Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 18.08.2025 11:34:22
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Полиграфический институт

УТВЕРЖДАЮ
Директор
_____ /Нагорнова И.В./
«_27_» февраля 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Линейная алгебра»

Направление подготовки/специальность

15.03.02 «Технологические машины и оборудование»

Профиль/специализация

«Реверс-инжиниринг процессов и оборудования»

Квалификация

бакалавр

Формы обучения

очная

Москва, 2025 г.

Разработчик:

Канд. физ.-мат. наук, доцент  Е.А. Коган

Заведующий кафедрой «Математика»
к.т.н.  О.М. Баранова

Согласовано:

Руководитель образовательной программы  М.В. Суслов

Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине…… 4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы…… 5
3. Структура и содержание дисциплины…… 5
   - 3.1. Виды учебной работы и трудоёмкость…… 5
   - 3.2. Тематический план изучения дисциплины……... 5
   - 3.3. Содержание дисциплины…… 6
   - 3.4. Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий…… 7
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение…… 8
   - 4.1. Основная литература…… 8
   - 4.2. Дополнительная литература…… 8
   - 4.3. Электронные образовательные ресурсы…… 9
   - 4.4. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение… 9
   - 4.5. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы…… 10
5. Материально-техническое обеспечение…… 10
6. Методические рекомендации…… 11
   - 6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения 11
   - 6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины…… 11
7. Фонд оценочных средств…… 13

Приложение 1. Тематический план содержания дисциплины…… 14

Приложение 2. Фонд оценочных средств…… 17

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения…… 17
2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения…… 17
3. Оценочные средства…… 18
   - 3.1. Текущий контроль…… 19
   - 3.2. Промежуточная аттестация…… 24

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным ***целям*** освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности;
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным ***задачам*** освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Линейная алгебра» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций в соответствии с ФГОС 15.03.02 «Технологические машины и оборудование», утверждённым приказом Минобрнауки России от 09.08.2021 № 728:

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1. Способен применять естественно-научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.	ИОПК-1.1. Применяет естественно-научные и общеинженерные знания при решении профессиональных задач. ИОПК-1.2. Применяет методы математического анализа и моделирования при решении профессиональных задач.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1: Модуль «Математические и естественно-научные дисциплины».

Её изучение обеспечивает изучение дисциплин:

– математический анализ;
– физика;
– цифровая обработка сигналов.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачётные единицы –108 часов.

3.1. Виды учебной работы и трудоёмкость

п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестр 1
	Аудиторные занятия	48	48
	В том числе:		
1	Лекции	16	16
2	Семинарские/практические занятия	32	32
3	Лабораторные занятия	-	-
	Самостоятельная работа	60	60
	Промежуточная аттестация		
	экзамен	Э	Э
	Итого	108	108

3.2. Тематический план изучения дисциплины

Размещён в приложении 1 к рабочей программе.

3.3. Содержание разделов дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и способы вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

Обратная матрица и алгоритм её вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Теорема Кронекера—Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений; критерий существования нетривиальных решений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 1. Векторы. Линейные операции над векторами.

Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Единственность разложения вектора по базису. Ортонормированный базис.

Тема 2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе. Приложения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов

Тема 3. Линейные пространства и линейные операторы.

Линейные пространства. Понятие базиса пространства геометрических векторов. Линейные операторы. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от одного базиса к другому базису. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора (матрицы).

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

Понятие комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Формула Муавра. Извлечение корня *n*-ой степени из комплексного числа. Разложение многочлена на множители. Основная теорема алгебры.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

Тема 1. Системы координат.

Прямоугольные (декартовы) координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.

Тема 2. Прямые и плоскости.

Различные виды уравнений плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний: между двумя точками, между точкой и прямой, между точкой и плоскостью, между скрещивающимися прямыми. Вычисление углов: между двумя прямыми, между прямой и плоскостью, между двумя плоскостями.

Тема 3. Кривые и поверхности второго порядка.

Кривые второго порядка, их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду. Уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конусов, гиперболоидов, параболоидов.

