и страницы, на которых помещен объект ссылки. Сведения разделяют запятой, заключая в квадратные скобки. Например, [10, с. 81]. Допускается оправданное сокращение цитаты. В данном случае пропущенные слова заменяются многоточием.

Оформление иллюстраций (ГОСТ 2.105-95)

На все рисунки в тексте должны быть даны ссылки. Рисунки должны располагаться непосредственно после текста, в котором они упоминаются впервые, или на следующей странице. Рисунки нумеруются арабскими цифрами, при этом нумерация сквозная, но допускается нумеровать и в пределах раздела (главы). В последнем случае, номер рисунка состоит из номера раздела и порядкового номера иллюстрации, разделенных точкой (например: Рисунок 1.1).

Подпись к рисунку располагается под ним посередине строки. Слово «Рисунок» пишется полностью. В этом случае подпись должна выглядеть так: Рисунок 2 - Жизненные формы растений

Точка в конце названия не ставится.

При ссылках на иллюстрации следует писать «... в соответствии с рис. 2» при сквозной нумерации и «... в соответствии с рис. 1.2» при нумерации в пределах раздела. Независимо от того, какая представлена иллюстрация - в виде схемы, графика, диаграммы - подпись всегда должна быть «Рисунок». Подписи типа «Схема 1.2», «Диагр. 1.5» не допускаются.

Схемы, графики, диаграммы (если они не внесены в приложения) должны размещаться сразу после ссылки на них в тексте курсовой работы. Допускается размещение иллюстраций через определенный промежуток текста в том случае, если размещение иллюстрации непосредственно после ссылки на нее приведет к разрыву и переносу ее на следующую страницу.

Если в тексте документа имеется иллюстрация, на которой изображены составные части изделия, то на этой иллюстрации должны быть указаны номера позиций этих составных частей в пределах данной иллюстрации, которые располагают в возрастающем порядке, за исключением повторяющихся позиций.

Общие правила представления формул (ГОСТ 2.105-95)

Формулы должны быть оформлены в редакторе формул Equation Editor и вставлены в документ как объект.

Большие, длинные и громоздкие формулы, которые имеют в составе знаки суммы, произведения, дифференцирования, интегрирования, размещают на отдельных строках. Это касается также и всех нумеруемых формул. Для экономии места несколько коротких однотипных формул, отделенных от текста, можно подать в одной строке, а не одну под одною. Небольшие и несложные формулы, которые не имеют самостоятельного значения, вписывают внутри строк текста.

Объяснение значений символов и числовых коэффициентов нужно подавать непосредственно под формулой в той последовательности, в которой они приведены в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента нужно подавать с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия.

Уравнения и формулы нужно выделять из текста свободными строками. Выше и ниже каждой формулы нужно оставить не меньше одной свободной строки. Если уравнение не вмещается в одну строку, его следует перенести после знака равенства (=), или после знаков плюс (+), минус (-), умножение.

Нумеровать следует лишь те формулы, на которые есть ссылка в следующем тексте. Формулы должны нумероваться сквозной нумерацией арабскими цифрами, которые записывают на уровне формулы справа в круглых скобках. Допускается нумерация формул в пределах раздела. В этом случае номер формулы состоит из номера раздела и порядкового номера формулы, разделенных точкой (Например, 4.2). Номер формулы-дроби подают на уровне основной горизонтальной черточки формулы.

Номер группы формул, размещенных на отдельных строках и объединенных фигурной скобкой, помещается справа от острия парантеза, которое находится в середине группы формул и направлено в сторону номера.

Общее правило пунктуации в тексте с формулами такое: формула входит в предложение как его равноправный элемент. Поэтому в конце формул и в тексте перед ними знаки препинания ставят в соответствии с правилами пунктуации. Двоеточие перед формулой ставят лишь в случаях, предусмотренных правилами пунктуации: а) в тексте перед формулой обобщающее слово; б) этого требует построение текста, который предшествует формуле.

Знаками препинания между формулами, которые идут одна под одной и не отделены текстом, могут быть запятая или точка с запятой непосредственно за формулой к ее номеру.

Порядок защиты и критерии оценки курсовой работы

Ответственность за организацию и проведение защиты курсовой работы возлагается на заведующего кафедрой и преподавателя, ведущего дисциплину.

Курсовая работа представляется и защищается в сроки, предусмотренные графиком выполнения курсовых работ по дисциплине. Преподаватель информирует студентов о дне и месте проведения защиты.

Курсовая работа должна быть сдана руководителю на проверку не позднее, чем за пять дней до назначенного срока защиты. Курсовая работа, представленная на проверку, должны полностью соответствовать требованиям по оформлению и содержанию расчетной и графической части. Руководитель оценивает правильность оформления работы, расчетов. Положительно оцененная руководителем курсовая работа подлежит защите. Не принятая работа должна быть доработана в соответствии с замечаниями руководителя в установленные сроки и сдана на проверку повторно.

Окончательное оценивание правильности и полноты усвоения материала при выполнении курсовой работы происходит на защите.

Процедура защиты состоит из:

- краткого сообщения автора о целях, задачах, объекте исследования, результатах расчета и рекомендациях по совершенствованию оборудования и процесса;
- вопросов к автору работы и ответов на них;
- обсуждения качества работы;
- окончательной оценки.

При защите курсовой работы оценивается:

- качество оформления работы;
- качество выполнения расчетной и графической частей;
- четкость изложения;
- правильность ответов на вопросы;
- аргументированность, самостоятельность выводов, обоснованность предложений и рекомендаций;
- глубина знаний по теме выполняемой работы.

Учитывая выступление и ответы на вопросы в ходе защиты, выставляется оценка по пятибалльной системе (отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно).

Оценка «*отлично*»: студент на высоком уровне выполнил расчетную и графическую часть, качественно и в соответствии с требованиями оформил работу. Студент четко, правильно и аргументированно ответил на вопросы, продемонстрировав полное соответствие следующих знаний: основных законов гидростатики и гидродинамики, физических свойств жидкостей и газов, режимов течения вязкой жидкости, законов сопротивления при движении жидкостей в трубопроводах, классификацию

устройств, принципов работы и основ расчета гидравлических машин. Студент свободно оперирует приобретенными знаниями.

Оценка «*хорошо*»: студент на хорошем уровне выполнил расчетную и графическую часть, качественно и в соответствии с требованиями оформил работу. Студент правильно и аргументированно ответил на вопросы, продемонстрировав соответствие следующих знаний: основных законов гидростатики и гидродинамики, физических свойств жидкостей и газов, режимов течения вязкой жидкости, законов сопротивления при движении жидкостей в трубопроводах, классификацию устройств, принципов работы и основ расчета гидравлических машин. Студент свободно оперирует приобретенными знаниями, допускает лишь незначительные ошибки, неточности, затруднения.

Оценка «*удовлетворительно*»: студент на хорошем уровне выполнил расчетную и графическую часть, в соответствии с требованиями оформил работу. Студент ответил на большую часть вопросов, продемонстрировав неполное соответствие следующих знаний: основных законов гидростатики и гидродинамики, физических свойств жидкостей и газов, режимов течения вязкой жидкости, законов сопротивления при движении жидкостей в трубопроводах, классификацию устройств, принципов работы и основ расчета гидравлических машин. Студент допускает ошибки при ответах на некоторые вопросы, проявляет недостаточность знаний.

Оценка «*неудовлетворительно*»: студент выполнил расчетную и графическую часть, в соответствии с требованиями оформил работу. При ответах на вопросы студент демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие следующих знаний: основных законов гидростатики и гидродинамики, физических свойств жидкостей и газов, режимов течения вязкой жидкости, законов сопротивления при движении жидкостей в трубопроводах, классификацию устройств, принципов работы и основ расчета гидравлических машин.

По итогам защиты за курсовую работу выставляется оценка на титульный лист работы, в экзаменационную ведомость и зачетную книжку студента.

В случае неудовлетворительной оценки курсовая работа возвращается обучающемуся на доработку с условием последующей защиты работы, в течение установленного учебной частью срока.

Задание на курсовое проектирование

Тема курсовой работы: «Расчет теплообмена».

Задание включает в себя исходные данные и конкретно сформулированные отдельные задачи для полного расчёта:

1. Рассчитать теплофизические параметры сред.
2. Определить безразмерные параметры.
3. Построить распределение температур.
4. Основная задача – выработка умений применять современные методы построения теплофизических, математических компьютерных моделей и решения задач холодильной, криогенной техники и систем жизнеобеспечения применением программных систем компьютерного моделирования. .

Исходные данные берутся из Приложения 1 по вариантам. Номер варианта соответствует порядковому номеру по списку в журнале группы.

Приложение 1

Варианты заданий по курсовой работе

№	Хладагент	ts1	ts2	tw1	tw2	КПД КМ, %
1	Краевая задача на основе одномерного уравнения теплопрооводности	40	5	35	75	70
2	Краевая задача с различными граничными условиями	30	5	35	75	75
3	Двумерное уравнение нестационарной теплопроводности	40	5	35	75	80
4	Задача теплопроводности с внутренними источниками	30	5	35	65	70
5	Краевая задача на основе одномерного уравнения теплопрооводности	40	5	35	65	75
6	Краевая задача с различными граничными условиями	30	5	35	65	80
7	Двумерное уравнение нестационарной теплопроводности	40	5	35	55	70
8	Задача теплопроводности с внутренними источниками	30	5	35	55	75
9	Краевая задача на основе одномерного уравнения теплопрооводности	40	5	35	75	70
10	Краевая задача с различными граничными условиями	30	5	35	75	75
11	Двумерное уравнение нестационарной теплопроводности	40	5	35	75	80

12	Задача теплопроводности с внутренними источниками	30	5	35	65	70
13	Краевая задача на основе одномерного уравнения теплопрооводности	40	5	40	65	75
14	Краевая задача с различными граничными условиями	30	5	40	65	80
15	Двумерное уравнение нестационарной теплопроводности	40	5	40	55	70
16	Задача теплопроводности с внутренними источниками	30	5	40	55	75
17	Краевая задача на основе одномерного уравнения теплопрооводности	40	5	40	75	70
18	Краевая задача с различными граничными условиями	30	5	40	75	75
19	Двумерное уравнение нестационарной теплопроводности	40	5	40	75	80
20	Задача теплопроводности с внутренними источниками	30	5	40	65	70
21	Краевая задача на основе одномерного уравнения теплопрооводности	40	5	40	65	75
22	Краевая задача с различными граничными условиями	30	5	40	65	80
23	Двумерное уравнение нестационарной теплопроводности	40	5	40	55	70
24	Задача теплопроводности с внутренними источниками	30	5	40	55	75

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Московский политехнический университет»

Факультет химической технологии и биотехнологии
Кафедра «Техника низких температур»

Курсовая работа по дисциплине
«Вычислительная газогидромеханика, тепломассообмен и компьютерное моделирование»

Выполнил:
студент _____
группа _____

Проверил:
профессор, д.т.н. Сапожников В.Б.

МОСКВА – 202_

Приложение 2

Примеры решения задач

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
/ МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ/

Факультет химической технологии и биотехнологии
Кафедра «Техника низких температур»
им. П. Л. Капицы

Курсовая работа

По предмету «*Вычислительная газогидромеханика, тепломассообмен и компьютерное моделирование*»

Решение задачи естественной конвекции

Москва 2022

Содержание:

Математическая постановка задачи 3
Уравнения в безразмерной форме 3
Уравнения в переменных функции тока и вихря 4
Разностная схема для задачи естественной конвекции 6
Описание разработанного программно-математического обеспечения 8
Результаты моделирования 10
Сравнение с расчётом во Fluent 12
Сравнение с расчетом в COMSOL 13

Конвекция – явление переноса тепла самим теплоносителем. *Теплоносителем* называется всякое движущееся тело, температура которого отличается от температуры окружающих его тел.

