Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 27.08.2025 12:45:13
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Факультет машиностроения

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета машиностроения
_____ /Е.В. Сафонов/
«27» _февраля__ 2025 г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

# «Математический анализ»

Направление подготовки
**27.03.05 «Инноватика»**

Профиль подготовки
**«Аддитивные технологии»**

Квалификация
**бакалавр**

Формы обучения
**очная**

Москва, 2025 г.

**Разработчик:**

Канд. физ.-мат. наук, доцент  /Е.А. Коган/

Зав. кафедрой «Математика»,

канд. физ.-мат. наук  /В.В. Галевко/

**Согласовано:**

Руководитель
образовательной программы  /Б.Ю. Сапрыкин/

## Содержание


1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине…… 4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы…… 4
3. Структура и содержание дисциплины…… 5
   - 3.1. Виды учебной работы и трудоемкость……..... 5
   - 3.2. Тематический план изучения дисциплины…….. 5
   - 3.3. Содержание дисциплины……... 5
   - 3.4. Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий……. 6
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение…….. 8
   - 4.1. Нормативная литература…… 8
   - 4.2. Основная литература……..... 8
   - 4.3. Дополнительная литература…….. 8
   - 4.4. Электронные образовательные ресурсы……... 8
   - 4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение…… 9
   - 4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы …… 10
5. Материально-техническое обеспечение……..... 11
6. Методические рекомендации…….. 11
   - 6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения... 11
   - 6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины……..... 12
7. Фонд оценочных средств……..... 13

Приложение 1. Тематический план содержания дисциплины…… 14

Приложение 2. Фонд оценочных средств……..... 19

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения…….. 19
2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения…… 19
3. Оценочные средства……..... 20
   - 3.1. Текущий контроль…….. 21
   - 3.2. Промежуточная аттестация…… 29

## 1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным *целям* освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным *задачам* освоения дисциплины «Математический анализ» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Математический анализ» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций в соответствии с ФГОС 27.03.05 «Инноватика», утверждённым приказом Минобрнауки России от 31.07.2020 N 870::

| Код и наименование компетенций | Индикаторы достижения компетенции |
|---|---|
| ОПК-1. Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук | ИОПК-1.4. Знает принципиальные особенности моделирования математических, физических и химических процессов, предназначенные для конкретных технологических процессов, в том числе аддитивного производства;<br>ИОПК-1.1. Использует основные законы базовых инженерных и технических дисциплин;<br>ИОПК-1.2. Использует основные законы естественнонаучных дисциплин, правила построения технических схем и чертежей;<br>ИОПК-1.3. Владеет основными методами технико-экономического анализа, навыками составления рабочих проектов в составе творческой команды |

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1: Модуль «Математические и естественно-научные дисциплины».

Дисциплина базируется на следующей, пройденной дисциплине:

- линейная алгебра.

Дисциплина «Математический анализ» логически связана с последующими дисциплинами:

*В обязательной части:*

- физика;
- теоретическая механика;
- электротехника и электроника;
- сопротивление материалов;
- программирование и алгоритмизация;
- комплексное моделирование с применением метода конечных элементов;
- применение CAE-программ для расчета прочности изделий;
- экономическая теория и бизнес-планирование.

*В части формируемой участниками образовательных отношений:*

- компьютерное проектирование инструмента и оборудования;
- алгоритмы решений нестандартных задач.

## 3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы -144 часа.

### 3.1. Виды учебной работы и трудоемкость

| п/п | Вид учебной работы | Количество часов | Семестр 2 |
|---|---|---|---|
| | **Аудиторные занятия** | 72 | 72 |
| | В том числе: | | |
| 1. | Лекции | 18 | 18 |
| 2. | Семинарские/практические занятия | 54 | 54 |
| | Лабораторные занятия | - | - |
| | **Самостоятельная работа** | 72 | 72 |
| | | | |
| | **Промежуточная аттестация** | Экзамен | Экзамен |
| | **Итого** | 144 | 144 |

### 3.2. Тематический план изучения дисциплины

Размещён в приложении 1 к рабочей программе.