3.4. Тематика практических занятий по дисциплине «Линейная алгебра»

№ занятия	Тема занятия
1	**Раздел 1. Элементы линейной алгебры.** Матрицы, действия над матрицами.
2	Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.
3	Обратная матрица и её вычисление.
4	Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы.
5	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера—Капелли.
6	Метод Гаусса в произвольных системах линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.

7	**Раздел 2. Элементы векторной алгебры.** Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейное пространство геометрических векторов. Понятие линейной комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.
8	Понятие базиса пространства геометрических векторов. Координаты вектора. Ортонормированный базис. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.
9	Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие ортогональности векторов. Векторное произведение двух векторов, его свойства. Условие коллинеарности векторов.
10	Смешанное произведение трёх векторов и его свойства. Вычисление объёма параллелепипеда и пирамиды. Условие компланарности векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.
11	Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от одного базиса к другому базису. Преобразование координат вектора при изменении базиса. Линейные операторы, действия с линейными операторами. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора (матрицы).
12	**Раздел 3. Комплексные числа и многочлены.** Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Разложение многочлена на множители, основная теорема алгебры.
13	**Раздел 4. Аналитическая геометрия.** Системы координат. Различные виды уравнений плоскости.
14	Различные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве.
15	Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояний между точкой и плоскостью.
16	Кривые второго порядка, их геометрические свойства. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка.

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1. Нормативные документы и ГОСТы

ФГОС 15.03.02 «Технологические машины и оборудование», утверждённым приказом Минобрнауки России от 09.08.2021 № 728.

4.2. Основная литература

1. Заболотский В.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия (учебный комплекс): учебное пособие, 2-е изд., стер. М.: ИНФРА-М, 2022. 309 с. (Высшее образование: бакалавриат).

2. Сиротина И.К. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: интерактивный курс: учебное пособие для вузов. СПб.: Лань, 2022. 180 с.
3. Курс лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. // Кудрявцев Б.Ю., Матяш В.И., Показеев В.В., Черкесова Г.В. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. – 362с. [http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.]

4.3. Дополнительная литература

1. Балдин К. В. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс]: учеб. – Электрон. Дан. – Москва: Дашков и К, 2021. – 510 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/93522. – Загл. с экрана.].
2. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Части 1-4. М.: МГИУ, 2012. 400 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Физматлит, 2024. 224 с.
4. Беклемишев Д.В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учеб. пособие – Электрон. Дан. – М.: Физматлит, 2014. – 192 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/59632. – Загл. с экрана.].

4.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы.

Название ЭОР	Ссылка
Линейная и векторная алгебра	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3368
Аналитическая геометрия	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=2843
Линейная алгебра и аналитическая геометрия	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=462

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке Московского Политеха:
https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе «Центр математического образования»:
http://mospolytech.ru/index.php?id=4486
http://mospolytech.ru/index.php?id=5822

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:
http://exponenta.ru, http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Наименование	Разработчик ПО (правообладатель)	Доступность (лицензионное, свободно распространяемое)	Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии)
1	Astra Linux Common Edition	ООО «РУСБИТЕХ-АСТРА»	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036
2	МойОфис	ООО «НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375

4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			
	Stack Overflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http:// www.consultant.ru	Доступно
	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru.	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			

	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

6. Методические рекомендации

6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими учебный материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс линейной алгебры разделы являются классическими, в то же время они ориентированы на практику, поскольку имеют широкое распространение для решения разного рода задач – как внутри самой математики, так и прикладных. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, применяемых видах текущего контроля.

Изложение теоретических положений дисциплины должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного – осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Возможно проведение занятий и аттестаций в **дистанционном формате** с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Прежде всего студент должен понять, что числовая матрица — это таблица чисел (причём эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель – это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, по каким правилам получаются элементы и формируется порядок матрицы-произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть, вообще говоря, $AB \neq BA$.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм её построения. После нахождения обратной матрицы целесообразно делать проверку правильности решения, перемножив её с исходной матрицей; в результате должна получиться единичная матрица ($A^{-1}A = E$).

При изучении определителей надо чётко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам, и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителей с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных СЛАУ методом Гаусса.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.

Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексные числа появились как расширение понятия действительных чисел. Нужно знать определение и три формы записи комплексного числа (алгебраическую, тригонометрическую и показательную), геометрическую интерпретацию комплексного числа (основанную на взаимно однозначном соответствии между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости), формулу Эйлера. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов.

Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n-ой степени из комплексного числа.

Следует обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел.

Надо знать и уметь находить разложение многочлена на множители (при вещественных и комплексных корнях различной кратности). Эти сведения будут использоваться, например, в интегральном исчислении при вычислении интегралов от дробно-рациональных функций, при решении линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

При изучении аналитической геометрии следует, прежде всего, понять, что её задачей является изучение геометрических объектов при помощи аналитических методов алгебры и математического анализа. В основе такого подхода лежит метод координат, впервые систематически применённый Р. Декартом. Основные понятия геометрии (точка, прямая, плоскость) являются неопределяемыми, соотношения между ними первоначально устанавливаются аксиоматически, а затем с помощью доказанных утверждений (теорем). Взаимно однозначное соответствие между множеством точек прямой и множеством действительных чисел позволяет ввести систему координат.

Надо чётко усвоить различные формы уравнений прямой и плоскости, уметь переходить от одной формы к другой. Следует осмыслить и успешно применять решения классических задач аналитической геометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей, уметь определять углы и расстояния между различными геометрическими объектами.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Линейная алгебра», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, равно числу часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

7. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств представлен в Приложении 2 к рабочей программе и включает разделы:

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения.
2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения.
3. Оценочные средства:
    - 3.1. Текущий контроль.
    - 3.2. Промежуточная аттестация.

Приложение 1

к рабочей программе по дисциплине «Линейная алгебра»

Тематический план содержания дисциплины «Линейная алгебра» по направлению подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование»

Профиль/специализация **«Реверс-инжиниринг процессов и оборудования»**

(бакалавр)

№	Раздел	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы студентов					Формы аттестации	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Первый семестр															
1.1	**Раздел 1. Элементы линейной алгебры.** Матрицы, действия над матрицами.	1	1	2	2		3								
1.2	Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений. **Выдача заданий РГР № 1 (по линейной алгебре).**	1	2		2		3				+				
1.3	Обратная матрица и её вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.	1	3	2	2		3								
1.4	Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы.	1	4		2		3								
1.5	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера—Капелли.	1	5	2	2		4								
1.6	Метод Гаусса для решения произвольных систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. **Самостоятельная работа №1 (по линейной алгебре, в аудитории).**	1	6		2		4						+		
1.7	**Раздел 2. Элементы векторной алгебры.** Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов. **Выдача заданий РГР № 2 (по векторной алгебре).**	1	7	2	2		4				+				
1.8	Понятие базиса. Координаты вектора. Коллинеарность,	1	8		2		4								

	ортогональность и компланарность векторов.														
1.9	Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение двух векторов, его свойства.	1	9	2	2		4								
1.10	Смешанное произведение трёх векторов и его свойства. Вычисление объёма параллелепипеда. Условие коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов. Ортонормированный базис. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе. **Самостоятельная работа № 2 (по векторной алгебре, в аудитории).**	1	10		2		4						+		
1.11	Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от одного базиса к другому; преобразование координат вектора при изменении базиса. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	1	11	2	2		4								
1.12	**Раздел 3. Комплексные числа и многочлены.** Комплексные числа, их формы записи. Операции над комплексными числами. Разложение многочлена на множители. Основная теорема алгебры.	1	12		2		4								
1.13	**Раздел 4. Аналитическая геометрия.** Системы координат. Различные типы уравнений плоскости. **Выдача заданий РГР № 3 (по аналитической геометрии).**	1	13	2	2		4				+				
1.14	Различные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве.	1	14		2		4								
1.15	Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояния между точкой и плоскостью. **Самостоятельная работа № 3 (по аналитической геометрии, в аудитории).**	1	15	2	2		4						+		
1.16	Кривые второго порядка, их геометрические свойства. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение кривой второго	1	16		2		4								

	порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка.														
	Форма аттестации		**18 - 21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине			**16**	**32**		**60**				**3 РГР**		**3 сам раб.**		

Приложение 2
к рабочей программе по дисциплине «Линейная алгебра»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Линейная алгебра»

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:
– контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
– промежуточная аттестация (экзамен).