Математическая постановка задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = \mathbf{g} - \dfrac{1}{\rho}\operatorname{grad} P + \nu\Delta\mathbf{v} \\ \operatorname{div}\mathbf{v} = 0 \\ \dfrac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v}\operatorname{grad} T = a^2\Delta T \end{cases}$$

$$\mathbf{g} = g_0 \cdot \vec{\tau}$$

$$\mathbf{v}(x, y, 0) = 0, \quad \mathbf{v}|_{\Gamma}(t) = 0 - \text{условие прилипания}$$

$$T(x, y, 0) = 273 + 20°C = 293K, \quad T|_{\Gamma}(t) = \begin{cases} 278K, y \neq 0 \\ 293K, y = 0 \end{cases}$$

Приближение Буссинеска для линейной аппроксимации сжимаемого газа:

$$\rho = \rho_0(1 - \beta[T - T_0])$$
$$g = g_0(1 - \beta[T - T_0])$$

Уравнения в безразмерной форме

$$0 < x < W, \quad 0 < y < H$$

$$\frac{x}{H} = X, \quad \frac{y}{H} = Y, \quad 0 < X < \frac{W}{H} = L, \quad 0 < Y < 1$$

$$\overline{T} = \frac{T - T_0}{T_{\max} - T_0}, \quad \overline{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}}{a^2/H}, \quad \bar{t} = \frac{t}{a^2/H^2}, \quad \overline{P} = \frac{P}{a^4\rho/H^2}, \quad \Pr = \frac{\nu}{a^2}, \quad \operatorname{Gr} = \frac{g_0 H^3 \beta \Delta T}{\nu^2}, \quad \operatorname{Ga} = \frac{g_0 H^3}{\nu^2}$$

$$\frac{a^2}{H}\frac{H}{a^2}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{H}{H}\left(\frac{a^2}{H}\frac{H}{a^2}\right)^2(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = \mathbf{g} - \frac{H}{H\rho}\operatorname{grad} P + \frac{H^2}{H^2}\frac{a^2}{H}\frac{H}{a^2}\nu\Delta\mathbf{v}$$

$$\frac{H^2 a^4}{a^2 H^3}\frac{\partial \overline{\mathbf{v}}}{\partial t} + \frac{a^4}{H^3}(\overline{\mathbf{v}}\nabla)\overline{\mathbf{v}} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho H}\operatorname{grad} P + \frac{a^2\nu}{H^3}\Delta\overline{\mathbf{v}}$$

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{v}}}{\partial \bar{t}} + (\overline{\mathbf{v}}\nabla)\overline{\mathbf{v}} = \frac{H^3}{a^4}\mathbf{g} - \frac{H^3}{a^4\rho H}\operatorname{grad} P + \frac{\nu}{a^2}\Delta\overline{\mathbf{v}}$$

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{v}}}{\partial \bar{t}} + (\overline{\mathbf{v}}\nabla)\overline{\mathbf{v}} = \frac{\nu^2}{a^4}\left(\frac{g_0 H^3}{\nu^2} - \frac{g_0 H^3 \beta \Delta T}{\nu^2}\overline{T}\right)\bar{\tau} - \frac{H^2}{a^4\rho}\operatorname{grad} P + \Pr\Delta\overline{\mathbf{v}}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \overline{\mathbf{v}}}{\partial \bar{t}} + (\overline{\mathbf{v}}\nabla)\overline{\mathbf{v}} = -\operatorname{grad}\overline{P} + \Pr^2(\operatorname{Ga} - \operatorname{Gr}\overline{T})\bar{\tau} + \Pr\Delta\overline{\mathbf{v}} \\ \dfrac{\partial \overline{T}}{\partial \bar{t}} + \overline{\mathbf{v}}\operatorname{grad}\overline{T} = \Delta\overline{T} \end{cases}$$

Уравнения в переменных функции тока и вихря

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial \bar{t}} + U\dfrac{\partial U}{\partial X} + V\dfrac{\partial U}{\partial Y} = -\dfrac{\partial \bar{P}}{\partial X} + g_x \,\mathrm{Pr}^2\left(\mathrm{Ga} - \mathrm{Gr}\,\bar{T}\right) + \mathrm{Pr}\left(\dfrac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \dfrac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \\ \dfrac{\partial V}{\partial \bar{t}} + U\dfrac{\partial V}{\partial X} + V\dfrac{\partial V}{\partial Y} = -\dfrac{\partial \bar{P}}{\partial Y} + g_y \,\mathrm{Pr}^2\left(\mathrm{Ga} - \mathrm{Gr}\,\bar{T}\right) + \mathrm{Pr}\left(\dfrac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \dfrac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) \\ \dfrac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + U\dfrac{\partial \bar{T}}{\partial X} + V\dfrac{\partial \bar{T}}{\partial Y} = \dfrac{\partial^2 \bar{T}}{\partial X^2} + \dfrac{\partial^2 \bar{T}}{\partial Y^2} \end{cases}$$

После исключения составляющих давления в уравнениях:

$$U_{\bar{t}} + UU_X + VU_Y = -\bar{P}_X + g_x \,\mathrm{Pr}^2\left(\mathrm{Ga} - \mathrm{Gr}\,\bar{T}\right) + \mathrm{Pr}\left(U_{XX} + U_{YY}\right) \quad (1)$$

$$V_{\bar{t}} + UV_X + VV_Y = -\bar{P}_Y + g_y \,\mathrm{Pr}^2\left(\mathrm{Ga} - \mathrm{Gr}\,\bar{T}\right) + \mathrm{Pr}\left(V_{XX} + V_{YY}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y}(1) - \frac{\partial}{\partial X}(2)$$

$U_X = -V_Y$ (Уравнение неразрывности)

$$\frac{\partial}{\partial \bar{t}}\left(U_Y - V_X\right) + U\frac{\partial}{\partial X}\left(U_Y - V_X\right) + V\frac{\partial}{\partial Y}\left(U_Y - V_X\right) +$$

$$U_Y U_X - U_X V_X + V_Y U_Y - V_X V_Y = \mathrm{Pr}^2\mathrm{Gr}\left[g_y \bar{T}_X - g_x \bar{T}_Y\right] + \mathrm{Pr}\left[\frac{\partial^2}{\partial X^2}\left(U_Y - V_X\right) + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}\left(U_Y - V_X\right)\right]$$

$$\omega = \frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X}$$

В результате получаем следующую систему безразмерных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \omega}{\partial \bar{t}} + U\dfrac{\partial \omega}{\partial X} + V\dfrac{\partial \omega}{\partial Y} = \mathrm{Pr}^2\mathrm{Gr}\left(g_y \dfrac{\partial \bar{T}}{\partial X} - g_x \dfrac{\partial \bar{T}}{\partial Y}\right) + \mathrm{Pr}\left(\dfrac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \dfrac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2}\right) \\ \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \omega \\ \dfrac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + U\dfrac{\partial \bar{T}}{\partial X} + V\dfrac{\partial \bar{T}}{\partial Y} = \dfrac{\partial^2 \bar{T}}{\partial X^2} + \dfrac{\partial^2 \bar{T}}{\partial Y^2} \end{cases}$$

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}$$

Или

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \omega}{\partial \bar{t}} + \dfrac{\partial \Psi}{\partial Y}\dfrac{\partial \omega}{\partial X} - \dfrac{\partial \Psi}{\partial X}\dfrac{\partial \omega}{\partial Y} = \mathrm{Pr}^2\mathrm{Gr}\left(g_y \dfrac{\partial \bar{T}}{\partial X} - g_x \dfrac{\partial \bar{T}}{\partial Y}\right) + \mathrm{Pr}\left(\dfrac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \dfrac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2}\right) \\ \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \omega \\ \dfrac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \dfrac{\partial \Psi}{\partial Y}\dfrac{\partial \bar{T}}{\partial X} - \dfrac{\partial \Psi}{\partial X}\dfrac{\partial \bar{T}}{\partial Y} = \dfrac{\partial^2 \bar{T}}{\partial X^2} + \dfrac{\partial^2 \bar{T}}{\partial Y^2} \end{cases}$$

Где $\Psi = \Psi(x, y)$ - функция тока, ω – вихревая функция. Граничные условия в терминах уравнений «функция тока и вихря» приобретут вид:

$$\Psi\big|_{\Gamma} = \left.\frac{\partial \Psi}{\partial n}\right|_{\Gamma} = 0$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y}(X,0,\bar{t}) = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}(X,0,\bar{t}) = 0$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y}(X,1,\bar{t}) = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}(X,1,\bar{t}) = 0$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y}(0,Y,\bar{t}) = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}(0,Y,\bar{t}) = 0$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y}(L,Y,\bar{t}) = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}(L,Y,\bar{t}) = 0$$

Начальные условия:

$$\omega(x, y, 0) = 0, \quad \Psi(x, y, 0) = 0$$

$$\bar{T}(x, y, 0) = 0, \quad \bar{T}\big|_{\Gamma}(t) = \begin{cases} 0, y \neq 0 \\ 1, y = 0 \end{cases}$$

Разностная схема для задачи естественной конвекции

Для решения поставленной задачи используется явная схема.

Производные по времени аппроксимированы разностями вперёд. Аппроксимация конвективных членов производится с помощью модифицированных разностей против потока, учитывающих схемную вязкость, не конвективные члены аппроксимируются центральными разностями. Уравнение Пуассона аппроксимируется неявной схемой и решается методом переменных направлений или продольно-поперечными прогонками. Вычислительный алгоритм запишется в виде:

$$\langle u\rangle = \frac{|u|+u}{2} \quad , \quad U\frac{\partial\omega}{\partial X} \approx \langle U\rangle \frac{\omega-\omega_{i-1}}{\Delta X} - \langle -U\rangle \frac{\omega_{i+1}-\omega}{\Delta Y}$$

$$\frac{\overline{T}_{i,j}^{k+1}-\overline{T}_{i,j}^{k}}{\Delta\bar{t}} = \langle -U\rangle \frac{\overline{T}_{i+1,j}^{k}-\overline{T}_{i,j}^{k}}{\Delta X} - \langle U\rangle \frac{\overline{T}_{i,j}^{k}-\overline{T}_{i-1,j}^{k}}{\Delta X} + \langle -V\rangle \frac{\overline{T}_{i,j+1}^{k}-\overline{T}_{i,j}^{k}}{\Delta Y} - \langle V\rangle \frac{\overline{T}_{i,j}^{k}-\overline{T}_{i,j-1}^{k}}{\Delta Y} +$$

$$\left\langle 1-\frac{|U|\Delta X}{2}\right\rangle \frac{\overline{T}_{i+1,j}^{k}-2\overline{T}_{i,j}^{k}+\overline{T}_{i-1,j}^{k}}{\Delta X^2} + \left\langle 1-\frac{|V|\Delta Y}{2}\right\rangle \frac{\overline{T}_{i,j+1}^{k}-2\overline{T}_{i,j}^{k}+\overline{T}_{i,j-1}^{k}}{\Delta Y^2}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}-\Psi_{i,j}^{k}}{\Delta\bar{t}/2} + \dfrac{\Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}}-2\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}+\Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\Delta X^2} + \dfrac{\Psi_{i,j+1}^{k}-2\Psi_{i,j}^{k}+\Psi_{i,j-1}^{k}}{\Delta Y^2} = \omega_{i,j}^{k} \\ -\dfrac{\Psi_{i,j}^{k+1}-\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\Delta\bar{t}/2} + \dfrac{\Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}}-2\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}+\Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\Delta X^2} + \dfrac{\Psi_{i,j+1}^{k+1}-2\Psi_{i,j}^{k+1}+\Psi_{i,j-1}^{k+1}}{\Delta Y^2} = \omega_{i,j}^{k} \end{cases}$$

$$\frac{\omega_{i,j}^{k+1}-\omega_{i,j}^{k}}{\Delta\bar{t}} = \mathrm{Pr}^2\mathrm{Gr}\left(g_y \frac{\overline{T}_{i+1,j}^{k+1}-\overline{T}_{i-1,j}^{k+1}}{2\Delta X} - g_x \frac{\overline{T}_{i,j+1}^{k+1}-\overline{T}_{i,j-1}^{k+1}}{2\Delta Y}\right) +$$

$$\langle -U\rangle \frac{\omega_{i+1,j}^{k}-\omega_{i,j}^{k}}{\Delta X} - \langle U\rangle \frac{\omega_{i,j}^{k}-\omega_{i-1,j}^{k}}{\Delta X} + \langle -V\rangle \frac{\omega_{i,j+1}^{k}-\omega_{i,j}^{k}}{\Delta Y} - \langle V\rangle \frac{\omega_{i,j}^{k}-\omega_{i,j-1}^{k}}{\Delta Y} +$$

$$\left\langle \mathrm{Pr}-\frac{|U|\Delta X}{2}\right\rangle \frac{\omega_{i+1,j}^{k}-2\omega_{i,j}^{k}+\omega_{i-1,j}^{k}}{\Delta X^2} + \left\langle \mathrm{Pr}-\frac{|V|\Delta Y}{2}\right\rangle \frac{\omega_{i,j+1}^{k}-2\omega_{i,j}^{k}+\omega_{i,j-1}^{k}}{\Delta Y^2}$$