### 3.3. Содержание разделов дисциплины

**Введение**

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке бакалавра, связь с другими дисциплинами.

**Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

**Тема 1.** Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Построение графиков функций. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

**Тема 2.** Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация.

**Тема 3.** Производная функции. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

**Тема 4.** Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Раскрытие неопределенностей различного типа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

**Тема 5.** Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

**Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

**Тема 1.** Функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Частные производные. Полный дифференциал. Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца.

**Тема 2.** Производная по направлению. Градиент. Касательная к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

**Раздел 3. Интегральное исчисление**

**Тема 1.** Первообразная. Теорема существования неопределенного интеграла. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования.

Методы интегрирования с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям.

Интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций.

**Тема 2.** Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Условия интегрируемости. Интеграл с переменным пределом интегрирования. Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.

Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов.

**Тема 3.** Несобственные интегралы первого и второго рода (по бесконечному промежутку, от неограниченных функций на конечном промежутке), их свойства.

**Тема 4.** Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Правила вычисления двойных интегралов.

## 3.4. Тематика практических занятий по дисциплине «Математический анализ»

| № п/п | Тема занятия |
|---|---|
| 1 | **Раздел 1. Элементы математического анализа.** Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Правила предельного перехода. Функция. Предел функции. Теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. |
| 2 | Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины. |
| 3 | Раскрытие неопределенностей различного типа |
| 4 | Непрерывность функций в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Точки разрыва функции. Примеры решения задач |
| 5 | Производная функции. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Техника дифференцирования |
| 6 | Дифференцирование обратных функций, функций, заданных неявно, параметрически, логарифмическое дифференцирование |
| 7 | Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов. |
| 8 | Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Раскрытие неопределенностей различного типа. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. |
| 9 | Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора. |
| 10 | Полное исследование функций и построение графиков. Примеры |
| 11 | Полное исследование функций и построение графиков. Примеры (продолжение) Самостоятельная работа №1 на семинаре по функциям одной переменной |
| 12 | **Раздел 2. Функции нескольких переменных.** Линии и поверхности уровня. Частные производные и дифференциал первого порядка. |
| 13 | Полный дифференциал. Производные сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца. |
| 14 | Производная по направлению. Градиент. |
| 15 | Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. |
| 16 | **Самостоятельная работа № 2 на семинаре по функциям нескольких переменных** |
| 17 | **Раздел 3. Интегральное исчисление** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Метод непосредственного интегрирования. |
| 18 | Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям |
| 19 | Интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональных функций |
| 20 | Интегрирование тригонометрических функций. |
| 21 | Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. |

| | |
|---|---|
| 22 | Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой). |
| 23 | Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление объемов, площадей поверхности). |
| 24 | Несобственные интегралы первого и второго рода, их вычисление. |
| 25 | Задачи, приводящие к кратным интегралам. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Задачи на изменение порядка интегрирования в двойном интеграле |
| 26 | Геометрические и физические приложения кратных интегралов, примеры вычисления. |
| 27 | Контрольное тестирование по курсу. |

# 4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

## 4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. ФГОС 27.03.05. Инноватика. 2020.
2. Академический учебный план по направлению подготовки: 27.03.05 Инноватика. Профиль: Аддитивные технологии. Форма обучения – очная. 2023.
3. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
4. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

## 4.2. Основная литература


1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник для вузов, 15-е изд., стер. СПб, Лань. 2023. Часть 1. 444 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник для вузов, 14-е изд., стер. СПб, Лань. 2023. Часть 2. 464 с.
3. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2015. - 444 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/71994 - Загл. с экрана.]


## 4.3. Дополнительная литература


1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. В 2-х томах. М.: Интеграл - Пресс, 2009 – 416, 544 с. 180 экз.
2. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Части 1-4. М.: МГИУ, 2012. 400 экз.
3. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Дашков и К, 2017. - 510 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/93522. - Загл. с экрана.]
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: учебник для вузов в 3-х томах. М.: Дрофа, 2009.

