Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 18.06.2024 17:45:07
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет машиностроения

УТВЕРЖДАЮ

Декан

_____ /Е.В. Сафонов/

«15» февраля 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Направление подготовки
11.03.01 Радиотехника

Профиль
Интеллектуальная радиоэлектроника и промышленный интернет вещей

Квалификация
Бакалавр

Формы обучения
очная

Москва, 2024 г.

Разработчик:

Канд. физ.-мат. наук, доцент _____ /Е.А. Коган/

И.о. зав. кафедрой «Математика»,
канд. физ.-мат. наук _____ /Н.В. Васильева/

Согласовано:

Заведующий кафедрой «Автоматика и управление»,
д.т.н., профессор _____ /А.А. Радионов/

Руководитель образовательной программы
д.т.н., профессор _____ /А.А. Радионов/

Содержание

1 Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине 4
2 Место дисциплины в структуре образовательной программы 5
3 Структура и содержание дисциплины 6
3.1 Виды учебной работы и трудоемкость 6
3.2 Тематический план изучения дисциплины 6
3.3 Содержание дисциплины 9
3.4 Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий 10
3.5 Тематика курсовых проектов (курсовых работ) 11
4 Учебно-методическое и информационное обеспечение 11
4.1 Нормативные документы и ГОСТы 11
4.2 Основная литература 11
4.3 Дополнительная литература 11
4.4 Электронные образовательные ресурсы 12
4.5 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение 12
4.6 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы 13
5 Материально-техническое обеспечение 13
6 Методические рекомендации 14
6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения 14
6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 14
7 Фонд оценочных средств 16
7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения 17
7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения 17
7.3 Оценочные средства 22

1 Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

Цели дисциплины: обеспечить у будущего специалиста формирование достаточно фундаментальной математической подготовки и вооружить его конкретными знаниями, умениями и навыками, позволяющими согласовать фундаментальность математического курса с прикладной направленностью; развитие логического, конструктивного, наглядно-образного и алгоритмического мышления; выработка умения самостоятельно расширять и углублять математические знания; освоение необходимого математического аппарата, помогающего анализировать, моделировать и решать прикладные задачи; формирование у студента начального уровня математической культуры, достаточного для продолжения образования, научной работы или практической деятельности.

Задачи дисциплины: выработка ясного понимания необходимости математического образования в подготовке специалиста, бакалавра и представления о роли и месте математики в современной системе знаний; ознакомление с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и их взаимосвязью; формирование конкретных практических приемов и навыков постановки и решения математических задач, ориентированных на практическое применение при изучении дисциплин профессионального цикла; выработка у студентов умения на основе системного подхода строить и использовать модели для описания и прогнозирования различных явлений, осуществлять их качественный и количественный анализ; изучение основных математических методов применительно к решению научно-технических задач; обеспечение междисциплинарного подхода, в том числе внутри самой математики.

Обучение по дисциплине «Математический анализ» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование компетенций	**Индикаторы достижения компетенции**	**Наименование показателя оценивания**
ОПК-1. Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности;	ИОПК-1.1 Понимает фундаментальные законы природы; основные физические и математические методы накопления, передачи и обработки информации; ИОПК-1.2 Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера; ИОПК-1.3 Использует знания естественных наук и математики при решении практических задач.	**Знать:** Основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений в объеме, достаточном для изучения естественнонаучных дисциплин на современном научном уровне. **Уметь:** Использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать

		результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач. **Владеть:** навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Модулю "Математические и естественно-научные дисциплины" обязательной части блока Б1 «Дисциплины (модули)». Дисциплина непосредственно связана со следующими дисциплинами и практиками ООП:

Линейная алгебра;
Радиофизика;
Специальные главы математики;
Теория автоматического управления;
Физика;
Физические основы электроники;
Электродинамика и распространение радиоволн;
Электротехника.

3 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы 144 часа.