Используя обозначения оператора для конвективных и дисперсионных членов, получаем *неконсервативную комбинированную схему Сполдинга*:

$$L_{x,u}^{\langle\nu\rangle} f = \langle -u \rangle \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} - \langle u \rangle \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + \left\langle \nu - \frac{|u|\Delta x}{2} \right\rangle \frac{f_{i+1} - 2 f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2}, \quad \lambda_X = \frac{\Delta \bar{t}}{2\Delta X^2}, \quad \lambda_Y = \frac{\Delta \bar{t}}{2\Delta Y^2}$$

$$\overline{T}_{i,j}^{k+1} = \overline{T}_{i,j}^{k} + \Delta \bar{t} \cdot \left[L_{X,U}^{\langle 1 \rangle} + L_{Y,V}^{\langle 1 \rangle} \right] \overline{T} \quad (1)$$

$$i = 1, \ldots, N \quad , \quad j = 1, \ldots, M-1$$

$$\begin{cases} \lambda_X \Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - (2\lambda_X + 1)\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \lambda_X \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} = \\ = \dfrac{1}{2}\omega_{i,j}^{k} \Delta \bar{t} - \lambda_Y \Psi_{i,j+1}^{k} + (2\lambda_Y - 1)\Psi_{i,j}^{k} - \lambda_Y \Psi_{i,j-1}^{k} \quad , \quad j = 1, \ldots, M-1 \\ \lambda_Y \Psi_{i,j+1}^{k+1} - (2\lambda_Y + 1)\Psi_{i,j}^{k+1} + \lambda_Y \Psi_{i,j-1}^{k+1} = \\ = \dfrac{1}{2}\omega_{i,j}^{k} \Delta \bar{t} - \lambda_X \Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} + (2\lambda_X - 1)\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - \lambda_X \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}, \quad i = 1, \ldots, N-1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\omega_{i,j}^{k+1} = \omega_{i,j}^{k} + \Delta \bar{t} \left[\left(L_{X,U}^{\langle \mathrm{Pr} \rangle} + L_{Y,V}^{\langle \mathrm{Pr} \rangle} \right) \omega + \frac{\mathrm{Pr}^2 \mathrm{Gr}}{2} \left(g_y \frac{\overline{T}_{i+1,j}^{k+1} - \overline{T}_{i-1,j}^{k+1}}{\Delta X} - g_x \frac{\overline{T}_{i,j+1}^{k+1} - \overline{T}_{i,j-1}^{k+1}}{\Delta Y} \right) \right] \quad (3)$$

$$i = 1, \ldots, N-1 \quad , \quad j = 1, \ldots, M-1$$

Для уравнения Пуассона коэффициенты для продольно-поперечной прогонки запишутся в виде:

$$c_X = e_X = \lambda_X \quad , \quad d_X = -(2\lambda_X + 1) \quad , \quad f_{i,j}^{(X)} = \frac{1}{2}\omega_{i,j}^{k} \Delta \bar{t} + (2\lambda_Y - 1)\Psi_{i,j}^{k} - \lambda_Y \left(\Psi_{i,j+1}^{k} + \Psi_{i,j-1}^{k} \right)$$

$$c_Y = e_Y = \lambda_Y \quad , \quad d_Y = -(2\lambda_Y + 1) \quad , \quad f_{i,j}^{(Y)} = \frac{1}{2}\omega_{i,j}^{k} \Delta \bar{t} + (2\lambda_X - 1)\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - \lambda_X \left(\Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} + \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} \right)$$

Начальные и граничные условия аппроксимируются по формулам:

$$\omega_{i,j}^{0} = 0, \quad \Psi_{i,j}^{0} = 0, \quad \overline{T}_{i,j}^{0} = 0 \quad , \quad i = 0, \ldots, N \quad , \quad j = 0, \ldots, M$$

$$\overline{T}_{i,0}^{k+1} = 1, \quad \overline{T}_{i,M}^{k+1} = 0 \quad , \quad i = 0, \ldots, N$$

$$\overline{T}_{0,j}^{k+1} = \overline{T}_{N,j}^{k+1} = 0 \quad , \quad j = 1, \ldots, M-1$$

Граничные условия:

$$\Psi_{i,0}^{k} = \Psi_{i,M}^{k} = 0 \quad , \quad i = 0, \ldots, N$$

$$\Psi_{0,j}^{k} = \Psi_{N,j}^{k} = 0 \quad , \quad j = 1, \ldots, M-1$$

$$\omega\big|_{\Gamma} = -\frac{2\left(\Psi_k\big|_{\Gamma} - \Psi_{k-1}\big|_{\Gamma}\right)}{\Delta n^2}, \quad \omega\big|_{\Gamma} = \frac{2\left(\Psi_{k+1}\big|_{\Gamma} - \Psi_k\big|_{\Gamma}\right)}{\Delta n^2}$$

$$x: \quad \omega_{i,0}^{k} = \frac{2}{\Delta Y^2}\Psi_{i,1}^{k} \quad , \quad \omega_{i,M}^{k} = \frac{2}{\Delta Y^2}\Psi_{i,M-1}^{k} \quad , \quad i = 0, \ldots, N$$

$$y: \quad \omega_{0,j}^{k} = \frac{2}{\Delta X^2}\Psi_{1,j}^{k} \quad , \quad \omega_{N,j}^{k} = \frac{2}{\Delta X^2}\Psi_{N-1,j}^{k} \quad , \quad j = 1, \ldots, M-1$$

Порядок решения выглядит следующим образом:

1. Нахождение температуры (1)
2. Решение уравнения Пуассона (2)
3. Нахождение поля скоростей по найденным значениям функции тока
4. Нахождение вихревой функции по формуле (3)

Описание разработанного программно-математического обеспечения

В разработанной программе визуализируется поле распределения температур.
Программа имеет следующий интерфейс:

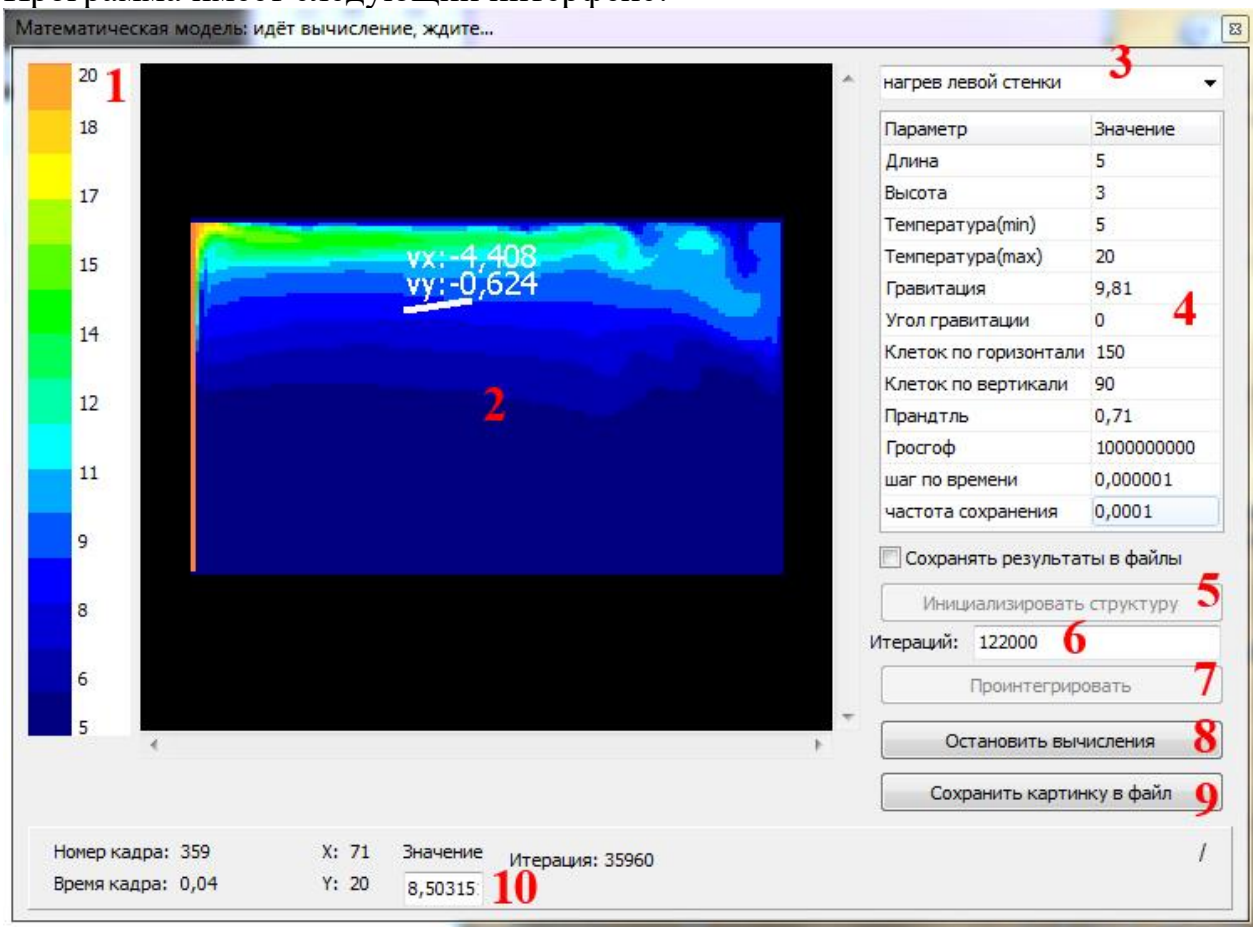


Рис. 1. Интерфейс программы, где:

1. Шкала температуры
2. Окно визуализации расчетной области
3. Выбор стенки для нагрева (боковые, верхняя и нижняя)
4. Параметры модели
5. Инициализация расчета по выбранным параметрам модели

6. Число итераций ($N = \frac{at}{h^2 \Delta t}$, где h — высота расчетной области, a — коэффициент температуропроводности, t - требуемое время расчета, Δt — шаг по времени)
7. Запустить расчет
8. Остановить расчет
9. Сохранение результатов в файл (предварительно должна быть выставлена галочка «Сохранять результаты в файлы»)
10. Значение температуры в текущей точке (определяется положением курсора мыши)

При наведении курсора мыши на точку в расчетной области рисуется линия, показывающая направление вектора скорости в данной точке.

Результаты моделирования

Начальные условия: $x = 5м,\ y = 3м,\ T\max = 293K,\ T\min = 278K,\ Gr = 10^9,\ \Pr = 0.71$
$xn = 150,\ yn = 90,\ \Delta t = 10^{-6}$

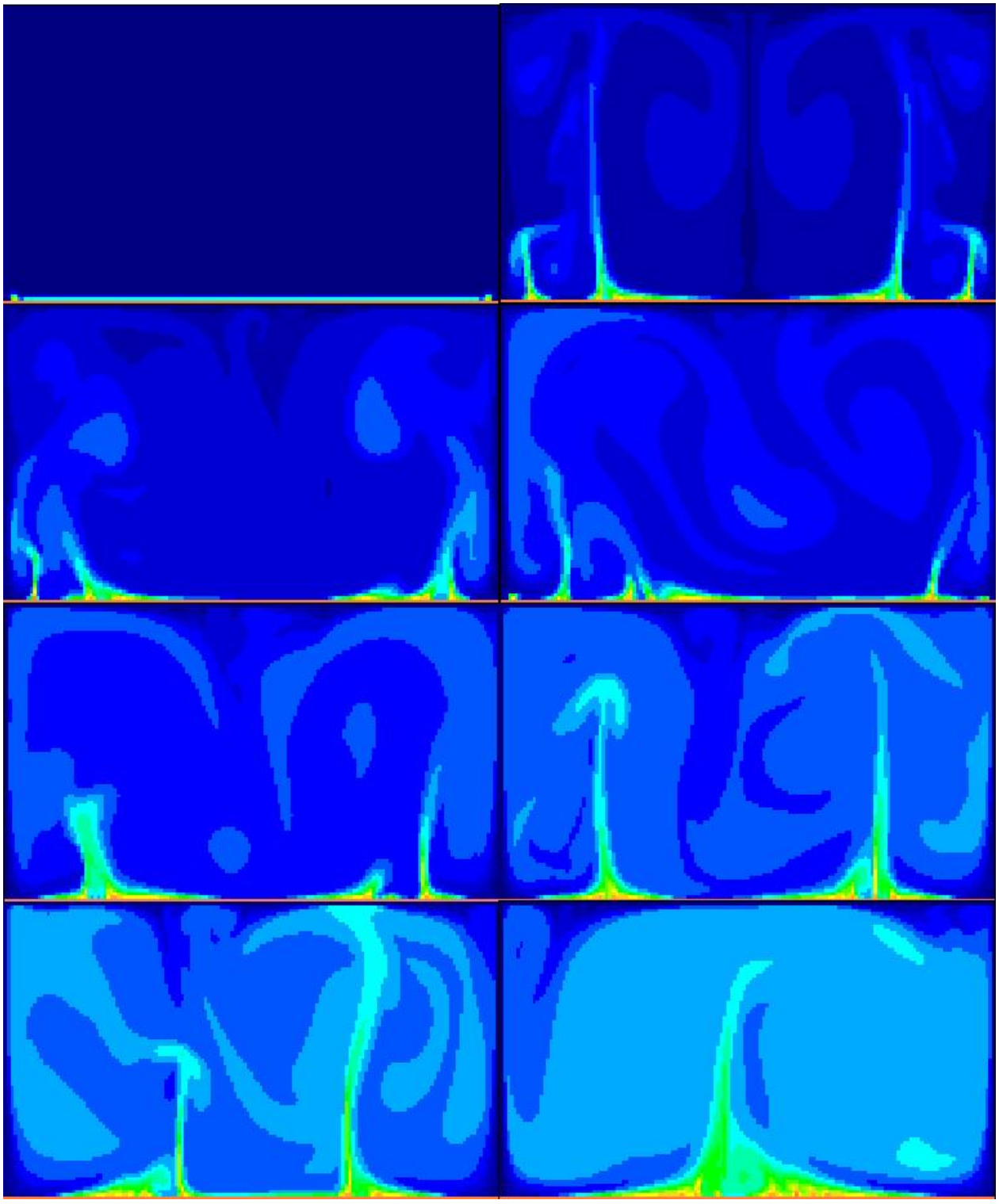


Рис. 2. Нагрев нижней стенки ($t = 10$ *мин*)