5. Интегральное исчисление функций одной и нескольких переменных. Теория поля: методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Показеев В.В., Теуш Б.Л., Ткаченко О.И.. М.: МГТУ «МАМИ», 2009.
6. Математический анализ. Теория пределов и дифференциальное исчисление: основные положения теории, методические указания и варианты расчетно-графических работ // Бодунов М.А., Бородина С.И., Короткова Н.Н., Ткаченко О.И. М.: МГТУ «МАМИ», 2009.

### 4.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:.

| | |
|---|---|
| Элементы математического анализа | https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=313 |
| Интегральное исчисление функций одной переменной | https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3781 |
| Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=3362 |
| Дополнительные главы математического анализа | https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3592 |

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке московского политеха
https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1 .
Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (http://mospolytech.ru/index.php?id=4486,
http://mospolytech.ru/index.php?id=5822);
Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:
*http://exponenta.ru*, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm*.
Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

### 4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

| № | Наименование | Разработчик ПО (правообладатель) | Доступность (лицензионное, свободно распространяемое) | Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии) |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Astra Linux Common Edition | ООО "РУСБИТЕХ-АСТРА" | Лицензионное | https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036 |
| 2 | МойОфис | ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ" | Лицензионное | https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375 |

### 4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

**Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:**

| | Наименование | Ссылка на ресурс | Доступность |
|---|---|---|---|
| **Информационно-справочные системы** | | | |
| | Stack Overflow | https://stackoverflow.com/ | Доступна в сети Интернет без ограничений |
| | Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс | http:// www.consultant.ru | Доступно |
| | Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования | http://www.fgosvo.ru. | Доступно |
| **Электронно-библиотечные системы** | | | |
| | Лань | https://e.lanbook.com/ | Доступна в сети Интернет без ограничений |
| | IPR Books | https://www.iprbookshop.ru/ | Доступна в сети Интернет без ограничений |
| **Профессиональные базы данных** | | | |
| | База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU) | http://www.elibrary.ru | Доступно |
| | Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и | http://webofscience.com | Доступно |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | наукометрическая (библиометрическая) база данных | | |

## 5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

## 6. Методические рекомендации

### 6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс матанализа разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и формах текущей и промежуточной аттестаций по дисциплине, сроках их проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

### 6.1.1. Образовательные технологии

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

## 6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

**Раздел 1: дифференциальное исчисление функций одной переменной**

При изучении дифференциального исчисления функций одной переменной обратите внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределенности $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, \infty-\infty, 1^{\infty}\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталя, различные приемы раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал - это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции).

Обратите внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.

Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

**Раздел 2: дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

При изучении данного раздела обратите внимание на то, что функция двух переменных имеет наглядный геометрический смысл – это поверхность в трехмерном пространстве

Надо осмыслить понятия частных производных и полного дифференциала и особенность их вычисления, овладеть техникой вычисления производных от сложной функции нескольких переменных. Следует обратить внимание на то, что для функции

$z = z(x, y)$ смешанные частные производные второго порядка равны между собой: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ (теорема Шварца), то есть порядок дифференцирования не имеет значения.

Для функции нескольких переменных скорость изменения функции в произвольном направлении характеризуется производной по направлению, а наибольшая скорость изменения функции будет в направлении вектора градиента.

Следует обратить в этой теме внимание на необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

**Раздел 3: интегральное исчисление**

В интегральном исчислении решается задача, обратной той, которая рассматривалась в дифференциальном исчислении: необходимо найти для данной функции $f(x)$ такую функцию, производная от которой была бы равна заданной. Интегрирование функций – достаточно сложный раздел математики, овладеть которым можно только, если студент «возьмет» достаточно большое количество интегралов разного типа.

Надо твердо знать таблицу интегралов от основных элементарных функций, основные методы интегрирования (замена переменной, подведение под знак дифференциала, интегрирование по частям, приемы вычисления интегралов от рациональных дробей, от разного типа тригонометрических функций).

Надо осмыслить единство подхода к построению определенных, кратных, криволинейных, поверхностных интегралов – построение некоторой интегральной суммы и предельный переход.

