Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по обеспечению деятельности
Дата подписания: 25.06.2026 12:15:50
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Транспортный факультет

УТВЕРЖДАЮ
И.о. декана
/М.Р. Рыбакова/
«26» февраля 2026 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Направление подготовки/ специальность
13.03.03 «Энергетическое машиностроение»

Профиль/ специализация
Поршневые двигатели и турбомашины

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва, 2026

Разработчик:

Канд. физ.-мат. наук, доцент _____ /Е.А. Коган/

Зав. кафедрой «Математика»,
канд. техн. наук _____/О.М. Баранова/

Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине 4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы 4
3. Структура и содержание дисциплины 5
3.1. Виды учебной работы и трудоемкость **5**
3.2. Тематический план изучения дисциплины **6**
3.3. Содержание разделов дисциплины **8**
3.4. Тематика практических занятий по дисциплине **9**
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение 11
4.1. Нормативные документы и ГОСТы **12**
4.2. Основная литература **12**
4.3. Дополнительная литература **12**
4.4. Электронные образовательные ресурсы **12**
4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение **13**
5. Материально-техническое обеспечение дисциплины 14
6. Методические рекомендации 15
7. Фонд оценочных средств 17
7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения **17**
7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения **18**
7.3. Оценочные средства **21**

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным *целям* освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным *задачам* освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Математический анализ» направлено на формирование у обучающихся следующих:

Код и наименование компетенций	**Индикаторы достижения компетенции**
ОПК-3. Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	ИОПК-3.1. Умеет применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач. ИОПК-3.2. Умеет применять методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина **«Математический анализ»** относится к **обязательной части блока Б.1** учебного плана (код дисциплины: Б1.1.26.2) и изучается в **2-м семестре**. Промежуточная аттестация – **экзамен**.

Дисциплина является **обеспечивающей** для компетенции ОПК-3, формируя математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления, необходимый для решения профессиональных задач в области энергетического машиностроения.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных при освоении следующих дисциплин и курсов:

- **Математика** (в рамках среднего общего образования): знание элементарных функций, основ алгебры и геометрии.
- **Линейная алгебра** (Б1.1.26.1, 1 семестр): знание матричного аппарата, методов решения систем линейных уравнений, векторной алгебры необходимо для успешного освоения разделов математического анализа.

Основные положения дисциплины используются в дальнейшем при изучении следующих дисциплин и освоении элементов образовательной программы:

- **Физика** (Б1.1.26.3, 2-3 семестры): методы дифференциального и интегрального исчисления применяются для описания физических процессов (кинематика, динамика, электромагнетизм).
- **Теоретическая механика** (в рамках профессионального цикла): математический аппарат используется при решении задач кинематики и динамики материальной точки и твердого тела.
- **Сопротивление материалов** (Б1.1.15, 3-4 семестры): методы интегрального исчисления применяются при расчетах напряженно-деформированного состояния элементов конструкций.
- **Электротехника и электроника** (Б1.1.7, 4 семестр): дифференциальные уравнения используются при анализе переходных процессов в электрических цепях.
- **Теория рабочих процессов поршневых двигателей** (Б1.1.20, 4 семестр): математический анализ применяется при построении математических моделей рабочих процессов, расчете индикаторных диаграмм, анализе тепловых процессов.
- **Вычислительная гидрогазодинамика в проектировании и верификации двигателей** (Б1.1.19, 4-5 семестры): методы численного дифференцирования и интегрирования являются основой для решения уравнений газовой динамики.
- **Расчет и оптимизация деталей двигателя** (Б1.2.9, 6 семестр): методы оптимизации, основанные на дифференциальном исчислении, применяются при проектировании деталей.
- **Подготовка и защита выпускной квалификационной работы**: результаты освоения дисциплины используются при математическом моделировании и обработке экспериментальных данных.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы -144 часа.