3.1 Виды учебной работы и трудоемкость

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестры
			2
1	**Аудиторные занятия**	**72**	**72**
	В том числе:		
1.1	Лекции	18	18
1.2	Семинарские/практические занятия	54	54
1.3	Лабораторные занятия	0	0
2	**Самостоятельная работа**	**72**	**72**
	В том числе:		
2.1	РГР	27	27
2.2	Подготовка к семинару	27	27
2.3	Подготовка к экзамену	18	18
3	**Промежуточная аттестация**		
	Зачет/диф.зачет/экзамен	-	Экзамен
	Итого	**144**	**144**

3.2 Тематический план изучения дисциплины

№ п/п	Разделы/темы дисциплины	Трудоемкость, час					
		Всего	Аудиторная работа				Самостоятельная работа
			Лекции	Семинарские/ практические занятия	Лабораторные занятия	Практическая подготовка	
1	**Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.**	**62**	**8**	**22**	**0**	**0**	**32**
1.1	Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Правила предельного перехода. Функция. Предел функции. Теоремы о пределах функции. Выдача заданий РГР № 1 по математическому анализу.		2	2	0	0	4
1.2	Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Эквивалентные бесконечно малые		0	4	0	0	4

	величины. Раскрытие неопределенностей разного типа.						
1.3	Непрерывность функций в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Точки разрыва функции, их классификация.		2	2	0	0	4
1.4	Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Техника дифференцирования		0	4	0	0	4
1.5	Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.		2	2	0	0	4
1.6	Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Тейлора. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.		0	4	0	0	4
1.7	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба.		2	2	0	0	4
1.8	Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Самостоятельная работа №1 на семинаре по функциям одной переменной		0	2	0	0	4
2	**Раздел 2. Функция нескольких переменных.**	**24**	**4**	**8**	**0**	**0**	**12**
2.1	Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. Выдача заданий РГР № 2 по функциям нескольких переменных		2	2	0	0	4
2.2	Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы		0	4	0	0	4

	высших порядков. Теорема Шварца. Производная по направлению. Градиент.						
2.3	Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Самостоятельная работа №2 на семинаре по функциям нескольких переменных		2	2	0	0	4
3	**Раздел 3. Интегральное исчисление**	**58**	**6**	**24**	**0**	**0**	**28**
3.1	Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. Выдача заданий РГР № 3 по интегральному исчислению		0	4	0	0	4
3.2	Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям		2	2	0	0	4
3.3	Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.		0	4	0	0	4
3.4	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле		2	2	0	0	4
3.5	Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов, площадей поверхности).		0	4	0	0	4
3.6	Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства.		2	2	0	0	4
3.7	Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Геометрические и физические приложения кратных интегралов. Контрольное тестирование		0	6	0	0	4
	Итого	**144**	**18**	**54**	**0**	**0**	**72**

3.3 Содержание дисциплины

Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Построение графиков функций. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Тема 2. Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация.

Тема 3. Производная функции. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

Тема 4. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Раскрытие неопределенностей различного типа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Тема 5. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 1. Функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

Тема 2. Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

Раздел 3. Интегральное исчисление

Тема 1. Первообразная. Теорема существования неопределенного интеграла. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. Методы интегрирования с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 2. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов.

Тема 3. Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

Тема 4. Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Правила вычисления двойных интегралов.

3.4 Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий

3.4.1 Семинарские/практические занятия

Практическое занятие 1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Правила предельного перехода. Функция. Предел функции. Теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы.

Практическое занятие 2. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Практическое занятие 3. Раскрытие неопределенностей различного типа

Практическое занятие 4. Непрерывность функций в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Точки разрыва функции. Примеры решения задач

Практическое занятие 5. Производная функции. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Техника дифференцирования

Практическое занятие 6. Дифференцирование обратных функций, функций, заданных неявно, параметрически, логарифмическое дифференцирование

Практическое занятие 7. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

Практическое занятие 8. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Раскрытие неопределенностей различного типа. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена.

Практическое занятие 9. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Практическое занятие 10. Полное исследование функций и построение графиков. Примеры

Практическое занятие 11. Полное исследование функций и построение графиков. Примеры (продолжение)

Практическое занятие 12. Линии и поверхности уровня. Частные производные и дифференциал первого порядка.

Практическое занятие 13. Полный дифференциал. Производные сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

Практическое занятие 14. Производная по направлению. Градиент.