Знать геометрический смысл и основную формулу вычисления определенных интегралов – формулу Ньютона – Лейбница, геометрические и физические приложения определенных и кратных интегралов, уметь находить площадь плоской фигуры, длину кривой, объем и площадь поверхности тел вращения.

## 7. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств представлен в Приложении 2 к рабочей программе и включает разделы:

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения.
2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения.
3. Оценочные средства.
3.1. Текущий контроль.
3.2. Промежуточная аттестация.

*Приложение 1*

**Тематический план дисциплины «Математический анализ» по направлению подготовки 27.03.05 «Инноватика»**
**Профиль «Аддитивные технологии»**
**(бакалавр)**
**Форма обучения - очная**
**Год набора 2023/2024**

| № n/n | Раздел | Семестр | Неделя Семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах | | | | | Виды самостоятельной работы Студентов | | | | | Формы аттестации | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Л | П/С | Лаб | СРС | КСР | К.Р. | К.П. | РГР | Реферат | К/р | Э | З |
| **Второй семестр** | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1.1 | **Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.** Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Правила предельного перехода. Функция. Предел функции. Теоремы о пределах функции. **Выдача заданий РГР № 1 по математическому анализу.** | 2 | 1 | 2 | 2 | | 4 | | | | + | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.2 | Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие неопределенностей разного типа. | 2 | 2 | | 4 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.3 | Непрерывность функций в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Точки разрыва функции, их классификация. | 2 | 3 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.4 | Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Техника дифференцирования | 2 | 4 | | 4 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.5 | Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов. | 2 | 5 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.6 | Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Тейлора. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора. | 2 | 6 | | 4 | | 4 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.7 | Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба. | 2 | 7 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.8 | Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. **Самостоятельная работа №1 на семинаре по функциям одной переменной** | 2 | 8 | | 2 | | 4 | | | | | | + | | |
| 1.9 | **Раздел 2. Функция нескольких переменных.** Предел и непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные производные. Полный дифференциал. **Выдача заданий РГР № 2 по функциям нескольких переменных** | 2 | 9 | 2 | 2 | | 4 | | | | + | | | | |
| 1.10 | Производные сложной функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема | 2 | 10 | | 4 | | 4 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Шварца. Производная по направлению. Градиент. | | | | | | | | | | | | | | |
| 1.11 | Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. **Самостоятельная работа №2 на семинаре по функциям нескольких переменных** | 2 | 11 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | + | | |
| 1.12 | **Раздел 3. Интегральное исчисление** Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Метод непосредственного интегрирования. **Выдача заданий РГР № 3 по интегральному исчислению** | 2 | 12 | | 4 | | 4 | | | | + | | | | |
| 1.13 | Интегрирование с помощью замены переменной, подведением под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям | 2 | 13 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.14 | Интегрирование рациональных дробей интегрирование некоторых видов иррациональных и тригонометрических функций. | 2 | 14 | | 4 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.15 | Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и | 2 | 15 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | интегрирование по частям в определенном интеграле | | | | | | | | | | | | | | |
| 1.16 | Приложения определенного интеграла в геометрии и механике (вычисление площадей плоских фигур, длины кривой, объемов, площадей поверхности). | 2 | 16 | | 4 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.17 | Несобственные интегралы первого и второго рода, их свойства. | 2 | 17 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.18 | Задачи, приводящие к кратным интегралам. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Геометрические и физические приложения кратных интегралов **Контрольное тестирование** | 2 | 18 | | 6 | | 4 | | | | | | + | | |
| | **Форма аттестации** | | **19-21** | | | | | | | | | | | **Э** | |
| | **Всего часов по дисциплине** | | | **18** | **54** | | **72** | | | | **3 РГР** | | **3 сам. раб.** | | |

*Приложение 2*

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
## ПО ДИСЦИПЛИНЕ
# «Математический анализ»

Направление подготовки: 27.03.05 «Инноватика»
Профиль: «Аддитивные технологии»
Форма обучения – очная.

Кафедра: «Математика»

## 1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:
- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация (экзамен).