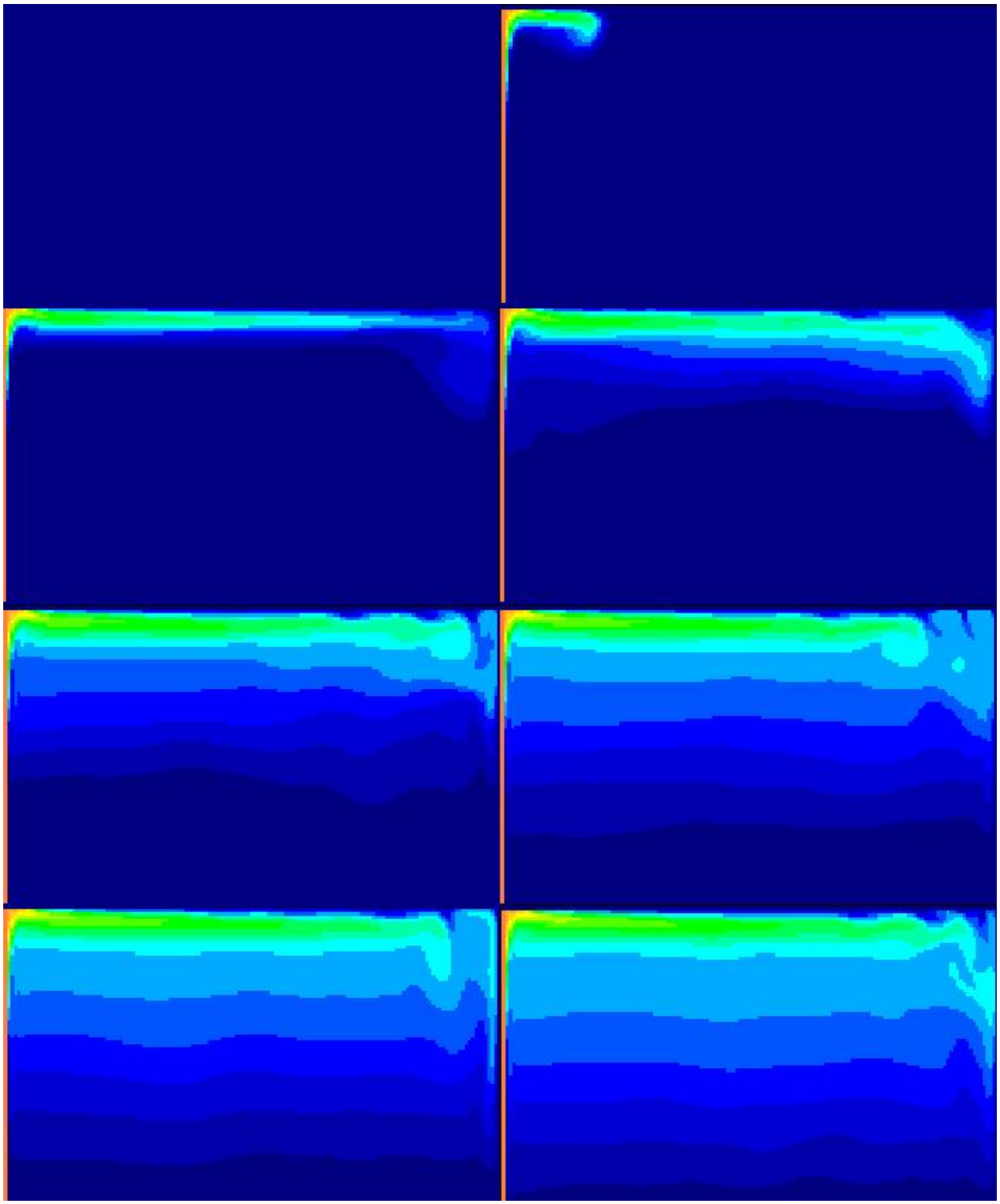


Рис. 3. Нагрев левой стенки ($t = 10$ *мин*)