Практическое занятие 15. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

Практическое занятие 16. Семинар по функциям нескольких переменных

Практическое занятие 17. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Метод непосредственного интегрирования.

Практическое занятие 18. Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям

Практическое занятие 19. Интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональных функций

Практическое занятие 20. Интегрирование тригонометрических функций.

Практическое занятие 21. Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Практическое занятие 22. Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой).

Практическое занятие 23. Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление объемов, площадей поверхности).

Практическое занятие 24. Несобственные интегралы первого и второго рода, их вычисление.

Практическое занятие 25. Задачи, приводящие к кратным интегралам. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Задачи на изменение порядка интегрирования в двойном интеграле

Практическое занятие 26. Геометрические и физические приложения кратных интегралов, примеры вычисления.

Практическое занятие 27. Контрольное тестирование по курсу.

3.4.2 Лабораторные занятия

Не предусмотрены

3.5 Тематика курсовых проектов (курсовых работ)

Не предусмотрены

4 Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1 Нормативные документы и ГОСТы

Не предусмотрены

4.2 Основная литература

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 444 с. — ISBN 978-5-507-45877-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/289001.

2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 2 / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 464 с. — ISBN 978-5-507-46113-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/297692.

3. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник / Л. Д. Кудрявцев. — 4-е изд., перераб. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2021 — Том 1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды — 2021. — 444 с. — ISBN 978-5-9221-1585-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/185644.

4.3 Дополнительная литература

1. Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений : учебное пособие / В. Б. Миносцев, В. Г. Зубков, В. А. Ляховский. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Часть 1 : Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра — 2022. — 544 с. — ISBN 978-5-8114-1558-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211352.

2. Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений : учебное пособие / В. Б. Миносцев, В. А. Ляховский, А. И. Мартыненко. — 2-е изд., испр. —

Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Часть 2 : Функции нескольких переменных. Интегральное исчисление. Теория поля — 2022. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-1559-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211355.

3. Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений : учебное пособие / В. Б. Миносцев, Н. А. Берков, В. Г. Зубков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Часть 3 : Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации — 2022. — 528 с. — ISBN 978-5-8114-1560-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211358.

4. Пушкарь, Е. А. Курс математики для технических высших учебных заведений : учебное пособие / Е. А. Пушкарь, Н. А. Берков, А. И. Мартыненко. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — Часть 4 : Теория вероятностей и математическая статистика — 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1561-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211382.

4.4 Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:

Элементы математического анализа	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=313
Интегральное исчисление функций одной переменной	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3781
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3362
Дополнительные главы математического анализа	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3592

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

4.5 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

1. Microsoft-Office
2. Microsoft-Windows

4.6 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

№	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			
1	Stack Overflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
2	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http:// www.consultant.ru	Доступно
3	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru.	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
4	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
5	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			
6	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
7	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5 Материально-техническое обеспечение

Аудитория для лекционных, практических занятий. Оборудование и аппаратура: аудиторная доска, возможность использования мультимедийного комплекса.

6 Методические рекомендации

6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс матанализа разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и формах текущей и промежуточной аттестаций по дисциплине, сроках их проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дифференциального исчисления функций одной переменной необходимо обратить внимание на понятие предела функции в точке и методы его

вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределенности $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty, 1^{\infty}\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталя, различные приемы раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал - это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции). Необходимо обратить внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.

Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

При изучении данного раздела необходимо обратить внимание на то, что функция двух переменных имеет наглядный геометрический смысл – это поверхность в трехмерном пространстве. Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала и особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции $z = z(x, y)$ смешанные частные производные второго порядка равны между собой: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ (теорема Шварца), то есть порядок дифференцирования не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента. Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

В интегральном исчислении решается задача, обратной той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении: необходимо найти для данной функции $f(x)$ такую функцию, производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций – достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент «возьмет» достаточно большое количество интегралов разного типа.

Надо твердо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям, приемы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определенных, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов – построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.

Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определенных интегралов – формулу Ньютона – Лейбница, геометрические и физические приложения определенных и кратных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объем и площадь поверхности тел вращения.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Задачи самостоятельной работы студента:

- развитие навыков самостоятельной учебной работы;
- освоение содержания дисциплины;
- углубление содержания и осознание основных понятий дисциплины;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий для эффективной подготовки к экзамену.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы:

- выполнение расчетно-графических работ;
- подготовка к экзамену;
- подготовка к семинару;

Для выполнения любого вида самостоятельной работы необходимо пройти следующие этапы:

- определение цели самостоятельной работы;
- конкретизация познавательной задачи;
- самооценка готовности к самостоятельной работе;
- выбор адекватного способа действия, ведущего к решению задачи;
- планирование работы (самостоятельной или с помощью преподавателя) над заданием;
- осуществление в процессе выполнения самостоятельной работы самоконтроля (промежуточного и конечного) результатов работы и корректировка выполнения работы;
- рефлексия;
- презентация работы.

7 Фонд оценочных средств

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- расчетно-графические работы;
- контрольные работы;
- тестирование;
- экзамен.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные задания индивидуально для каждого обучающегося.

В результате освоения дисциплины (модуля) формируются следующие компетенции:

Код компетенции	**Наименование компетенции выпускника**
ОПК-1	Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности

7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения

№ п/п	Вид контроля результатов обучения	Наименование контроля результатов обучения	Краткая характеристика контроля результатов обучения
1	Расчетно-графическая работа	Текущий	Обучающийся в течение семестра самостоятельно выполняет ряд расчетно-графических работ по теме раздела. При проверке преподаватель оценивает качество оформления, правильность расчетов.
2	Контрольная работа	Текущий	Решение контрольной работы осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела. Контрольная работа выполняется индивидуально каждым студентом. При проверке преподаватель оценивает правильность произведенных расчетов.
3	Тест	Текущий	Тестирование проводится на последнем занятии изучаемой темы. Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. В рамках тестирования проверяется знание теоретической базы.
4	Экзамен	Промежуточный	Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).

Показатель	**Критерии оценивания**			
	2	**3**	**4**	**5**
знать: основы дифференциального	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие	Обучающийся демонстрирует неполное	Обучающийся демонстрирует частичное	Обучающийся демонстрирует полное

и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений в объеме, достаточном для изучения естественнонаучных дисциплин на современном научном уровне.	или недостаточное соответствие следующих знаний: основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений.	соответствие следующих знаний: основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений.	соответствие следующих знаний: основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях.	соответствие следующих знаний: основы дифференциального и интегрального исчисления функции одной и нескольких переменных, векторного и гармонического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Свободно оперирует приобретенными знаниями.
уметь: использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач.	Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет: использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих умений: использовать математический аппарат при изучении естественнонаучных дисциплин; строить математические модели физических явлений, химических и технических процессов; анализировать результаты решения конкретных задач с целью построения более совершенных моделей; анализировать результаты эксперимента; применять методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях

		умениями при их переносе на новые ситуации.		повышенной сложности.
владеть: навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем.	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем.	Обучающийся в недостаточной степени владеет: навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем. Обучающийся испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет: навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем. Навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет: навыками применения методов дифференцирования и интегрирования функций, основных аналитических и численных методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений и их систем. Свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания промежуточной аттестации: экзамена.

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности, не испытывает затруднений при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует частичное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует

	полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент не может оперировать знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

Шкала оценивания текущего контроля.

Наименование контроля результатов обучения	Шкала оценивания	Описание
Расчетно-графическая работа	Отлично - Работа сдана в срок, расчетная и графическая части выполнены верно, либо имеются недочеты, не влияющие на конечный результат. Хорошо - расчетная часть выполнена верно, в графической части есть замечания Удовлетворительно - в расчетной части есть замечания, метод выполнения графической части выбран верный Неудовлетворительно - в расчетной и графической частях есть грубые замечания.	Задание на РГР выдается на первом занятии соответствующего раздела дисциплины и сдается по окончании изучения соответствующего раздела дисциплины. РГР должны быть выполнены и оформлены в соответствии с требованиями методических указаний кафедры.
Контрольная работа	Отлично - Работа высокого качества, уровень выполнения отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, либо некоторые из выполненных заданий содержат незначительные ошибки Хорошо - Уровень выполнения работы отвечает большинству основных	Защита темы включает решение задач в аудитории в течение одной пары и проходит после изучения соответствующего раздела. Билеты состоят из вопросов, позволяющих оценить сформированность компетенций. На ответы отводится 1,5 часа.

	требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Удовлетворительно - Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой заданий не выполнено; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий. Неудовлетворительно - Теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, предусмотренные программой задания не выполнены	
Тестирование по пройденной теме	Тест содержит 20 заданий, правильный ответ на 1 задание соответствует 1 баллу. Время тестирования - 30 минут. Студенту предоставляется две попытки для прохождения теста. Максимальная оценка за тест - 20 баллов. Тест считается успешно пройденным, если студент дал не менее 60% правильных ответов (набрал не менее 12 баллов).	Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки.

7.3 Оценочные средства

7.3.1 Текущий контроль

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)

Теория пределов и дифференцирование функции одной переменной

1. Найти пределы:

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$, $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-10}{n+1}\right)^{3n+1}$.

$\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{2x^2+11x+15}{x+3}$. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{4x^2}{\sin^2 3x}$.

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le-\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge0\end{cases}$

3. Найти производную функции:

$y=\dfrac{2\left(3x^3+4x^2-x-2\right)}{15\sqrt{1+x}}$. $y=\ln\arcsin\sqrt{1-e^{2x}}$.

$y=\operatorname{arctg}\dfrac{\operatorname{tg}x-\operatorname{ctg}x}{\sqrt{2}}$. $\begin{cases}x=\dfrac{3t^2+1}{3t^3},\\ y=\sin\left(\dfrac{t^3}{3}+t\right).\end{cases}$

$y=\dfrac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}$ $y=\operatorname{arctg}^2\dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln 2x$

$y=arctg^3\ln\dfrac{\sqrt{x}}{x+2}$ $y=\left(\sqrt{x}\right)$

$\sin(x-2y)+\dfrac{x^3}{y}=7x$ $x=e^{-t}\cos t,\ y=e^t\cos t$

4. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0: $y=x^2+8\sqrt{x}-32,\quad x_0=4.$

5. Провести полное исследование и построить график $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$

Функции нескольких переменных

1. Найти частные производные второго порядка, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$: $z = \dfrac{x^2 + 3y^2}{xy}$

2. Найти градиент функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$: $z = \dfrac{y^2}{\sqrt{x}}$, $M_0(4,6)$.

3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - x + y^2 + 2y$.

Интегрирование

Вычислить неопределенные интегралы

$\int \dfrac{dx}{2(x+\sqrt{x})}$, $\int x \cdot 2^{-x} dx$, $\int (x+1)e^x dx$, $\int x\cos 3x dx$, $\int e^x \cos x dx$,

$\int \dfrac{dx}{x^2 - 6x + 18}$, $\int \dfrac{dx}{x^2 + 6x + 5}$, $\int \dfrac{x+18}{(x-6)(x+2)} dx$, $\int \dfrac{x+1}{x^2+3} dx$, $\int \dfrac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$,

Вычислить определенные интегралы

$\int\limits_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$, $\int\limits_0^1 \dfrac{dx}{\sqrt{1+3x}}$, $\int\limits_0^1 (x-1)e^x dx$, $\int\limits_1^{e^3} \dfrac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$,

$\int\limits_1^6 \dfrac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$, $\int\limits_{-2}^2 \dfrac{1+x^2}{arctgx} dx$, $\int\limits_1^{-4} \dfrac{dx}{(3x+5)^2}$, $\int\limits_0^1 \dfrac{x^2+2x}{x^2+1} dx$,

$\int\limits_0^{\sqrt{3}} \dfrac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$, $\int\limits_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$, $\int\limits_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$, $\int\limits_0^1 \dfrac{dx}{\sqrt{1+3x}}$,

$\int\limits_0^1 (x-1)e^x dx$, $\int\limits_1^{e^3} \dfrac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$.