## 2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

**Форма промежуточной аттестации: экзамен**

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

| Шкала оценивания | Описание |
|---|---|
| Отлично | Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи. |

| | |
|---|---|
| Хорошо | Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения. |
| Удовлетворительно | Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы. |
| Неудовлетворительно | Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями. |

## 3. Оценочные средства

До даты проведения промежуточной аттестации студент должен выполнить все работы, предусмотренные настоящей рабочей программой дисциплины. Перечень обязательных работ и форма отчетности представлены в таблице.

| № п/п | Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в ФОС |
|---|---|---|---|
| 1 | Контрольная (самостоятельная) работа (КР) | Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу | Контрольные задания |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | Расчетно-графическая работа (РГР) | Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом. | Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы |
| 3 | Устный опрос собеседование, (УО) | Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. | Вопросы по темам/разделам дисциплины |
| 4 | Тест (Т) | Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизир овать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося. | Вариант теста |
| 5 | Экзаменационные билеты (ЭБ) | Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий. | Экзаменационные билеты |

*Если не выполнен один или более видов учебной работы, указанных в таблице, преподаватель имеет право выставить неудовлетворительную оценку.

### 3.1. Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

**Содержание расчетно-графических работ.**

**Расчетно-графическая работа №1 по дифференциальному исчислению функций одной переменной**

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:
Предел числовой последовательности, предел функции.
Исследование функции на непрерывность.
Вычисление производных функции.
Исследование функции, построение графиков.

**Расчетно-графическая работа № 2 по функциям нескольких переменных.**

Краткое содержание расчетно-графической работы:
Функции нескольких переменных. Частные производные. Производные от сложных функций. Производная по направлению и градиент. Экстремум функции двух переменных.

**Расчетно-графическая работа № 3 по интегральному исчислению.**

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

*Первый этап:*
Методы интегрирования. Вычисление неопределенных интегралов.
*Второй этап:*
Приложения определенных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов.

**Комплект заданий**
**для выполнения расчетно-графических работ (РГР)**
по дисциплине **«Математический анализ»**

**Теория пределов и дифференцирование функции одной переменной**

1. Найти пределы:

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2-n)^2-(1+n)^2}{(1+n)^2-(2-n)^2}$, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$, $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-10}{n+1}\right)^{3n+1}$.

$\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{2x^2+11x+15}{x+3}$. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{4x^2}{\sin^2 3x}$.

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}-5^{n-1}}{3^{n+2}+5^n}$ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{1-e^{x^2}}$ $\lim\limits_{x\to+0}(1-3x)^{\operatorname{ctg}7x}$

2. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le-\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge0\end{cases}$

---

3. Найти производную функции:

$y=\dfrac{2\left(3x^3+4x^2-x-2\right)}{15\sqrt{1+x}}$. $y=\ln\arcsin\sqrt{1-e^{2x}}$.

$y=\operatorname{arctg}\dfrac{\operatorname{tg}x-\operatorname{ctg}x}{\sqrt{2}}$. $\begin{cases}x=\dfrac{3t^2+1}{3t^3},\\ y=\sin\left(\dfrac{t^3}{3}+t\right).\end{cases}$

$y=\dfrac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}$ $y=\operatorname{arctg}^2\dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln 2x$

$y=arctg^3\ln\dfrac{\sqrt{x}}{x+2}$ $y=\left(\sqrt{x}\right)$

$\sin(x-2y)+\dfrac{x^3}{y}=7x$ $x=e^{-t}\cos t,\ y=e^t\cos t$

4. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке с абсциссой $x_0$: $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, \quad x_0 = 4.$

5. Провести полное исследование и построить график $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

---

**Функции нескольких переменных**

1. Найти частные производные второго порядка, убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$: $z = \frac{x^2 + 3y^2}{xy}$

2. Найти градиент функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$: $z = \frac{y^2}{\sqrt{x}}$, $M_0(4,6)$.

3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - x + y^2 + 2y$.