2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведённым в таблицах, оперирует приобретёнными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведённым в таблицах, оперирует приобретёнными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочётами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует

	соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведённым в таблицах, оперирует приобретёнными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведённым в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

3. Оценочные средства

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.	Контрольные задания по вариантам.
2	Расчётно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определённой методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчётно-графической работы.
3	Устный опрос (собеседование) (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объёма и уровня знаний обучающегося по определённому разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины.
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и	Вариант теста.

		умений обучающегося.	
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты.

3.1. Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, приём РГР.

Содержание расчётно-графических работ

Расчётно-графическая работа № 1 «Линейная алгебра»
Матрицы и определители. Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.

Расчётно-графическая работа № 2 «Векторная алгебра»
Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.

Расчётно-графическая работа № 3 «Аналитическая геометрия»
Различные виды уравнений прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости, прямых и плоскостей в пространстве.

Комплект заданий
для выполнения расчётно-графических работ (РГР)
по дисциплине **«Линейная алгебра»**

РГР № 1 «Линейная алгебра»

Матрицы и определители

Задание № 1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Выполнить действия: $A^2 + 8B^T$.

Задание № 2. Продолжить данное матричное равенство $(2A + 3B)^2 - 4A^2 - 6AB = \ldots$ и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание № 3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание № 4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание № 5. Найти X из матричного уравнения $AXB = C$. Сделать проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание № 6. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

Решение систем линейных алгебраических уравнений

Задание № 1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1. \end{cases}$$

Задание № 2. Решить систему из № 1 методом обратной матрицы.

Задание № 3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание № 4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и какое-либо частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1, \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11. \end{cases}$$

Задание № 5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0, \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$$

РГР № 2 «Векторная алгебра»

Задание № 1. Показать, что векторы $\vec{m}$, $\vec{n}$, $\vec{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\vec{a}$ по этому базису, если

$$\vec{m} = (1; -1; 2), \quad \vec{n} = (2; 0; 3), \quad \vec{p} = (-2; -1; 1), \quad \vec{a} = (5; -4; 13).$$

Задание № 2. Даны векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$. Выяснить, коллинеарны ли векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

$$\vec{m} = (28; -8; 8), \quad \vec{n} = (-21; 6; -6), \quad \vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}, \quad \vec{b} = 2\vec{n} - \vec{m}.$$

Задание № 3. Найти $|\vec{a}|$, если $|\vec{m}| = 6\sqrt{2}$, $|\vec{n}| = 2$, $\measuredangle \vec{m}, \vec{n} = 135°$, $\vec{a} = 6\vec{n} - \vec{m}$.

Задание № 4. Дан ΔABC. Найти $\angle B$, если $A(1; -1; 2), B(3; 3; 2), C(7; 1; 2)$.

Задание № 5. При каких `x` векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны?

$$\bar{a} = (x; 1; -4), \bar{b} = (x - 3; 12; x).$$

Задание № 6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{a} = 2\bar{m} - 5\bar{n},\ \bar{b} = \bar{m} + \bar{n},\ |\bar{m}| = 12,\ |\bar{n}| = 3,\ (\hat{\bar{m}, \bar{n}}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание № 7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание № 8. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Выяснить, компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$, и определить, какую (правую или левую) тройку эти векторы образуют.

$$\bar{a}(1;-1;5),\ \bar{b}(2;4;-2),\ \bar{c}(3;0;1).$$

Задание № 9. Для линейного оператора A заданы образы $A\bar{e}_1$, $A\bar{e}_2$, $A\bar{e}_3$ базисных элементов. Записать матрицу оператора A в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ и найти образ элемента $\bar{x}$.

$$A\bar{e}_1 = 7\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 - 2\bar{e}_3,\quad A\bar{e}_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 4\bar{e}_3,\quad A\bar{e}_3 = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3,$$

$$\bar{x} = 2\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

Задание № 10. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

РГР № 3 «Аналитическая геометрия»

Задание № 1. Прямая l_1 проходит через точку A параллельно вектору $\bar{q}$. Прямая l_2 проходит через точку B перпендикулярно вектору $\bar{n}$. Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если $A(3;5),\ \bar{q}(1;3),\ B(0;5),\ \bar{n}(-3;4)$.