Несобственные интегралы

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$\int\limits_1^\infty \sqrt{x} dx$, $\int\limits_1^\infty x^{-3} dx$, $\int\limits_1^\infty \sqrt{x^5} dx$.

2. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int\limits_{-\infty}^\infty \dfrac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int\limits_1^\infty \ln x dx$

4. Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_0^a \dfrac{dx}{\sqrt{x}}$, установить его сходимость или расходимость.

5. Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_{-1}^1 \dfrac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

6. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int\limits_{-\infty}^\infty \dfrac{dx}{1+x^2}$

7. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int\limits_1^\infty \ln x dx$

8. Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_{-1}^1 \dfrac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

Кратные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле

a. $\int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x,y)dy$, b. $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x,y)dx$.

2. Вычислить $\iint_{(D)} (10 - x^2 - y^2)dxdy, \quad D = \{(x,y) \mid 1 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 2\}$.

3. Вычислить

$\iint_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3\right)dxdy;$

$D:\ x = 1,\ y = x^2,\ y = -\sqrt{x}.$

4. Вычислить

$\iint_{(D)} (x^2 + y)dxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями

$y = x/2, \quad y = 2x, \quad y = 2/x\ \ (x > 0)$.

5. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями $y = 3/x,\ y = 4e^x,\ y = 3,\ y = 4.$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\ \ y = -x + 2$

8. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, \quad y = 1, \quad x = 0$.

9. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, \quad y^2 = x$.

Контрольные работы (примеры)

Вариант

1. Построить график: $y = 3\cos 2x$

2. Найти пределы:

1) $\lim_{n\to\infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}$ 2) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{e^{2x^2} - 1}$ 3) $\lim_{x\to 2} \frac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$

4) $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{x^2 - x - 1}}{\ln(x-1)}$ 5) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1 + x\cos 2x}{1 + x\cos x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ 6) $\lim_{x\to\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - x + 1}\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y = \begin{cases} -x, & x \le 0 \\ x^2, & 0 \le x < 2 \\ 3, & x > 2 \end{cases}$

Вариант

1. Найти производную y'_x:

а) $y = arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y = \left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x - 2y) + \frac{x^3}{y} = 7x$ г) $x = e^{-t}\cos t,\ y = e^t \cos t$

2. Найти $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{arctg} x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}$.

Вариант.

№1. Вычислить производную по направлению $\frac{\partial u}{\partial s}$ и найти модуль вектора градиента для функции $u=2xy+\frac{x}{\sqrt{y}}+z^3$ в точке $A(6;9;1)$ в направлении, составляющем с осями координат углы $\cos\alpha=\frac{3}{7},\ \cos\beta=\frac{6}{7},\ \gamma<\frac{\pi}{2}$.

№2. Исследовать на экстремум функцию $z=xy(1-4x^2-4y)-5$.

№3. $z=\ln(y-x^4),\quad x=\sqrt{\sin t},\quad y=\cos t$. Найти $\frac{dz}{dt}$.

Вариант

Вычислить:

1. $\int\limits_9^{16}\frac{dx}{\sqrt{x}-2}$.
2. $\int\limits_1^{2}(2x+1)\cdot\ln x dx$.
3. $\int\frac{3x^2-4}{x^2+4x}dx$.
4. $\int\frac{\sin^3 3x}{\cos^2 3x}dx$.
5. $\int\frac{2x-1}{\sqrt{4-2x-x^2}}dx$.

1. Вычислить интегралы:

$$\int\limits_1^{+\infty}xe^{-x^2}\,dx\ .\qquad\qquad \int\limits_e^{+\infty}\frac{dx}{x\cdot\sqrt{\ln x}}.$$

Изобразить область интегрирования и изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int\limits_{-4}^{0}dx\int\limits_{0}^{\sqrt{25-x^2}}f(x;y)dy.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y=2-x^2,\ y=x.$$

Вариант заданий тренировочного теста.