Сравнение с расчётом во Fluent

Нагрев нижней стенки

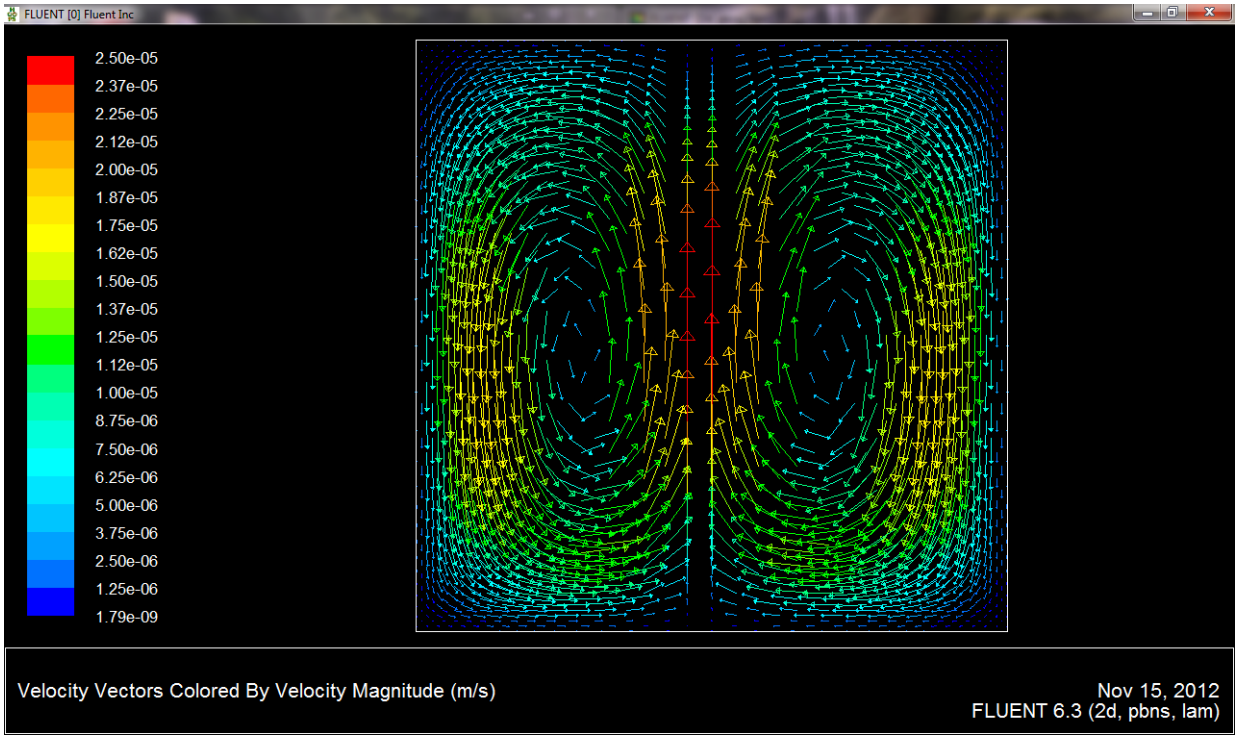


Рис.4. Распределение скоростей

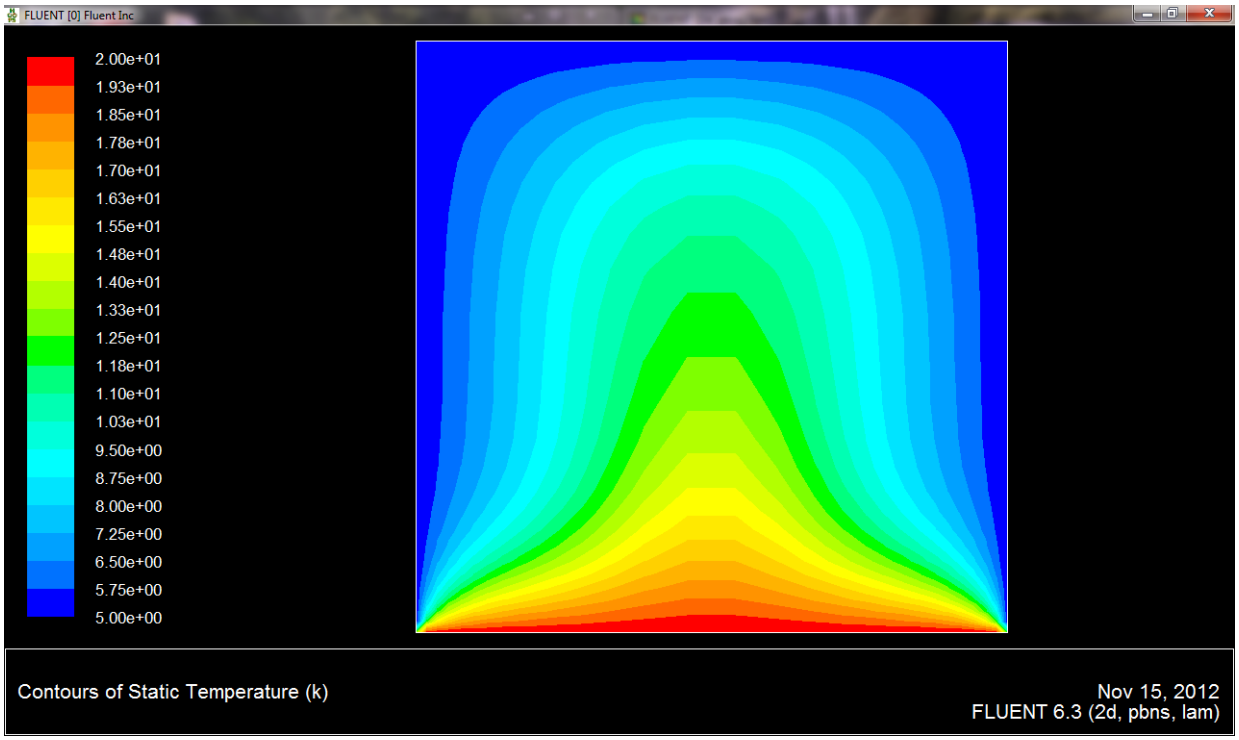


Рис.5. Распределение температуры

Нагрев левой стенки

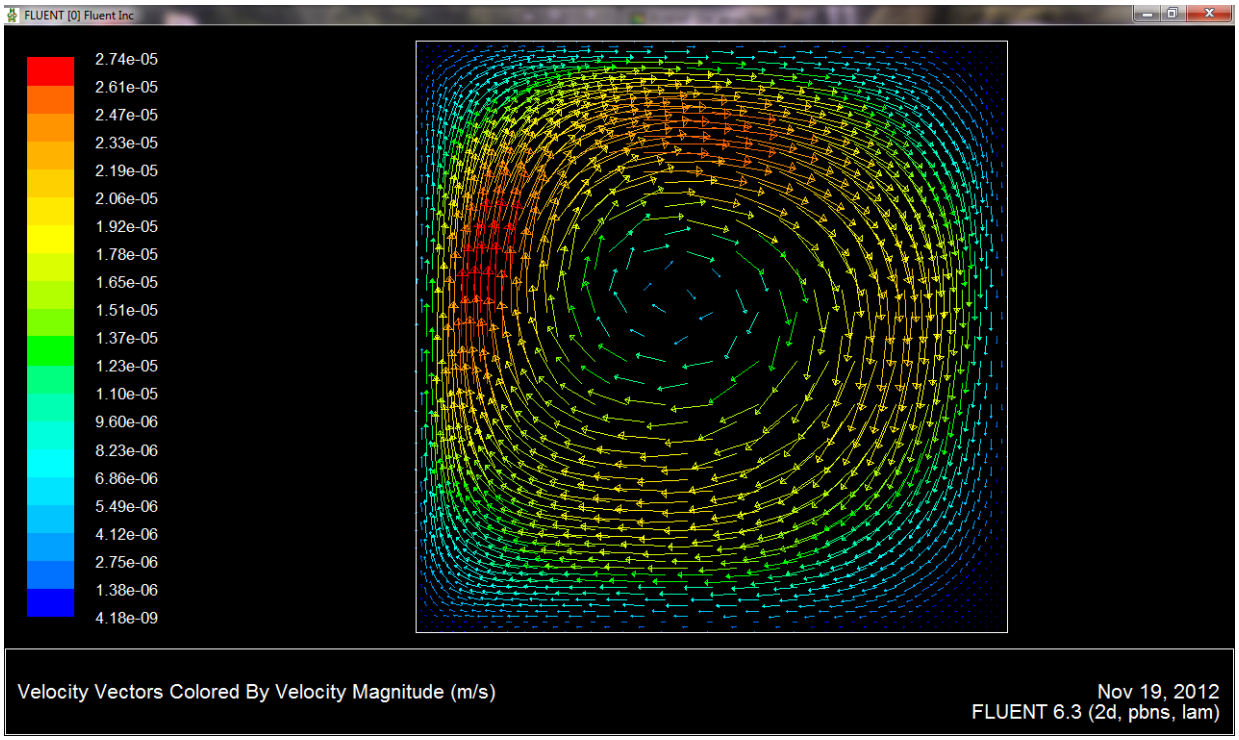


Рис.6. Распределение температуры

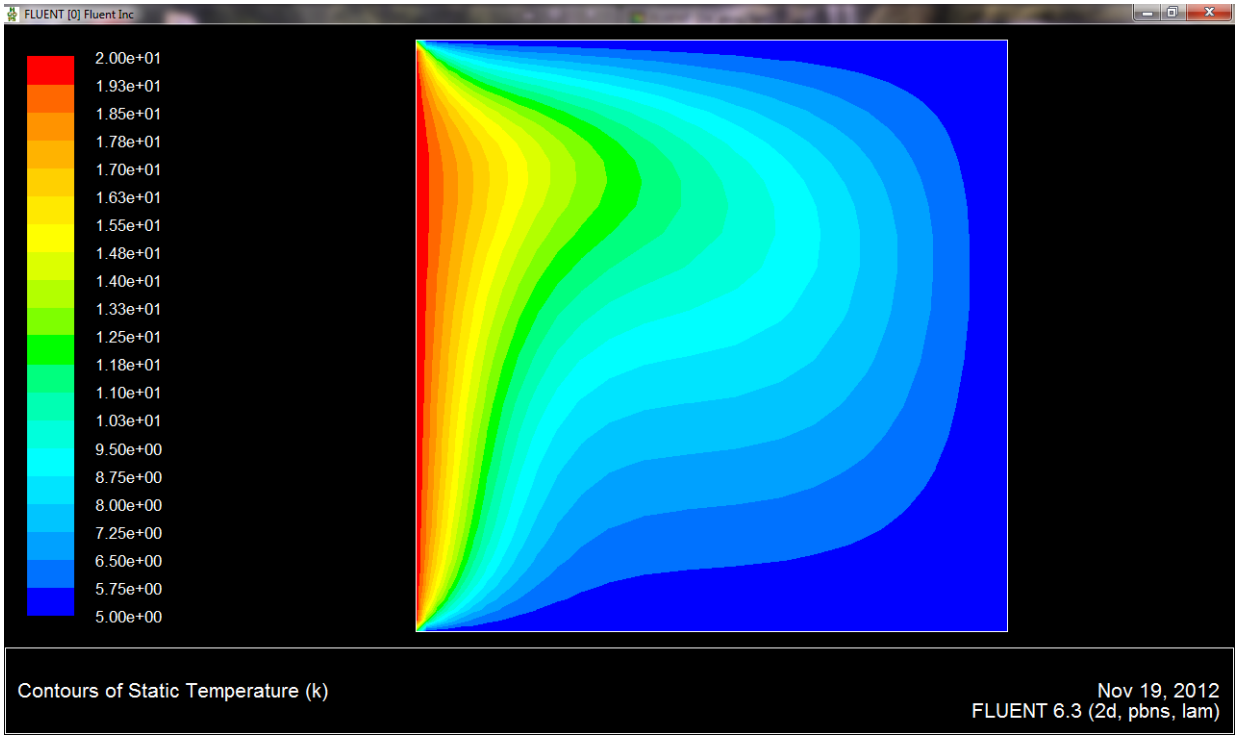
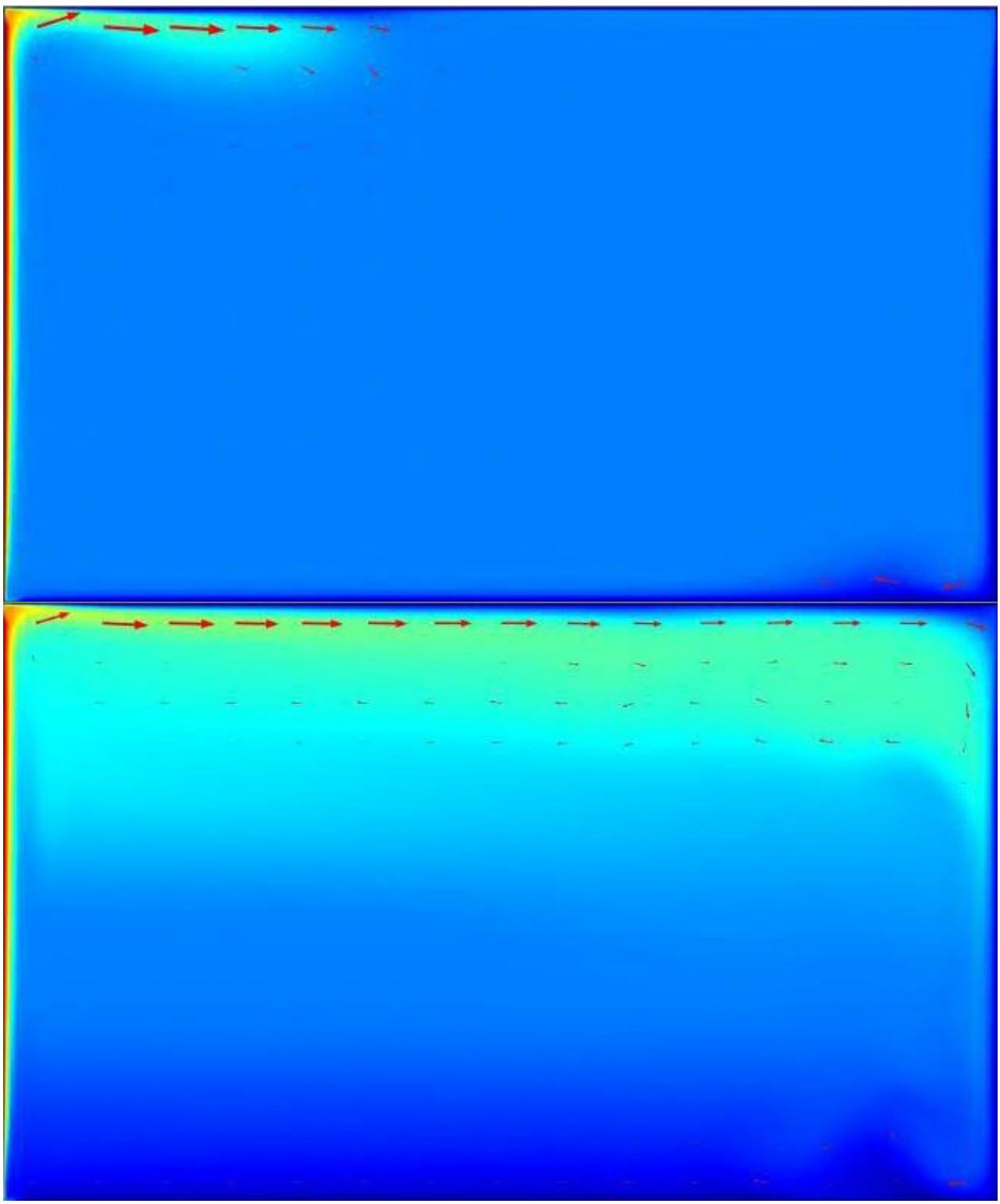


Рис.7. Распределение температуры

Сравнение с расчетом в COMSOL

Начальные условия: $x = 5м,\ y = 3м,\ T\max = 293K,\ T\min = 278K$



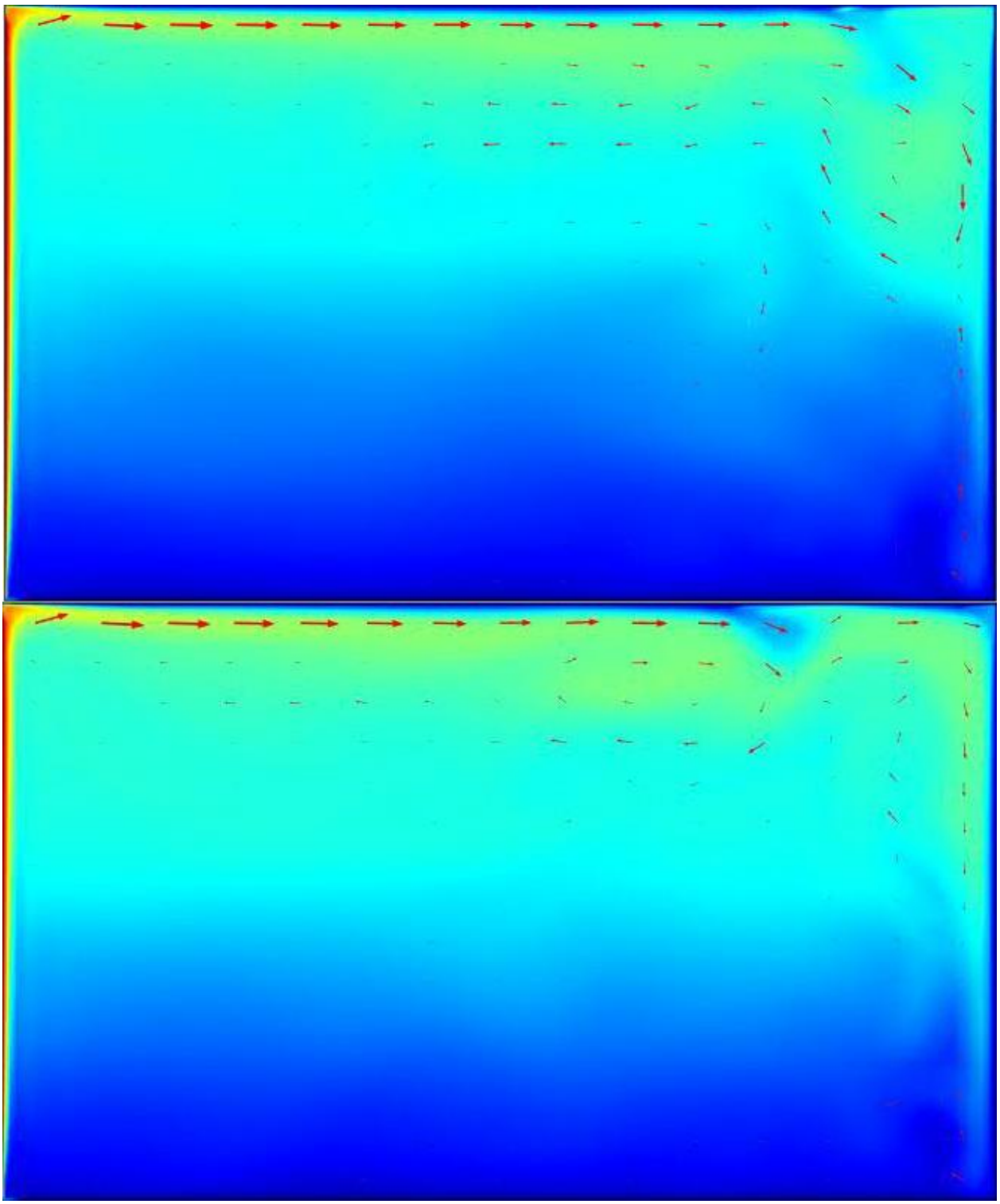
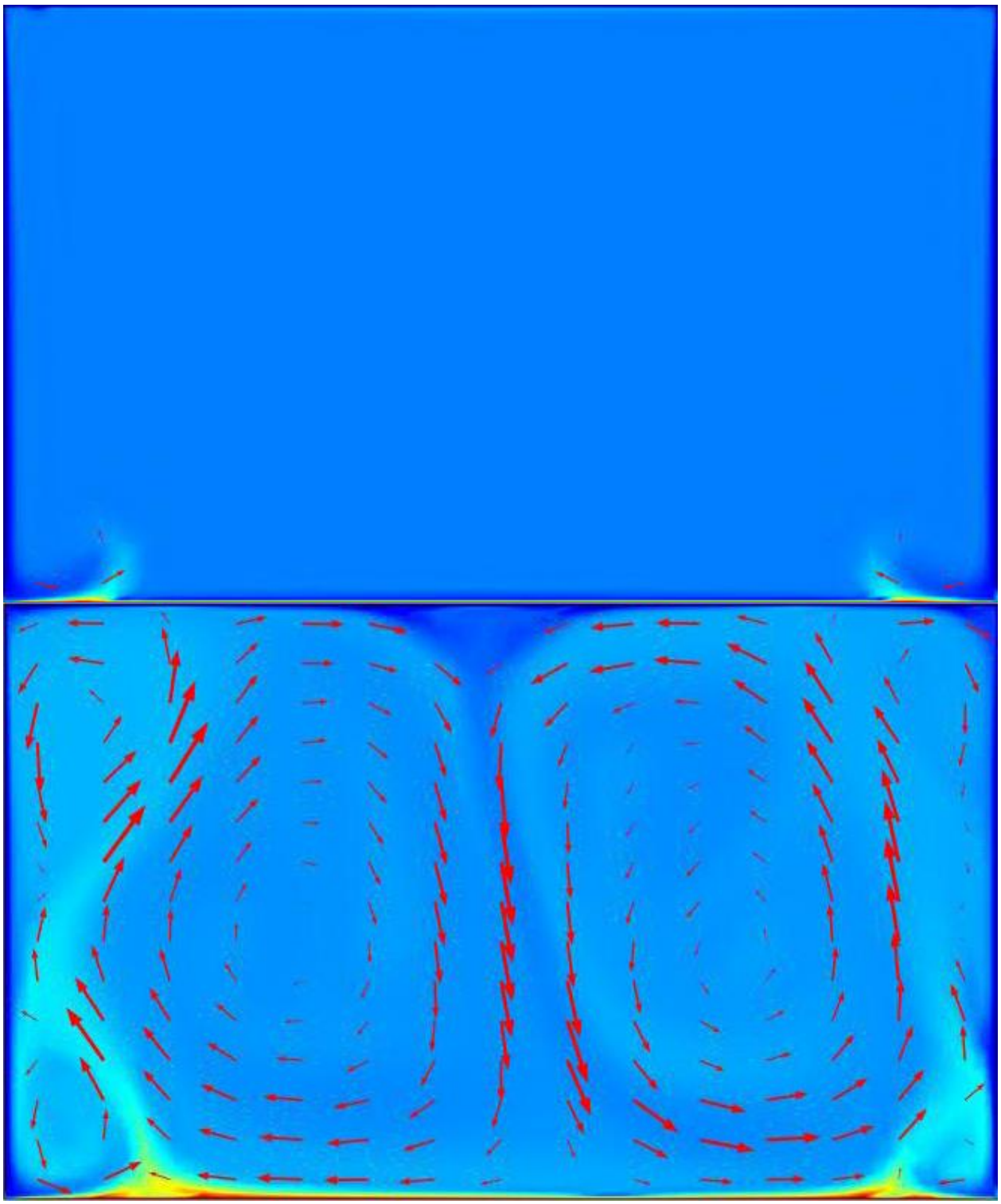