3.1. Виды учебной работы и трудоемкость

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестр 2
1	**Аудиторные занятия**	72	72
	В том числе:		
11.	Лекции	18	18
12.	Семинарские/практические занятия	54	54
1	Лабораторные занятия	-	-
2	**Самостоятельная работа**	72	72
3	**Промежуточная аттестация**		
	Экзамен	Экзамен	Экзамен
	Итого	144	144

3.2. Тематический план изучения дисциплины

№ п/п	Название раздела / темы	Всего часов	Аудиторная работа	Лекции	Семинарские/ практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
Семестр 2	**Математический анализ**	**144**	**72**	**18**	**54**	**–**	**72**
1	Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Предел числовой последовательности и функции. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые	16	8	2	6	–	8
2	Раздел 1. Непрерывность функции. Точки разрыва. Производная функции. Правила дифференцирования. Производные высших порядков. Дифференциал	20	10	2	8	–	10
3	Раздел 1. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Исследование функций и построение графиков. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке	24	12	4	8	–	12

№ п/п	Название раздела / темы	Всего часов	Аудиторная работа	Лекции	Семинарские/ практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
4	Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Производная по направлению. Градиент	20	10	2	8	–	10
5	Раздел 2. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума	12	6	2	4	–	6
6	Раздел 3. Интегральное исчисление. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций	24	12	4	8	–	12
7	Раздел 3. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла.	16	8	2	6	–	8

№ п/п	Название раздела / темы	Всего часов	Аудиторная работа	Лекции	Семинарские/ практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
	Несобственные интегралы						
8	Раздел 3. Кратные интегралы. Двойной интеграл. Вычисление и приложения	12	6	–	6	–	6
Итого за 2 семестр		**144**	**72**	**18**	**54**	**–**	**72**

3.3. Содержание разделов дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке бакалавра, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Построение графиков функций. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Тема 2. Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация.

Тема 3. Производная функции. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

Тема 4. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Раскрытие неопределенностей различного типа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Тема 5. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 1. Функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

Тема 2. Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

Раздел 3. Интегральное исчисление

Тема 1. Первообразная. Теорема существования неопределенного интеграла. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования.

Методы интегрирования с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям.

Интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 2. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.

Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов.

Тема 3. Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

Тема 4. Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Правила вычисления двойных интегралов.

3.4. Тематика практических занятий по дисциплине

«Математический анализ»

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование семинарского/практического занятия	Трудоемкость (час.)
1	Раздел 1	Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Правила предельного перехода	2
2	Раздел 1	Предел функции. Теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы	2
3	Раздел 1	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые. Раскрытие неопределенностей	2
4	Раздел 1	Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Точки разрыва функции, их классификация	2

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование семинарского/практического занятия	Трудоемкость (час.)
5	Раздел 1	Производная функции. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования	2
6	Раздел 1	Таблица производных основных элементарных функций. Техника дифференцирования	2
7	Раздел 1	Дифференцирование обратных функций, функций, заданных неявно, параметрически. Логарифмическое дифференцирование	2
8	Раздел 1	Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов	2
9	Раздел 1	Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей различного типа	2
10	Раздел 1	Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления	2
11	Раздел 1	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы	2
12	Раздел 1	Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции	2
13	Раздел 1	Полное исследование функции и построение графика. Примеры	2
14	Раздел 1	Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Самостоятельная работа №1	2
15	Раздел 2	Функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Частные производные. Полный дифференциал	2
16	Раздел 2	Производные сложной функции нескольких переменных. Производная функции, заданной неявно	2
17	Раздел 2	Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца	2
18	Раздел 2	Производная по направлению. Градиент	2
19	Раздел 2	Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Примеры	2

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование семинарского/практического занятия	Трудоемкость (час.)
20	Раздел 2	Самостоятельная работа №2 по функциям нескольких переменных	2
21	Раздел 3	Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Метод непосредственного интегрирования	2
22	Раздел 3	Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала	2
23	Раздел 3	Метод интегрирования по частям	2
24	Раздел 3	Интегрирование рациональных дробей	2
25	Раздел 3	Интегрирование некоторых видов иррациональных функций	2
26	Раздел 3	Интегрирование тригонометрических функций	2
27	Раздел 3	Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница	2
28	Раздел 3	Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле	2
29	Раздел 3	Приложения определенного интеграла в геометрии (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой)	2
30	Раздел 3	Приложения определенного интеграла в геометрии (вычисление объемов, площадей поверхности)	2
31	Раздел 3	Несобственные интегралы первого и второго рода. Сходимость и расходимость	2
32	Раздел 3	Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной интеграл, его свойства	2
33	Раздел 3	Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Изменение порядка интегрирования	2
34	Раздел 3	Геометрические и физические приложения кратных интегралов. Контрольное тестирование	2
Итого за 2 семестр			**68**