Задачи

1 часть 1. $y=\sin\ln x,\ y',y''-?$ 2. $y=\frac{\operatorname{arcctg}\sqrt[3]{x}}{x},\ dy-?$ 3. $y=3x^2+xe^x, x_0=2, \triangle x=0{,}1,\ \triangle y-?$

4. Найти производную y'_x:

а) $y=\sqrt[5]{\sin^4\frac{x-3}{x}}$ б) $y=x^{\operatorname{arctg}7x}$

в) $e^{xy}+\frac{y}{x}=\cos 3x$ г) $x=\cos t+\sin t,\ y=\sin t-t\cos t$

5. Исследовать на экстремум $f(x)=(x-3)^2(x-5)$.

6. Найти интервалы монотонности $y=\dfrac{e^{2x}}{x}$.

7. Найти наибольшее, наименьшее значение функции $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-16x$ на отрезке $[-5;1]$.

8. Построить касательную к графику функции $f(x)=3\arccos x^2$ в точке $x=\dfrac{1}{2}$.

2 часть 9. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3+n)^2-(2+n)^2}{(2+n)^2-(1-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}2x}{e^{2x}-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+2x-3}{x^3+5x^2+6x}$ 4) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\operatorname{tg}5x}{\operatorname{tg}3x}$

3 часть

10. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le -\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$.

11. Провести полное исследование и построить график $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-4}$.

Контрольные работы (примеры)

Вариант

1. Построить график: $y=3\cos 2x$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(5-n)^2+(5+n)^2}{(5-n)^2-(5+n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{e^{2x^2}-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-x-2}{x^3-2x^2+x-2}$

4) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2-x-1}}{\ln(x-1)}$ 5) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+x\cos 2x}{1+x\cos x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ 6) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2-x+1}\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}-x, & x\le 0\\ x^2, & 0\le x<2\\ 3, & x>2\end{cases}$

Вариант

1. Найти производную y'_x:

а) $y=arctg^3\ln\dfrac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y=\left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x-2y)+\dfrac{x^3}{y}=7x$ г) $x=e^{-t}\cos t,\ y=e^t\cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\operatorname{arctg}x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$.

Вариант.

№1. Вычислить производную по направлению $\frac{\partial u}{\partial s}$ и найти модуль вектора градиента для функции $u = 2xy + \frac{x}{\sqrt{y}} + z^3$ в точке $A(6;9;1)$ в направлении, составляющем с осями координат углы $\cos\alpha = \frac{3}{7},\ \cos\beta = \frac{6}{7},\ \gamma < \frac{\pi}{2}$.

№2. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(1 - 4x^2 - 4y) - 5$.

№3. $z = \ln(y - x^4),\quad x = \sqrt{\sin t},\quad y = \cos t$. Найти $\frac{dz}{dt}$.

Вариант

Вычислить:

1. $\int_9^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} - 2}$.
2. $\int_1^2 (2x+1)\cdot \ln x dx$.
3. $\int \frac{3x^2 - 4}{x^2 + 4x} dx$.
4. $\int \frac{\sin^3 3x}{\cos^2 3x} dx$.
5. $\int \frac{2x - 1}{\sqrt{4 - 2x - x^2}} dx$.

1. Вычислить интегралы:

$\int_1^{+\infty} x e^{-x^2}\, dx$. $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln x}}$.

Изобразить область интегрирования и изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int_{-4}^{0} dx \int_0^{\sqrt{25 - x^2}} f(x; y) dy.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2 - x^2,\ y = x.$$

Вариант заданий тренировочного теста.

Задачи

1 часть 1. $y = \sin\ln x,\ y', y'' - ?$ 2. $y = \frac{\operatorname{arcctg}\sqrt[3]{x}}{x},\ dy - ?$ 3. $y = 3x^2 + xe^x, x_0 = 2, \triangle x = 0{,}1,\ \triangle y - ?$

4. Найти производную y'_x:

а) $y = \sqrt[5]{\sin^4 \frac{x-3}{x}}$ б) $y = x^{\operatorname{arctg} 7x}$

в) $e^{xy} + \frac{y}{x} = \cos 3x$ г) $x = \cos t + \sin t,\ y = \sin t - t\cos t$

5. Исследовать на экстремум $f(x) = (x-3)^2 (x-5)$.