Рис. 8. Нагрев левой стенки ($t = 10$ *мин*)



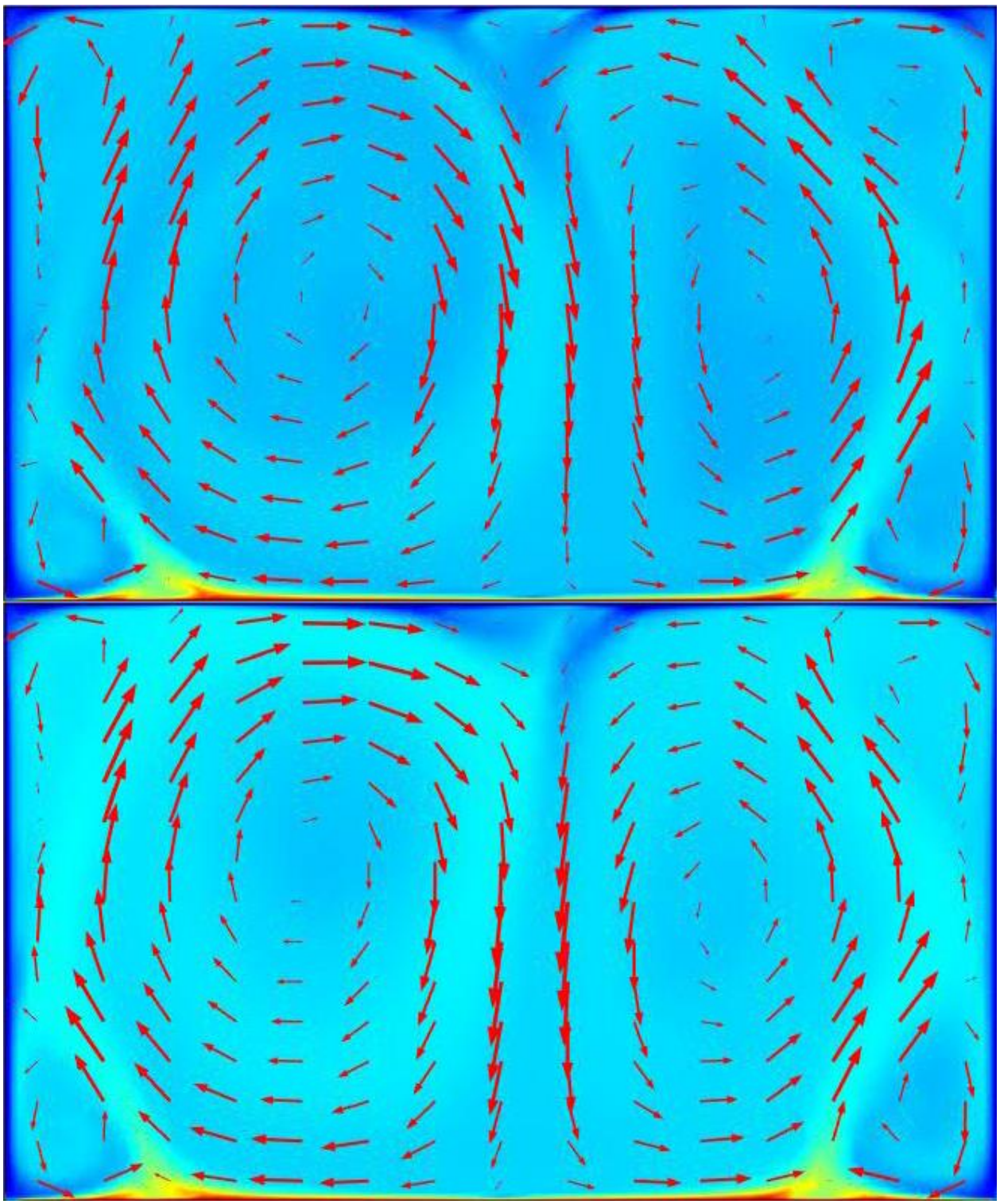


Рис. 9. Нагрев нижней стенки ($t = 10$ *мин*)

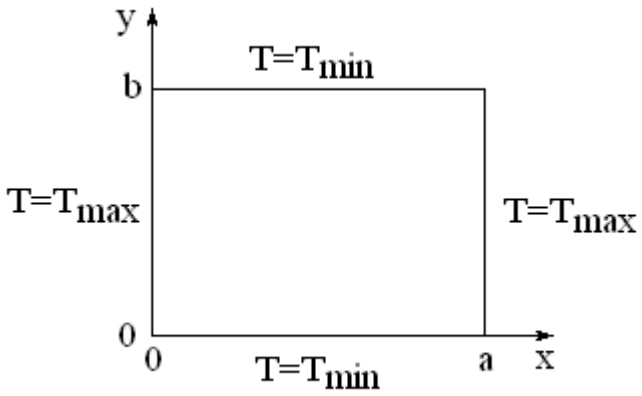
Двумерное уравнение нестационарной теплопроводности.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \delta \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)$$

Здесь δ – коэффициент температуропроводности, $\delta = \frac{\lambda}{\rho c}$, где λ- коэффициент теплопроводности материала, ϱ- плотность и с - удельная теплоемкость.

Методом установления получить численно стационарное решение на прямоугольной области $0 \le x \le a, 0 \le y \le b$ при условии, что в начальный момент температура во всей области равна T_{min}, на границах области заданы постоянные температуры: при x=0 и x=a $T = T_{max}$, при y=0 и y=b $T = T_{min}$.

Расчётная схема



Переход к безразмерным параметрам

Делаем замену переменных

$\overline{T} = \frac{T - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}$,

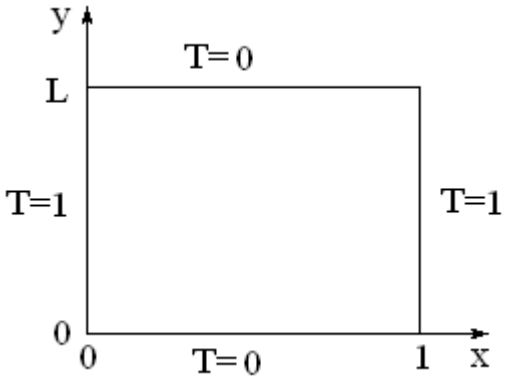
$\overline{x} = x/a$,

$\overline{y} = y/a$,

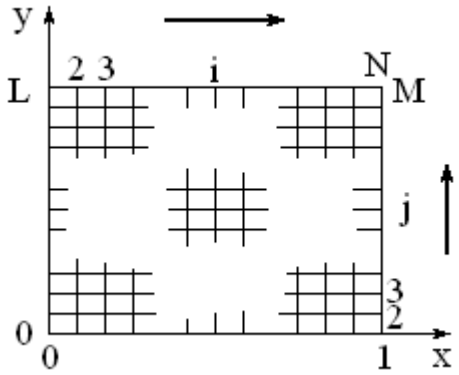
$\overline{t} = t \cdot \delta / a^2$ - число Фурье (Fo).

Обозначаем $L = b/a$, опускаем черту над безразмерными параметрами и получаем формулировку задачи в безразмерном виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$



Конечно-разностная аппроксимация



Расчётная область покрывается равномерной сеткой по горизонтали (x) и вертикали (y). Точки пересечения сетки называются узлами (N узлов по горизонтали, M узлов по вертикали). Координаты узлов определяются номерами соответствующих горизонталей и вертикалей

$x_i = \Delta x \cdot (i-1),$

$y_j = \Delta y \cdot (j-1).$

Расстояние между узлами

$\Delta x = 1/(N-1),$

$\Delta y = L/(M-1).$

Для хранения значений температур в узловых точках расчётной области используем двумерный массив $T(i,j)$, где $i = 1,2,\dots,N; j = 1,2,\dots,M.$

Для вычисления значений температур в узловых точках на следующем временном слое (k+1) по значениям температур на предыдущем (k) используется явная конечно-разностная схема

$$\frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^{k}}{\Delta t} = \frac{T_{i+1,j}^{k} - 2\cdot T_{i,j}^{k} + T_{i-1,j}^{k}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^{k} - 2\cdot T_{i,j}^{k} + T_{i,j-1}^{k}}{\Delta y^2}$$

Откуда

$$T_{i,j}^{k+1} = T_{i,j}^{k} + \Delta t \cdot \left(\frac{T_{i+1,j}^{k} - 2\cdot T_{i,j}^{k} + T_{i-1,j}^{k}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^{k} - 2\cdot T_{i,j}^{k} + T_{i,j-1}^{k}}{\Delta y^2} \right) \quad (1)$$

для внутренних узлов расчётной области (1<i<N, 1<j<M).

Соотношение (1) можно переписать так

$T_{i,j}^{k+1} = a_p \cdot T_{i,j}^{k} + a_e \cdot T_{i+1,j}^{k} + a_w \cdot T_{i-1,j}^{k} + a_n \cdot T_{i,j+1}^{k} + a_s \cdot T_{i,j-1}^{k},$

где

$$a_p = \left(1 - \frac{2\cdot\Delta t}{\Delta x^2} - \frac{2\cdot\Delta t}{\Delta y^2}\right),$$
$$a_e = \frac{\Delta t}{\Delta x^2},$$
$$a_w = \frac{\Delta t}{\Delta x^2},$$
$$a_n = \frac{\Delta t}{\Delta y^2},$$
$$a_s = \frac{\Delta t}{\Delta y^2},$$

Величина шага по времени определяется из условия практической устойчивости – при любом распределении температуры в окрестности узла температура на новом временном слое должна быть в пределах от 0 до 1, то есть

$$T_{i,j}^k > \Delta t \cdot \left(\frac{T_{i,j}^k}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j}^k}{\Delta y^2}\right),$$

Откуда $\Delta t < \frac{\min(\Delta x,\Delta y)^2}{2}$. (2)

Шаг по времени не должен превышать величину $\Delta t_{max} = \frac{\min(\Delta x,\Delta y)^2}{2}$

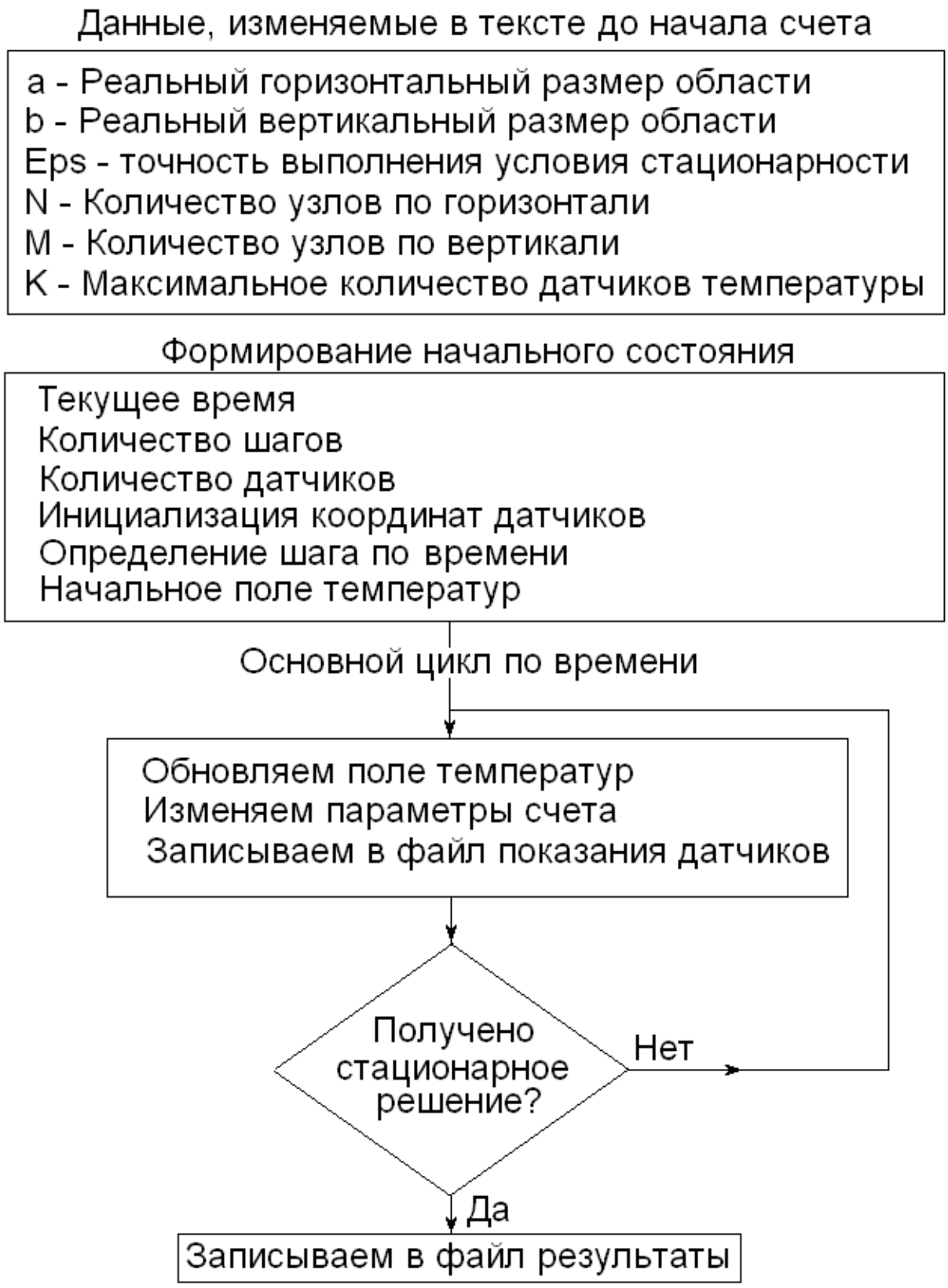
Значения температур на границах расчётной области остаются неизменными в процессе счёта.