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. ФГОС 13.03.03 «Энергетическое машиностроение» (уровень бакалавриата). Утверждён приказом Минобрнауки России от 28 февраля 2018 г. № 14.
2. Академический учебный план по направлению подготовки: 13.03.03 «Энергетическое машиностроение» Профиль «Проектирование и эксплуатация двигателей для транспорта и малой энергетики». Форма обучения – очная. 2025.
3. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
4. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

4.2. Основная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник для вузов, 15-е изд., стер. СПб, Лань. 2023. Часть 1. 444 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник для вузов, 14-е изд., стер. СПб, Лань. 2023. Часть 2. 464 с.
3. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2015. - 444 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/71994 - Загл. с экрана.]

4.3. Дополнительная литература

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. В 2-х томах. М.: Интеграл - Пресс, 2009 – 416, 544 с. 180 экз.
2. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Части 1-4. М.: МГИУ, 2012. 400 экз.
3. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Дашков и К, 2017. - 510 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/93522. - Загл. с экрана.]
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: учебник для вузов в 3-х томах. М.: Дрофа, 2009.
5. Интегральное исчисление функций одной и нескольких переменных. Теория поля: методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Показеев В.В., Теуш Б.Л., Ткаченко О.И.. М.: МГТУ «МАМИ», 2009.
6. Математический анализ. Теория пределов и дифференциальное исчисление: основные положения теории, методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Короткова Н.Н., Ткаченко О.И. М.: МГТУ «МАМИ», 2009.

4.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных

кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:.

Элементы математического анализа	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=313
Интегральное исчисление функций одной переменной	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3781
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3362
Дополнительные главы математического анализа	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3592

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке московского политеха
https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1 .
Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (http://mospolytech.ru/index.php?id=4486,
http://mospolytech.ru/index.php?id=5822);
Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:
http://exponenta.ru, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm.*
Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Наименование	Разработчик ПО (правообладатель)	Доступность (лицензионное, свободно распространяемое)	Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии)
1	Astra Linux Common Edition	ООО "РУСБИТЕХ-АСТРА"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036
2	МойОфис	ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375

4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			
	Stack Overflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http:// www.consultant.ru	Доступно
	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru.	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			
	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

6. Методические рекомендации

6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс матанализа разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и формах текущей и промежуточной аттестаций по дисциплине, сроках их проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

4.1.1. Образовательные технологии

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2. Методические указания для обучающихся по освоению

дисциплины

Раздел 1: дифференциальное исчисление функций одной переменной

При изучении дифференциального исчисления функций одной переменной обратите внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределенности $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty, 1^{\infty}\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталя, различные приемы раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал - это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции).

Обратите внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.

Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

Раздел 2: дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

При изучении данного раздела обратите внимание на то, что функция двух переменных имеет наглядный геометрический смысл – это поверхность в трехмерном пространстве

Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала и особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции $z = z(x, y)$ смешанные частные производные второго порядка равны между собой: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ (теорема Шварца), то есть порядок дифференцирования не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента.

Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

Раздел 3: интегральное исчисление

В интегральном исчислении решается задача, обратной той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении: необходимо найти для данной функции $f(x)$ такую функцию, производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций – достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент «возьмет» достаточно большое количество интегралов разного типа.

Надо твердо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям, приемы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определенных, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов – построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.

Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определенных интегралов – формулу Ньютона – Лейбница, геометрические и физические приложения определенных и кратных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объем и площадь поверхности тел вращения.

7. Фонд оценочных средств

Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов предусмотрен фонд оценочных средств (ФОС), позволяющий оценить достижение запланированных результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций. Фонд оценочных средств состоит из комплектов контрольно-оценочных средств. Комплекты контрольно-оценочных средств включают в себя контрольно-оценочные материалы, позволяющие оценить знания, умения и уровень приобретенных компетенций.

7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

Сформированность компетенций при изучении дисциплины определяется посредством оценки соответствия ответов и/или выполнения заданий заявленным индикаторам в рамках мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации (экзамена). Дисциплина «Математический анализ» является обеспечивающей для компетенции ОПК-3, формируя математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления, необходимый для решения профессиональных задач в области энергетического машиностроения.