---

**Интегрирование**

**Вычислить неопределенные интегралы**

$\int \frac{dx}{2(x+\sqrt{x})}$, $\int x \cdot 2^{-x} dx$, $\int (x+1)e^x dx$, $\int x \cos 3x dx$, $\int e^x \cos x dx$,

$\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 18}$, $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 5}$, $\int \frac{x+18}{(x-6)(x+2)} dx$, $\int \frac{x+1}{x^2+3} dx$, $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$,

**Вычислить определенные интегралы**

$\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$, $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$, $\int_0^1 (x-1)e^x dx$, $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$,

$\int_1^6 \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$, $\int_{-2}^2 \frac{1+x^2}{arctgx} dx$, $\int_1^{-4} \frac{dx}{(3x+5)^2}$, $\int_0^1 \frac{x^2+2x}{x^2+1} dx$,

$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$, $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$, $\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$, $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+3x}}$,

$\int_0^1 (x-1)e^x dx$, $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{7+\ln x}}$.

**Несобственные интегралы**

1. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$\int_1^\infty \sqrt{x} dx, \quad \int_1^\infty x^{-3} dx, \quad \int_1^\infty \sqrt{x^5} dx$.

2. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_{1}^{\infty} \ln x dx$

4. Вычислить несобственный интеграл $\int_{0}^{a} \frac{dx}{\sqrt{x}}$, установить его сходимость или расходимость.

5. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

6. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

7. Вычислить интеграл, установить его сходимость или расходимость $\int_{1}^{\infty} \ln x dx$

8. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2}$, установить его сходимость или расходимость.

**Кратные интегралы**

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле

a. $\int_{0}^{2} dx \int_{2x}^{6-x} f(x,y)dy$, b. $\int_{0}^{1} dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x,y)dx$.

2. Вычислить $\iint_{(D)} (10 - x^2 - y^2)dxdy, \quad D = \{(x,y) \mid 1 \le x \le 2, \ 0 \le y \le 2\}$.

3. Вычислить

$\iint_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3\right)dxdy;$

$D: \ x = 1, \ y = x^2, \ y = -\sqrt{x}.$

4. Вычислить

$\iint_{(D)} (x^2 + y)dxdy,$ D – множество точек плоскости, ограниченное линиями

$y = x/2, \quad y = 2x, \quad y = 2/x \ \ (x > 0)$.

---

5. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями

$y = 3/x, \ y = 4e^x, \ y = 3, \ y = 4.$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = -x + 2$

8. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси $OY$ фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = 1$, $x = 0$.

9. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси $OX$ фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y^2 = x$.

**Контрольные работы (примеры)**

**Вариант**

1. Построить график: $y = 3\cos 2x$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{e^{2x^2}-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$

4) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2 - x - 1}}{\ln(x-1)}$ 5) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1 + x\cos 2x}{1 + x\cos x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ 6) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - x + 1}\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y = \begin{cases} -x, & x \le 0 \\ x^2, & 0 \le x < 2 \\ 3, & x > 2 \end{cases}$

**Вариант**

1. Найти производную $y'_x$:

а) $y = arctg^3 \ln \dfrac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y = \left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x - 2y) + \dfrac{x^3}{y} = 7x$ г) $x = e^{-t}\cos t$, $y = e^t \cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\operatorname{arctg} x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$.

**Вариант.**

№1. Вычислить производную по направлению $\frac{\partial u}{\partial s}$ и найти модуль вектора градиента для функции $u = 2xy + \frac{x}{\sqrt{y}} + z^3$ в точке $A(6;9;1)$ в направлении, составляющем с осями координат углы $\cos\alpha = \frac{3}{7},\ \cos\beta = \frac{6}{7},\ \gamma < \frac{\pi}{2}$.

№2. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(1 - 4x^2 - 4y) - 5$.

№3. $z = \ln(y - x^4)$, $x = \sqrt{\sin t}$, $y = \cos t$. Найти $\frac{dz}{dt}$.

**Вариант**

***В ы ч и с л и т ь:***

**1.** $\int_9^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} - 2}$. **2.** $\int_1^2 (2x+1)\cdot \ln x dx$.

**3.** $\int \frac{3x^2 - 4}{x^2 + 4x} dx$. **4.** $\int \frac{\sin^3 3x}{\cos^2 3x} dx$. **5.** $\int \frac{2x - 1}{\sqrt{4 - 2x - x^2}} dx$.