Расчёт ведётся по времени от начального значения 0 (начальное состояние) до удовлетворения критерия стационарности решения. Можно в качестве такого критерия использовать условие выполнения неравенства $Err < Eps$, где

$$Err = \frac{1}{\Delta t} \cdot \sum_{i=2}^{N-1} \sum_{j=2}^{M-1} \left|T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k\right|$$

- текущая невязка, Eps - заданная точность (число).

Схема алгоритма



Текст программы

Вот текст программы на алгоритмическом языке Pascal, решающей поставленную задачу:

```
Program primer02;
const
   a=1.0;{Реальный горизонтальный размер области}
   b=1.0;{Реальный вертикальный размер области}
   L=b/a;
   Eps=0.00001; {точность выполнения условия стационарности}
   N=21; {Количество узлов по горизонтали}
   M=21; {Количество узлов по вертикали}
   dx=1.0/(N-1);
   dy=L/(M-1);
   K=N; {Максимальное количество датчиков температуры}
type
   dat=record ii,jj:integer end;
var
   i,j,kolD:integer;
   step:longint;
   dt,time,T1,Err:real;
   f,g:text;
   T:array[1..N,1..M] of real;
   D:array[1..K] of dat;{Массив координат датчиков температуры}
function newT(i,j:integer):real;
{Функция, вычисляющая новую температуру по формуле (1)}
var Tij,TT:real;
begin
   Tij:=T[i,j];
   TT:=Tij+dt*((T[i+1,j]-2*Tij+T[i-1,j])/sqr(dx)+
               (T[i,j+1]-2*Tij+T[i,j-1])/sqr(dy));
   newT:=TT
end;
begin
   assign(f,'Rez02.txt');{Файл для записи стационарного решения}
   rewrite(f);
   assign(g,'Dat02.txt');{Файл для записи показаний датчиков}
   rewrite(g);
   {Формирование начального состояния}
   time:=0; {Текущее время}
   step:=0; {Количество шагов}
   kolD:=N div 2; {Количество датчиков - не более K}
   {Инициализация координат датчиков}
   for i:=1 to kolD do begin D[i].ii:=i; D[i].jj:=M div 2 end;
   {Максимально допустимый шаг по времени}
   if dx<dy then dt:=dx*dx/2 else dt:=dy*dy/2;
   {Нужно сделать чуть меньше по условию (2)}
   dt:=0.9*dt;
   {Внутри расчетной области и на горизонтальных ганицах}
   for i:=2 to N-1 do
   for j:=1 to M   do T[i,j]:=0;
   {На вертикальных границах}
   for j:=1 to M do begin T[1,j]:=1; T[N,j]:=1 end;
   {Основной цикл по времени}
   repeat
      Err:=0;
      {Обновляем поле температур}
      for i:=2 to N-1 do
      for j:=2 to M-1 do
      begin
         T1:=newT(i,j);
```

```
            Err:=Err+abs(T1-T[i,j])/dt;
            T[i,j]:=T1;
         end;
         {Изменяем параметры счета}
         time:=time+dt;
         step:=step+1;
         {Параметры счета на экран}
         if (step mod 10) = 0 then writeln(time,' ',Err,' ',step);
         {Записываем в файл показания датчиков}
         if (step mod  1) = 0 then
         begin
            write(g,time:15:10,' ');
            for i:=1 to kolD do write(g,T[D[i].ii,D[i].jj]:7:5,' ');
            writeln(g)
         end;
      until Err<Eps; {Получено стационарное решение?}
         {Записываем в файл результаты}
         writeln(f,'time=',time:15:10);
         writeln(f,'Err =',Err :15:10);
         writeln(f,'Step=',Step:15);
         for j:=M downto 1 do
         begin
            for i:=1 to N do write(f,T[i,j]:7:5,' ');
            writeln(f)
         end;
      close(f);
      close(g)
end.
```

Инструкция

Копируете из этого файла текст программы через буфер обмена в новый текстовый (с расширением .txt) файл. Переименовываете как файл с расширением .pas и загружаете в среду Turbo pascal (TP). В редакторе TP делаете необходимые изменения (исходные данные) в тексте в соответствии с комментариями. После запуска программы на счёт результаты будут в текстовых файлах с именами, указанными в операторах assign, в данном случае в файлах Rez02.txt и Dat02.txt.

Результаты расчёта

В текстовом файле Rez02.txt содержится значение момента модельного времени достижения стационара, величина невязки и количество шагов расчета. Ниже расположен массив температур стационарного решения – слева направо возрастание по x, снизу вверх возрастание y.

В текстовом файле Dat02.txt содержится массив строк, в каждой строке текущее время (Fo) и показания датчиков – значения температур в заявленных точках.

Содержимое файла Rez02.txt

time= 0.1215000000

Err = 0.0000084304

Step= 108

1.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 1.00000

1.00000 0.50000 0.30246 0.20984 0.15963 0.12941 0.11003 0.09735 0.08929 0.08480 0.08336 0.08480 0.08929 0.09735 0.11003 0.12941 0.15963 0.20984 0.30246 0.50000 1.00000

1.00000 0.69754 0.50000 0.37728 0.29929 0.24796 0.21337 0.19007 0.17503 0.16656 0.16382 0.16656 0.17503 0.19007 0.21337 0.24796 0.29929 0.37728 0.50000 0.69754 1.00000

1.00000 0.79016 0.62272 0.50000 0.41227 0.34978 0.30543 0.27454 0.25418 0.24258 0.23881 0.24258 0.25418 0.27454 0.30543 0.34978 0.41227 0.50000 0.62272 0.79016 1.00000

1.00000 0.84037 0.70071 0.58773 0.50000 0.43345 0.38402 0.34849 0.32457 0.31077 0.30626 0.31077 0.32457 0.34849 0.38402 0.43345 0.50000 0.58773 0.70071 0.84037 1.00000

1.00000 0.87059 0.75204 0.65022 0.56655 0.50000 0.44871 0.41083 0.38485 0.36968 0.36469 0.36968 0.38485 0.41083 0.44871 0.50000 0.56655 0.65022 0.75204 0.87059 1.00000

1.00000 0.88997 0.78663 0.69457 0.61598 0.55129 0.50000 0.46128 0.43430 0.41839 0.41314 0.41839 0.43430 0.46128 0.50000 0.55129 0.61598 0.69457 0.78663 0.88997 1.00000

1.00000 0.90265 0.80993 0.72546 0.65151 0.58917 0.53872 0.50000 0.47269 0.45646 0.45108 0.45646 0.47269 0.50000 0.53872 0.58917 0.65151 0.72546 0.80993 0.90265 1.00000

1.00000 0.91071 0.82497 0.74582 0.67543 0.61515 0.56570 0.52731 0.50000 0.48368 0.47825 0.48368 0.50000 0.52731 0.56570 0.61515 0.67543 0.74582 0.82497 0.91071 1.00000

1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000 0.49456 0.50000 0.51632 0.54354 0.58161 0.63032 0.68923 0.75742 0.83344 0.91520 1.00000

1.00000 0.91664 0.83618 0.76119 0.69374 0.63531 0.58686 0.54892 0.52175 0.50544 0.50000 0.50544 0.52175 0.54892 0.58686 0.63531 0.69374 0.76119 0.83618 0.91664 1.00000

1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000 0.49456 0.50000 0.51632 0.54354 0.58161 0.63032 0.68923 0.75742 0.83344 0.91520 1.00000

1.00000 0.91071 0.82497 0.74582 0.67543 0.61515 0.56570 0.52731 0.50000 0.48368 0.47825 0.48368 0.50000 0.52731 0.56570 0.61515 0.67543 0.74582 0.82497 0.91071 1.00000

1.00000 0.90265 0.80993 0.72546 0.65151 0.58917 0.53872 0.50000 0.47269 0.45646 0.45108 0.45646 0.47269 0.50000 0.53872 0.58917 0.65151 0.72546 0.80993 0.90265 1.00000

1.00000 0.88997 0.78663 0.69457 0.61598 0.55129 0.50000 0.46128 0.43430 0.41839 0.41314 0.41839 0.43430 0.46128 0.50000 0.55129 0.61598 0.69457 0.78663 0.88997 1.00000

1.00000 0.87059 0.75204 0.65022 0.56655 0.50000 0.44871 0.41083 0.38485 0.36968 0.36469 0.36968 0.38485 0.41083 0.44871 0.50000 0.56655 0.65022 0.75204 0.87059 1.00000

1.00000 0.84037 0.70071 0.58773 0.50000 0.43345 0.38402 0.34849 0.32457 0.31077 0.30626 0.31077 0.32457 0.34849 0.38402 0.43345 0.50000 0.58773 0.70071 0.84037 1.00000

1.00000 0.79016 0.62272 0.50000 0.41227 0.34978 0.30543 0.27454 0.25418 0.24258 0.23881 0.24258 0.25418 0.27454 0.30543 0.34978 0.41227 0.50000 0.62272 0.79016 1.00000

1.00000 0.69754 0.50000 0.37728 0.29929 0.24796 0.21337 0.19007 0.17503 0.16656 0.16382 0.16656 0.17503 0.19007 0.21337 0.24796 0.29929 0.37728 0.50000 0.69754 1.00000

1.00000 0.50000 0.30246 0.20984 0.15963 0.12941 0.11003 0.09735 0.08929 0.08480 0.08336 0.08480 0.08929 0.09735 0.11003 0.12941 0.15963 0.20984 0.30246 0.50000 1.00000

1.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 0.00000 1.00000

Содержимое файла Dat02.txt

0.0011250000 1.00000 0.81756 0.66641 0.53960 0.43218 0.34104 0.26433 0.20083 0.14943 0.10886

0.0022500000 1.00000 0.84023 0.69822 0.57272 0.46443 0.37385 0.30011 0.24101 0.19373 0.15556

0.0033750000 1.00000 0.85199 0.71844 0.60203 0.50274 0.41835 0.34620 0.28430 0.23155 0.18724

0.0045000000 1.00000 0.86338 0.74080 0.63156 0.53433 0.44864 0.37449 0.31148 0.25849 0.21402

0.0056250000 1.00000 0.87344 0.75664 0.65030 0.55549 0.47235 0.39995 0.33704 0.28261 0.23591

0.0067500000 1.00000 0.87991 0.76825 0.66636 0.57442 0.49222 0.41961 0.35633 0.30173 0.25485

0.0078750000 1.00000 0.88555 0.77819 0.67891 0.58866 0.50795 0.43654 0.37377 0.31884 0.27110

0.0090000000 1.00000 0.88985 0.78574 0.68925 0.60118 0.52170 0.45074 0.38807 0.33319 0.28540

0.0101250000 1.00000 0.89345 0.79235 0.69801 0.61139 0.53305 0.46301 0.40088 0.34607 0.29798

0.0112500000 1.00000 0.89646 0.79771 0.70534 0.62033 0.54311 0.47369 0.41187 0.35724 0.30921

0.0123750000 1.00000 0.89899 0.80242 0.71174 0.62798 0.55171 0.48305 0.42174 0.36732 0.37359

0.0135000000 1.00000 0.90106 0.80569 0.71496 0.62960 0.55006 0.47677 0.41017 0.38785 0.39658

0.0146250000 1.00000 0.90159 0.80449 0.71007 0.62037 0.53764 0.46356 0.42393 0.42018 0.41640