В процессе изучения дисциплины оценивается сформированность следующих компетенций и индикаторов:

ОПК-3. Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

Индикаторы достижения компетенции:

- **ИОПК-3.1.** Умеет применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.
- **ИОПК-3.2.** Умеет применять методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

В процессе изучения дисциплины используются следующие методы контроля.

Практические занятия

В ходе выполнения практических заданий (вычисление пределов, производных, интегралов, исследование функций, решение задач с частными производными и кратными интегралами) оценивается способность студента применять теоретические знания для решения конкретных математических задач. Проверяемые индикаторы: ИОПК-3.1, ИОПК-3.2.

Расчетно-графические работы (РГР)

Расчетно-графические работы выполняются студентом самостоятельно по индивидуальному заданию. В семестре выполняется 3 РГР: по дифференциальному исчислению функций одной переменной, по функциям нескольких переменных, по интегральному исчислению. Каждая РГР включает расчетную и графическую части и защиту. Проверяемые индикаторы: ИОПК-3.1, ИОПК-3.2.

Контрольные работы / самостоятельные работы

Контрольные работы (самостоятельные работы) проводятся в аудитории после завершения изучения основных разделов дисциплины. Проверяемые индикаторы: ИОПК-3.1, ИОПК-3.2.

Тестирование

Тестирование проводится после завершения изучения разделов дисциплины и включает вопросы закрытого и открытого типа, направленные на проверку знаний основных понятий, теорем и методов математического анализа. Проверяемые индикаторы: ИОПК-3.1, ИОПК-3.2.

Экзамен

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена по завершении изучения дисциплины. Экзамен позволяет комплексно оценить знания, умения и навыки студента по всем разделам дисциплины. Экзамен проводится в устной форме. Экзаменационный билет включает два теоретических вопроса и практическое задание (задачу). Количество дополнительных вопросов зависит от полноты ответа студента. Результаты экзамена определяют итоговую оценку по дисциплине.

К промежуточной аттестации допускаются студенты, выполнившие все виды учебной работы, предусмотренные рабочей программой по дисциплине «Математический анализ» (выполнили и защитили расчетно-графические работы, контрольные/самостоятельные работы, тесты). Проверяемые индикаторы: ИОПК-3.1, ИОПК-3.2.

7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине «Математический анализ».

Критерии оценки текущего контроля успеваемости

Критерии оценки расчетно-графических работ (РГР)

Расчетно-графическая работа выполняется студентом самостоятельно по индивидуальному заданию. Защита проводится в формате «вопрос-ответ».

Оценка	Описание
Отлично	РГР сдана в срок, расчетная и графическая части выполнены верно, оформление соответствует требованиям. При защите студент уверенно отвечает на вопросы, аргументирует полученные результаты.
Хорошо	РГР сдана в срок, расчетная часть выполнена верно, в графической части есть незначительные замечания. При защите студент в целом отвечает на вопросы, но допускает отдельные неточности.
Удовлетворительно	РГР сдана с нарушением срока, в расчетной части есть замечания, метод выполнения графической части выбран верно. При защите студент испытывает затруднения при ответах на вопросы.
Неудовлетворительно	РГР не сдана или в расчетной и графической частях есть грубые ошибки. При защите студент не может ответить на вопросы по существу.

Критерии оценки контрольных работ (самостоятельных работ)

Контрольная работа проводится в письменной форме и является проверкой приобретенных в процессе изучения дисциплины знаний.

Оценка	Описание
Отлично	Работа выполнена полностью, без ошибок и недочетов. Студент демонстрирует глубокое понимание теоретического материала, правильно применяет методы математического анализа.
Хорошо	Работа выполнена полностью, но имеются незначительные ошибки или недочеты (не более 2-3). Студент в целом владеет материалом, но допускает отдельные неточности.
Удовлетворительно	Работа выполнена не полностью (не менее 60% заданий), либо содержит существенные ошибки. Студент демонстрирует базовое понимание материала, но испытывает затруднения при применении методов.
Неудовлетворительно	Работа выполнена менее чем на 60%, либо содержит грубые ошибки. Студент не владеет основным материалом.

Критерии оценки тестирования

Тестирование проводится после завершения изучения разделов дисциплины.