Задание № 2. Дана прямая l_1. Прямая l_2 проходит через точки A и B. Найти расстояние от точки пересечения прямых l_1 и l_2 до прямой l_3.

$$l_1: \begin{cases} x = -8t - 3 \\ y = 3t + 4, \end{cases} \qquad A(4;0),\ B(7;3),\quad l_3: 9x - 12y + 2 = 0.$$

Задание № 3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости α, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\bar{n}$, если $M_0(0; 1; 7)$, $A(2; -1; 4)$, $\bar{n}(6; 22; -3)$.

Задание № 4. Найти угол между плоскостью α и плоскостью β, проходящей через точки A, B и C, если $\alpha: 5x + y + 4z - 28 = 0$, $A(5;2;5), B(3;7;0), C(-4;-3;-1)$.

Задание № 5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями.

$$\begin{cases} x + 2y - 9z - 10 = 0; \\ 3x + 4y + 8z - 24 = 0. \end{cases}$$

Задание № 6. Найти точку пересечения прямой l с плоскостью α и угол между ними.

$$l: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-2}; \quad \alpha: x + 2y - 3z - 12 = 0.$$

Задание № 7. Прямая l_1 проходит через точки A и B. Прямая l_2 проходит через точку M перпендикулярно плоскости α. Найти угол между прямыми l_1 и l_2 и выяснить, лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$$A(9;-3;1),\ B(4;4;-5),\ M(-1;11;-11), \quad \alpha: 2x + 3y - z - 1 = 0.$$

Задание № 8. Для данной кривой $\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ указать фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

Задание № 9. Привести уравнение кривой $9x^2 - 25y^2 - 18x + 200y - 616 = 0$ к каноническому виду и построить кривую.

Контрольные задания (примеры)

Вариант (линейная алгебра)

1. Найти значения матричного многочлена $f(A)$, если

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду: $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$.

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$.

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б).

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$; (б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а). Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б).

(а) $\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3; \end{cases}$ (б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13. \end{cases}$

Вариант (векторная алгебра)

1. Найти разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$, если

$$\vec{x} = (5;-12;1), \quad \vec{p} = (1;-3;0), \quad \vec{q} = (1;-1;1), \quad \vec{r} = (0;-1;2).$$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, если $\vec{a} = (2;0;1)$, $\vec{b} = (-2;3;2)$?

3. Дана пирамида с вершинами в точках

$$A_1(-2;4;8),\quad A_2(4;-1;2),\quad A_3(-8;7;10),\quad A_4(-3;4;-2).$$

Найти:

а) угол между рёбрами A_1A_2 и A_1A_4;

б) объём пирамиды;

в) длину высоты, опущенной на грань $A_1A_2A_3$;

г) длину медианы, проведённой из вершины A_1 к ребру A_2A_3.

4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

$\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 2$, угол между $\vec{p}$ и $\vec{q}$ равен $\pi/4$.

Вариант (аналитическая геометрия)

1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, содержащей точки M_1, M_2, M_3, где

$M_0(-9;10;2)$, $M_1(0;7;-4)$, $M_2(4;8;-1)$, $M_3(-2;1;3)$.

2. Выписать канонические уравнения прямой $\begin{cases} x+y+z-2=0, \\ x-y-3z+6=0. \end{cases}$

3. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-4}$ и плоскости $x+y+2z-9=0$.

4. Найти точку P_1, симметричную точке $P(0;-1;3)$ относительно прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 и перпендикулярной прямой M_1M_2, если $M_0(3;2;0)$, $M_1(4;1;5)$, $M_2(2;-1;4)$.

6. Найти косинус угла между плоскостями $3x-y+3=0$ и $x-2y+5z-10=0$.