0.0157500000 1.00000 0.89946 0.79942 0.70375 0.61565 0.53659 0.48306 0.46364 0.44613 0.44495

0.0168750000 1.00000 0.89775 0.79851 0.70526 0.61899 0.55075 0.51324 0.48210 0.46619 0.46152

0.0180000000 1.00000 0.89847 0.80009 0.70636 0.62586 0.57269 0.53025 0.50080 0.48403 0.47930

0.0191250000 1.00000 0.89868 0.79982 0.71047 0.64376 0.58992 0.54644 0.51677 0.49881 0.49225

0.0202500000 1.00000 0.89863 0.80291 0.72429 0.65909 0.60260 0.56059 0.53007 0.51175 0.50478

0.0213750000 1.00000 0.90053 0.81270 0.73753 0.66982 0.61580 0.57281 0.54226 0.52308 0.51492

0.0225000000 1.00000 0.90679 0.82389 0.74685 0.68137 0.62648 0.58385 0.55269 0.53313 0.52424

0.0236250000 1.00000 0.91324 0.83004 0.75523 0.69010 0.63610 0.59328 0.56211 0.54177 0.53203

0.0247500000 1.00000 0.91440 0.83352 0.76051 0.69663 0.64316 0.60087 0.56947 0.54898 0.50346

0.0258750000 1.00000 0.91548 0.83641 0.76417 0.70119 0.64847 0.60646 0.57532 0.51899 0.50821

0.0270000000 1.00000 0.91765 0.83925 0.76806 0.70559 0.65320 0.61137 0.54541 0.52552 0.50781

0.0281250000 1.00000 0.91862 0.84164 0.77122 0.70953 0.65754 0.58305 0.55281 0.52339 0.50768

0.0292500000 1.00000 0.91977 0.84350 0.77393 0.71271 0.63083 0.58959 0.54947 0.52348 0.50627

0.0303750000 1.00000 0.92074 0.84540 0.77635 0.68822 0.63582 0.58585 0.54913 0.52106 0.50443

0.0315000000 1.00000 0.92155 0.84682 0.75409 0.69127 0.63236 0.58481 0.54633 0.51927 0.50263

0.0326250000 1.00000 0.92227 0.82696 0.75518 0.68828 0.63029 0.58186 0.54425 0.51692 0.50080

0.0337500000 1.00000 0.90464 0.82623 0.75266 0.68526 0.62739 0.57931 0.54153 0.51487 0.49875

0.0348750000 1.00000 0.91542 0.83481 0.75779 0.68970 0.63033 0.58130 0.54312 0.51562 0.49927

0.0360000000 1.00000 0.91703 0.83453 0.75884 0.69013 0.63098 0.58190 0.54346 0.51608 0.49912

0.0371250000 1.00000 0.91485 0.83371 0.75760 0.68952 0.63043 0.58160 0.54345 0.51571 0.49954

0.0382500000 1.00000 0.91535 0.83337 0.75723 0.68874 0.62975 0.58095 0.54257 0.51570 0.49954

0.0393750000 1.00000 0.91526 0.83340 0.75713 0.68880 0.62972 0.58074 0.54298 0.51584 0.49950

0.0405000000 1.00000 0.91497 0.83306 0.75689 0.68863 0.62965 0.58127 0.54326 0.51598 0.49952

0.0416250000 1.00000 0.91506 0.83304 0.75696 0.68874 0.63013 0.58142 0.54327 0.51597 0.49965

0.0427500000 1.00000 0.91492 0.83323 0.75728 0.68935 0.63040 0.58155 0.54342 0.51618 0.49979

0.0438750000 1.00000 0.91531 0.83364 0.75781 0.68952 0.63051 0.58178 0.54369 0.51639 0.50002

0.0450000000 1.00000 0.91530 0.83363 0.75744 0.68913 0.63019 0.58138 0.54321 0.51596 0.49962

0.0461250000 1.00000 0.91518 0.83327 0.75720 0.68902 0.63006 0.58132 0.54327 0.51606 0.49977

0.0472500000 1.00000 0.91513 0.83340 0.75737 0.68912 0.63018 0.58144 0.54335 0.51613 0.49984

0.0483750000 1.00000 0.91519 0.83338 0.75729 0.68908 0.63015 0.58142 0.54337 0.51618 0.49991

0.0495000000 1.00000 0.91515 0.83336 0.75733 0.68911 0.63019 0.58147 0.54342 0.51624 0.49995

0.0506250000 1.00000 0.91517 0.83339 0.75733 0.68912 0.63021 0.58150 0.54346 0.51628 0.50000

0.0517500000 1.00000 0.91516 0.83337 0.75733 0.68914 0.63024 0.58155 0.54352 0.51633 0.50003

0.0528750000 1.00000 0.91517 0.83340 0.75736 0.68917 0.63028 0.58159 0.54355 0.51635 0.50004

0.0540000000 1.00000 0.91517 0.83340 0.75737 0.68920 0.63032 0.58163 0.54358 0.51637 0.50004

0.0551250000 1.00000 0.91518 0.83342 0.75741 0.68923 0.63035 0.58165 0.54359 0.51637 0.50003

0.0562500000 1.00000 0.91519 0.83344 0.75743 0.68926 0.63037 0.58166 0.54359 0.51636 0.50001

0.0573750000 1.00000 0.91520 0.83346 0.75746 0.68927 0.63037 0.58165 0.54357 0.51634 0.50001

0.0585000000 1.00000 0.91521 0.83347 0.75745 0.68927 0.63036 0.58163 0.54355 0.51633 0.50002

0.0596250000 1.00000 0.91521 0.83346 0.75745 0.68925 0.63034 0.58162 0.54355 0.51634 0.50002

0.0607500000 1.00000 0.91521 0.83346 0.75744 0.68924 0.63034 0.58162 0.54356 0.51634 0.50001

0.0618750000 1.00000 0.91521 0.83345 0.75743 0.68924 0.63033 0.58162 0.54355 0.51633 0.50001

0.0630000000 1.00000 0.91520 0.83345 0.75742 0.68923 0.63033 0.58161 0.54355 0.51633 0.50000

0.0641250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63033 0.58161 0.54354 0.51633 0.50000

0.0652500000 1.00000 0.91519 0.83344 0.75742 0.68923 0.63033 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0663750000 1.00000 0.91519 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58160 0.54354 0.51632 0.50000

0.0675000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58160 0.54354 0.51632 0.50000

0.0686250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58160 0.54354 0.51632 0.50000

0.0697500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58160 0.54354 0.51632 0.50000

0.0708750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58160 0.54354 0.51632 0.50000

0.0720000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0731250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63033 0.58160 0.54354 0.51632 0.50000

0.0742500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0753750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0765000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0776250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0787500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0798750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0810000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0821250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0832500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0843750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0855000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0866250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0877500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0888750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0900000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0911250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0922500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0933750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0945000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0956250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0967500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0978750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.0990000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1001250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1012500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1023750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1035000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1046250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1057500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1068750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1080000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1091250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1102500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1113750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1125000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1136250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1147500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1158750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1170000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1181250000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

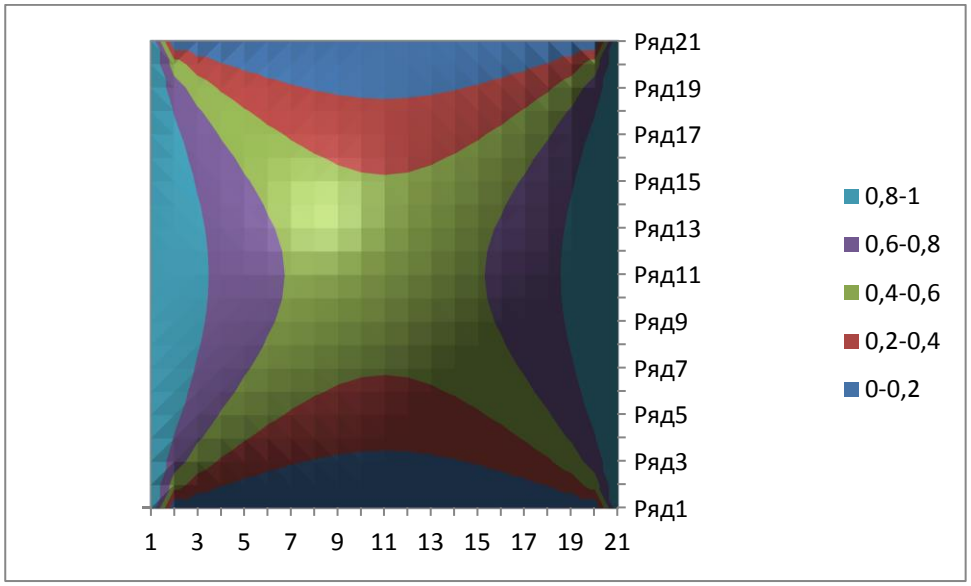
0.1192500000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1203750000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

0.1215000000 1.00000 0.91520 0.83344 0.75742 0.68923 0.63032 0.58161 0.54354 0.51632 0.50000

Представление результатов

Стационарное поле температур с использованием графики Excel.

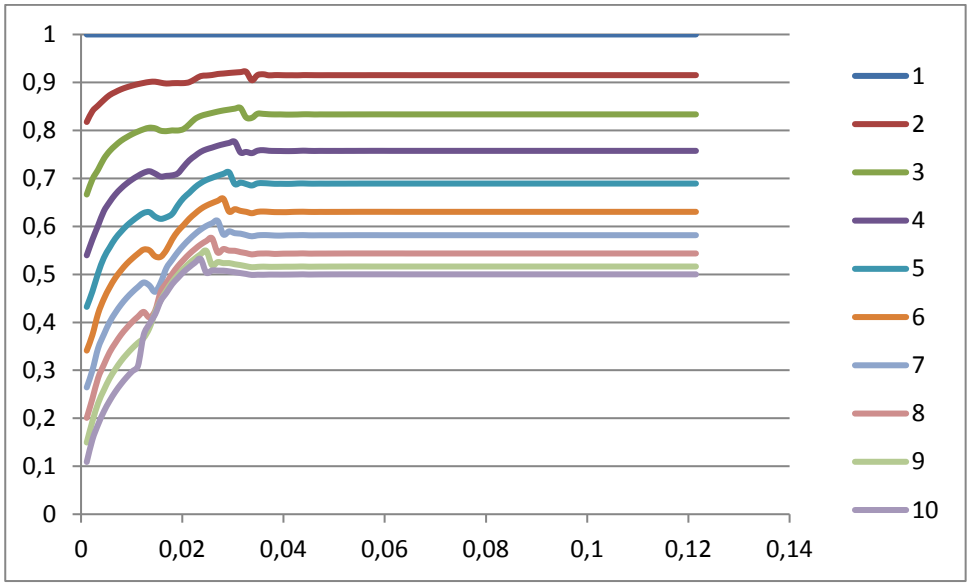


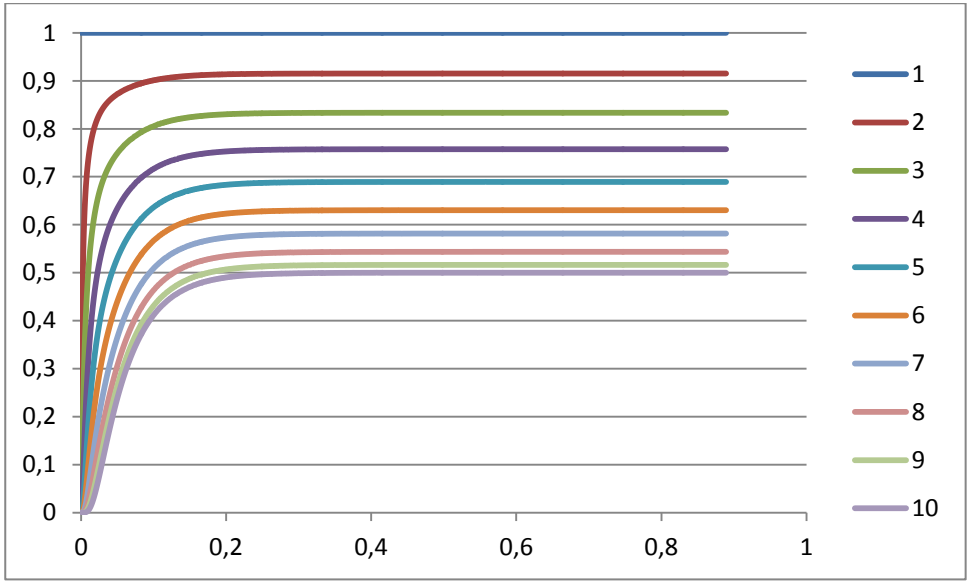
Показания датчиков с использованием графики Excel.

Датчики расположены на горизонтали y=0.5 в каждом узле от левой границы до середины расчетной области (номера от 1 до 10)

Выбранный шаг по времени t=0.9*Δt_{max} обеспечил сходимость к стационарному решению, но не обеспечил монотонную сходимость.

На втором рисунке приведены данные, полученные при t=0.1*Δt_{max}


1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
0,02
0,04
0,06
0,08
0,1
0,12
0,14
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10