Оценка	Описание
Зачтено	Выполнено верно более 70% заданий теста. Студент демонстрирует знание основных понятий, теорем и методов математического анализа.

Оценка	Описание
Не зачтено	Выполнено верно менее 70% заданий теста. Студент не владеет основным материалом, допускает грубые ошибки.

Критерии оценки промежуточной аттестации (экзамен, 2 семестр)

Промежуточная аттестация в 2-м семестре проводится в форме экзамена. Экзамен проводится в устной форме. Экзаменационный билет включает два теоретических вопроса и одно практическое задание (задачу).

К промежуточной аттестации допускаются студенты, выполнившие все виды учебной работы, предусмотренные рабочей программой на 2-й семестр (выполнили и защитили расчетно-графические работы, контрольные/самостоятельные работы, тесты).

Оценка	Описание
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует полное соответствие знаний, умений, навыков индикаторам компетенции ОПК-3, свободно владеет понятийным аппаратом математического анализа, умеет применять теоретические знания для решения практических задач. Ответы на теоретические вопросы полные, логичные, аргументированные. При решении практических задач демонстрирует уверенное владение методами дифференциального и интегрального исчисления.
Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков индикаторам компетенции ОПК-3, но допускает отдельные неточности в формулировках или при решении практических задач. Ответы на теоретические вопросы в целом правильные, но не всегда полные и аргументированные.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует частичное соответствие знаний, умений, навыков индикаторам компетенции ОПК-3, допускает существенные ошибки в изложении теоретического материала или при решении практических задач. Ответы на дополнительные вопросы неуверенные, требуют наводящих вопросов.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков индикаторам компетенции ОПК-3, допускает грубые ошибки, не может решить практические задачи, не владеет терминологией.

Соответствие методов контроля проверяемым индикаторам компетенций

В процессе изучения дисциплины оценивается сформированность знаний и навыков, необходимых для освоения индикаторов компетенции ОПК-3. Дисциплина является обеспечивающей для указанной компетенции.

Индикатор компетенции	Методы контроля
ИОПК-3.1. Умеет применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач	Практические занятия, расчетно-графические работы, контрольные работы, тестирование, экзамен
ИОПК-3.2. Умеет применять методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	Практические занятия, расчетно-графические работы, контрольные работы, экзамен

Оценка сформированности знаний и навыков осуществляется комплексно с использованием всех методов контроля. Результаты текущего контроля (практические занятия, расчетно-графические работы, контрольные работы, тестирование) и промежуточной аттестации (экзамен) учитываются при формировании итоговой оценки по дисциплине.

7.3. Оценочные средства

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Контрольные задания
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Вариант теста
5	Экзаменационные билеты (к зачету) (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты (к зачету)

7.3.1. Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Содержание расчетно-графических работ.

Расчетно-графическая работа №1 по дифференциальному исчислению функций одной переменной

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:
Предел числовой последовательности, предел функции.
Исследование функции на непрерывность.
Вычисление производных функции.
Исследование функции, построение графиков.

Расчетно-графическая работа № 2 по функциям нескольких переменных.

Краткое содержание расчетно-графической работы:
Функции нескольких переменных. Частные производные. Производные от сложных функций. Производная по направлению и градиент. Экстремум функции двух переменных.

Расчетно-графическая работа № 3 по интегральному исчислению.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:
Первый этап:
Методы интегрирования. Вычисление неопределенных интегралов.
Второй этап:
Приложения определенных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов.

Комплект заданий
для выполнения расчетно-графических работ (РГР)
по дисциплине **«Математический анализ»**

Теория пределов и дифференцирование функции одной переменной

1. Найти пределы:

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$, $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-10}{n+1}\right)^{3n+1}$.

$\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{2x^2+11x+15}{x+3}$. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{4x^2}{\sin^2 3x}$.