6. Найти интервалы монотонности $y = \frac{e^{2x}}{x}$.

7. Найти наибольшее, наименьшее значение функции $f(x)=\frac{x^3}{3}-16x$ на отрезке $[-5;1]$.

8. Построить касательную к графику функции $f(x)=3\arccos x^2$ в точке $x=\frac{1}{2}$.

2 часть 9. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3+n)^2-(2+n)^2}{(2+n)^2-(1-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}2x}{e^{2x}-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{x^2+2x-3}{x^3+5x^2+6x}$ 4) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\operatorname{tg}5x}{\operatorname{tg}3x}$

3 часть

10. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le -\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$.

11. Провести полное исследование и построить график $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4}$.

7.3.2 Промежуточная аттестация

Вопросы к экзамену

Понятие переменной величины и области ее изменения.	ОПК-1
понятие функциональной зависимости, классификация функций.	ОПК-1
Определение и типы числовой последовательности.	ОПК-1
Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.	ОПК-1
Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).	ОПК-1
Второй замечательный предел.	ОПК-1
Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.	ОПК-1
Бесконечно малые, бесконечно большие функции.	ОПК-1
Первый замечательный предел.	ОПК-1
Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.	ОПК-1
Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.	ОПК-1
Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).	ОПК-1
Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.	ОПК-1
Таблица производных основных элементарных функций.	ОПК-1
Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.	ОПК-1
Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.	ОПК-1
Производная параметрически заданной функции.	ОПК-1
Производная функции, заданной неявно.	ОПК-1
Дифференцирование сложной показательной функции.	ОПК-1

Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.	ОПК-1
Производные и дифференциалы высших порядков.	ОПК-1
Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).	ОПК-1
Правило Лопиталя.	ОПК-1
Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.	ОПК-1
Асимптоты графика функции.	ОПК-1
Экстремум. Необходимое условие экстремума.	ОПК-1
Достаточные условия экстремума.	ОПК-1
Достаточное условие возрастания (убывания) функции.	ОПК-1
Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.	ОПК-1
Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).	ОПК-1
Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.	ОПК-1
Общая схема построения и исследования графика функции.	ОПК-1
Определение и геометрический смысл функции двух переменных.	ОПК-1
Линии уровня функции двух переменных.	ОПК-1
Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл	ОПК-1
Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.	ОПК-1
Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.	ОПК-1
Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.	ОПК-1
Производная функции нескольких переменных по направлению.	ОПК-1
Производная по направлению и градиент скалярного поля.	ОПК-1
Экстремум функции нескольких переменных.	ОПК-1
Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.	ОПК-1
Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.	ОПК-1
Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.	ОПК-1
Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.	ОПК-1
Интегрирование рациональных дробей.	ОПК-1
Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.	ОПК-1
Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.	ОПК-1
Интегрирование иррациональных функций.	ОПК-1
Универсальная тригонометрическая подстановка.	ОПК-1
Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.	ОПК-1
Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.	ОПК-1
Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.	ОПК-1
Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.	ОПК-1
Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.	ОПК-1
Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.	ОПК-1
Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.	ОПК-1
Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.	ОПК-1

Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.	ОПК-1
Вычисление площади поверхности тела вращения.	ОПК-1
Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.	ОПК-1
Несобственные интегралы от разрывных функций.	ОПК-1

Типовые варианты билетов

по дисциплине **«Математический анализ»**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Дисциплина «Математический анализ»
Курс 1, семестр 2

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x}+\sqrt{5-x}}$.
3. Найти градиент функции $z = y\sqrt{xy}$ в точке $M_0(1,4)$.
4. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся
$$\int_1^{\infty} \sqrt{x}dx, \quad \int_1^{\infty} x^{-3}dx, \quad \int_1^{\infty} \sqrt{x^5}dx.$$
5. Найдите экстремумы и точки перегиба функции $y = (x-1)e^{-x}$.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Курс 1, семестр 2

Экзаменационный билет № 1

1. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
2. Найти производную функции, заданной параметрически $x = \frac{t}{1+t^3}, \quad y = \frac{2t^2}{1+t^3}$.
3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - x + y^2 + 2y$.
4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$.
5. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, \quad y = 1, \quad x = 0$.

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.