Вариант заданий промежуточного теста

1.1. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду: $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$.

1.2. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

1.3. Решить по формулам Крамера систему $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13. \end{cases}$

2.1. Найти разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$, если

$$\vec{x} = (5;-12;1),\quad \vec{p} = (1;-3;0),\quad \vec{q} = (1;-1;1),\quad \vec{r} = (0;-1;2).$$

2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

$\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 2$, угол между $\vec{p}$ и $\vec{q}$ равен $\pi/4$.

2.3. Дана пирамида с вершинами в точках $A_1(6;1;3)$, $A_2(6;-2;-3)$, $A_3(2;2;0)$, $A_4(-5;1;0)$. Найти длину медианы, проведённой из вершины A_1 к ребру A_2A_3.

3.1. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-4}$ и плоскости $x+y+2z-9=0$.

3.2. Найти точку P_1, симметричную точке $P(0;-1;3)$ относительно прямой $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$.

3.3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 и перпендикулярной прямой M_1M_2, если $M_0(3;2;0)$, $M_1(4;1;5)$, $M_2(2;-1;4)$.

4.1. Дана кривая второго порядка $x^2+4y^2-12x+16y+16=0$. Найти каноническое уравнение кривой и построить её.

4.2. Составить матрицу перехода от базиса $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ к базису $\vec{e}_1'$, $\vec{e}_2'$, $\vec{e}_3'$, если

$$\vec{e}_1'=2\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3,\quad \vec{e}_2'=\vec{e}_1-\vec{e}_2+\vec{e}_3,\quad \vec{e}_3'=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+\vec{e}_3.$$

Критерии оценки:
- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускал существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.

Для проведения текущего контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются промежуточные (пробные) тесты.

3.2. Промежуточная аттестация

Комплект вопросов
по дисциплине «Линейная алгебра»

Линейная и векторная алгебра

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции над матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц, свойства операции умножения матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Ранг матрицы. Теорема Кронекера—Капелли.
13. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений однородной системы.
14. Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства.
15. Линейная комбинация векторов.
16. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
17. Понятие базиса векторного пространства. Координаты вектора.

18. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
19. Правая и левая упорядоченные тройки векторов.
20. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов в ортонормированном базисе.
21. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
22. Линейные пространства.
23. Матрица перехода от одного базиса к другому базису.
24. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора (матрицы).

Аналитическая геометрия

1. Системы координат. Прямоугольные (декартовы) координаты на плоскости и в пространстве.
2. Полярная система координат.
3. Различные типы уравнений плоскости и прямой.
4. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью.
5. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.
6. Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.
7. Кривые второго порядка, их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.
8. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы.
9. Уравнение поверхности второго порядка.
10. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конусов, гиперболоидов, параболоидов.

Типовые варианты экзаменационных билетов
по дисциплине «Линейная алгебра»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Линейная алгебра»
Направление подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.
2. Решить матричное уравнение $XB = A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Решить систему методом обратной матрицы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1, \\ 2x_1 - 3x_2 = 12. \end{cases}$
4. Даны векторы $\vec{a} = (-5; 9; 8)$, $\vec{b} = (-3; 1; -2)$, $\vec{c} = (-8; 10; -10)$. Проверить, компланарны ли они. Если нет, то найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
5. Найти угол между векторами $\vec{a} = (1; -2; -2)$ и $\vec{b} = (2; 0; 1)$.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «__»____2025 г., протокол № ___

Заведующий кафедрой (подпись) (расшифровка подписи)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Линейная алгебра»
Направление подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Вычислить определитель матрицы $\mathrm{C} = A^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Решите систему уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 12, \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$
4. Показать, что векторы $\vec{m} = (1; -1; 2)$, $\vec{n} = (2; 0; 3)$, $\vec{p} = (-2; -1; 1)$ образуют базис в пространстве.
5. Дано общее уравнение прямой $-2x + 3y - 5 = 0$. Написать: уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнение прямой в отрезках; нормальное уравнение прямой.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «__»____2025 г., протокол № ___

Заведующий кафедрой (подпись) (расшифровка подписи)

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.