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж:

$$y=\begin{cases}0, & x\le-\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge0\end{cases}$$

3. Найти производную функции:

$y=\dfrac{2\left(3x^3+4x^2-x-2\right)}{15\sqrt{1+x}}$. $y=\ln\arcsin\sqrt{1-e^{2x}}$.

$$y = \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}x - \operatorname{ctg}x}{\sqrt{2}}.$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{3t^2+1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\dfrac{t^3}{3} + t\right). \end{cases}$$

$$y = \frac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}$$

$$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}} + \sin\ln 2x$$

$$y = arctg^3 \ln\frac{\sqrt{x}}{x+2}$$

$$y = \left(\sqrt{x}\right)$$

$$\sin(x-2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$$

$$x = e^{-t}\cos t,\ y = e^t \cos t$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0: $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, \quad x_0 = 4.$

5. Провести полное исследование и построить график $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

Функции нескольких переменных

1. Найти частные производные второго порядка, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$: $z = \dfrac{x^2+3y^2}{xy}$

2. Найти градиент функции $z = f(x,y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$: $z = \dfrac{y^2}{\sqrt{x}}$, $M_0(4,6)$.

3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - x + y^2 + 2y$.

Интегрирование

Вычислить неопределенные интегралы

$$\int \frac{dx}{2(x+\sqrt{x})}, \quad \int x\cdot 2^{-x}dx, \quad \int (x+1)e^x dx, \quad \int x\cos 3x dx, \quad \int e^x \cos x dx,$$

$$\int \frac{dx}{x^2-6x+18}, \quad \int \frac{dx}{x^2+6x+5}, \quad \int \frac{x+18}{(x-6)(x+2)}dx, \quad \int \frac{x+1}{x^2+3}dx, \quad \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}dx,$$

Вычислить определенные интегралы

$$\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x\cos x dx, \quad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}}, \quad \int_0^1 (x-1)e^x dx, \quad \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}},$$

$$\int_1^6 \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}, \quad \int_{-2}^2 \frac{1+x^2}{arctgx}dx, \quad \int_1^{-4} \frac{dx}{(3x+5)^2}, \quad \int_0^1 \frac{x^2+2x}{x^2+1}dx,$$

$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$, $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$, $\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x\cos x dx$, $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$,

$\int_0^1 (x-1)e^x dx$, $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$.

Несобственные интегралы

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$\int_1^{\infty} \sqrt{x}dx$, $\int_1^{\infty} x^{-3}dx$, $\int_1^{\infty} \sqrt{x^5}dx$.

2. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_1^{\infty} \ln x dx$

4. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}}$, установить его сходимость или расходимость.

5. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

Кратные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле

a. $\int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x,y)dy$, b. $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x,y)dx$.

2. Вычислить $\iint_{(D)} (10 - x^2 - y^2)dxdy, \quad D = \{(x,y) \mid 1 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 2\}$.

3. Вычислить

$\iint_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3\right)dxdy;$

$D:\ x = 1,\ y = x^2,\ y = -\sqrt{x}.$

4. Вычислить

$\iint_{(D)} (x^2 + y)dxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями

$y = x/2, \quad y = 2x, \quad y = 2/x\ \ (x > 0)$.

---

5. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями

$y = 3/x,\ y = 4e^x,\ y = 3,\ y = 4.$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\ y = -x + 2$

8. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = x^3,\quad y = 1,\quad x = 0$.

9. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\quad y^2 = x$.

Контрольные работы (примеры)

Вариант

1. Построить график: $y = 3\cos 2x$
2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{e^{2x^2}-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$

4) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2 - x - 1}}{\ln(x-1)}$ 5) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1 + x\cos 2x}{1 + x\cos x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ 6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - x + 1}\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y = \begin{cases} -x, & x \le 0 \\ x^2, & 0 \le x < 2 \\ 3, & x > 2 \end{cases}$

Вариант

1. Найти производную y'_x:

а) $y = arctg^3 \ln \dfrac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y = \left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x - 2y) + \dfrac{x^3}{y} = 7x$ г) $x = e^{-t}\cos t,\ y = e^t \cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\operatorname{arctg} x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$.

Вариант.

№1. Вычислить производную по направлению $\frac{\partial u}{\partial s}$ и найти модуль вектора градиента для функции $u = 2xy + \frac{x}{\sqrt{y}} + z^3$ в точке $A(6;9;1)$ в направлении, составляющем с осями координат углы $\cos\alpha = \frac{3}{7},\ \cos\beta = \frac{6}{7},\ \gamma < \frac{\pi}{2}$.

№2. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(1 - 4x^2 - 4y) - 5$.

№3. $z = \ln(y - x^4)$, $x = \sqrt{\sin t}$, $y = \cos t$. Найти $\frac{dz}{dt}$.

Вариант

В ы ч и с л и т ь:

1. $\int_9^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} - 2}$.

2. $\int_1^2 (2x+1)\cdot \ln x\, dx$.

3. $\int \frac{3x^2 - 4}{x^2 + 4x} dx.$

4. $\int \frac{\sin^3 3x}{\cos^2 3x} dx.$

5. $\int \frac{2x - 1}{\sqrt{4 - 2x - x^2}} dx.$

1. Вычислить интегралы:

$\int_1^{+\infty} xe^{-x^2} dx$.

$\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln x}}$.

Изобразить область интегрирования и изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int_{-4}^{0} dx \int_{0}^{\sqrt{25-x^2}} f(x;y)dy.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2 - x^2,\ y = x.$$

Вариант заданий тренировочного теста.

Задачи

1 часть 1. $y = \sin\ln x,\ y', y'' - ?$ 2. $y = \frac{\operatorname{arcctg}\sqrt[3]{x}}{x},\ dy - ?$ 3. $y = 3x^2 + xe^x, x_0 = 2, \Delta x = 0{,}1, \Delta y - ?$

4. Найти производную y'_x:

а) $y = \sqrt[5]{\sin^4 \frac{x-3}{x}}$

б) $y = x^{\operatorname{arctg} 7x}$

в) $e^{xy} + \frac{y}{x} = \cos 3x$

г) $x = \cos t + \sin t,\ y = \sin t - t\cos t$

5. Исследовать на экстремум $f(x) = (x-3)^2(x-5)$.

6. Найти интервалы монотонности $y = \frac{e^{2x}}{x}$.

7. Найти наибольшее, наименьшее значение функции $f(x) = \frac{x^3}{3} - 16x$ на отрезке $[-5;1]$.

8. Построить касательную к графику функции $f(x) = 3\arccos x^2$ в точке $x = \frac{1}{2}$.

2 часть 9. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{e^{2x} - 1}$ 3) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 5x^2 + 6x}$ 4) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 3x}$

3 часть

10. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y = \begin{cases} 0, & x \le -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \ge 0 \end{cases}$.

11. Провести полное исследование и построить график $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.

Для проведения текущего контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются промежуточные (пробные) тесты.

3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация - (экзамен) проводится по билетам в устной форме.
Время для подготовки ответа на вопросы не более 45 мин.
Билет включает теоретический вопрос и задачи.
Комплекты экзаменационных билетов хранятся на кафедре «Математика».
Типовые варианты билетов прилагаются.

Комплект вопросов

по дисциплине **«Математический анализ»**

Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.

4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.
18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопиталя.
24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.
26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.

Функции нескольких переменных

1. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
2. Линии уровня функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
4. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
5. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
6. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
7. Производная функции нескольких переменных по направлению.
8. Производная по направлению и градиент скалярного поля.
9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

Интегральное исчисление

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
6. Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Универсальная тригонометрическая подстановка.
9. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
11. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
12. Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
13. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
14. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
15. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
16. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
17. Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
18. Вычисление площади поверхности тела вращения.
19. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
20. Несобственные интегралы от разрывных функций.

Типовые варианты билетов

по дисциплине **«Математический анализ»**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Математический анализ»
Курс 1, семестр 2

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x}+\sqrt{5-x}}$.
3. Найти градиент функции $z = y\sqrt{xy}$ в точке $M_0(1,4)$.
4. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$$\int_1^{\infty} \sqrt{x}dx, \quad \int_1^{\infty} x^{-3}dx, \quad \int_1^{\infty} \sqrt{x^5}dx.$$

5. Найдите экстремумы и точки перегиба функции $y = (x-1)e^{-x}$.

Утверждено на заседании кафедры математики «30» 04 2025 г., протокол № 7
Зав. кафедрой О.М. Баранова /_____/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Математический анализ»
Курс 1, семестр 2

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
2. Найти производную функции, заданной параметрически $x = \frac{t}{1+t^3}, \quad y = \frac{2t^2}{1+t^3}$.
3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - x + y^2 + 2y$.
4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$.
5. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, \quad y = 1, \quad x = 0$.

Утверждено на заседании кафедры математики «30» 04 2025 г., протокол № 7
Зав. кафедрой О.М. Баранова /_____/

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.