1. Вычислить интегралы:

$\int_1^{+\infty} xe^{-x^2} dx$. $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln x}}$.

Изобразить область интегрирования и изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int_{-4}^{0} dx \int_{0}^{\sqrt{25-x^2}} f(x;y)dy.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2 - x^2,\ y = x.$$

**Вариант заданий тренировочного теста.**

**Задачи**

**1 часть** 1. $y = \sin\ln x,\ y', y'' - ?$ 2. $y = \frac{\text{arcctg}\sqrt[3]{x}}{x},\ dy - ?$ 3. $y = 3x^2 + xe^x, x_0 = 2, \Delta x = 0,1, \Delta y - ?$

4. Найти производную $y'_x$:

а) $y=\sqrt[5]{\sin^4\dfrac{x-3}{x}}$ б) $y=x^{\operatorname{arctg}7x}$

в) $e^{xy}+\dfrac{y}{x}=\cos 3x$ г) $x=\cos t+\sin t$, $y=\sin t-t\cos t$

5. Исследовать на экстремум $f(x)=(x-3)^2(x-5)$.

6. Найти интервалы монотонности $y=\dfrac{e^{2x}}{x}$.

7. Найти наибольшее, наименьшее значение функции $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-16x$ на отрезке $[-5;1]$.

8. Построить касательную к графику функции $f(x)=3\arccos x^2$ в точке $x=\dfrac{1}{2}$.

**2 часть** 9. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3+n)^2-(2+n)^2}{(2+n)^2-(1-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}2x}{e^{2x}-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+2x-3}{x^3+5x^2+6x}$ 4) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\operatorname{tg}5x}{\operatorname{tg}3x}$

**3 часть**

10. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le -\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$.

11. Провести полное исследование и построить график $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-4}$.

## Контрольные работы (примеры)

**Вариант**

1. Построить график: $y=3\cos 2x$

2. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(5-n)^2+(5+n)^2}{(5-n)^2-(5+n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{e^{2x^2}-1}$ 3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-x-2}{x^3-2x^2+x-2}$

4) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2-x-1}}{\ln(x-1)}$ 5) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+x\cos 2x}{1+x\cos x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ 6) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2-x+1}\right)$

3. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}-x,\ x\le 0\\ x^2,\ 0\le x<2\\ 3,\ x>2\end{cases}$

**Вариант**

1. Найти производную $y'_x$:

а) $y=arctg^3\ln\dfrac{\sqrt{x}}{x+2}$ б) $y=\left(\sqrt{x}\right)$

в) $\sin(x-2y)+\dfrac{x^3}{y}=7x$ г) $x=e^{-t}\cos t,\ y=e^t\cos t$

2. Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\operatorname{arctg}x}\right)$

3. Провести полное исследование и построить график $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$.

**Вариант.**

№1. Вычислить производную по направлению $\dfrac{\partial u}{\partial s}$ и найти модуль вектора градиента для функции $u=2xy+\dfrac{x}{\sqrt{y}}+z^3$ в точке $A(6;9;1)$ в направлении, составляющем с осями координат углы $\cos\alpha=\dfrac{3}{7},\ \cos\beta=\dfrac{6}{7},\ \gamma<\dfrac{\pi}{2}$.

№2. Исследовать на экстремум функцию $z=xy(1-4x^2-4y)-5$.

№3. $z=\ln(y-x^4),\quad x=\sqrt{\sin t},\quad y=\cos t$. Найти $\dfrac{dz}{dt}$.

**Вариант**

***В ы ч и с л и т ь:***

**1.** $\int\limits_9^{16}\dfrac{dx}{\sqrt{x}-2}$. **2.** $\int\limits_1^2(2x+1)\cdot\ln x dx$.

**3.** $\int\dfrac{3x^2-4}{x^2+4x}dx.$ **4.** $\int\dfrac{\sin^3 3x}{\cos^2 3x}dx.$ **5.** $\int\dfrac{2x-1}{\sqrt{4-2x-x^2}}dx.$

1. Вычислить интегралы:

$$\int_1^{+\infty} xe^{-x^2}\,dx. \qquad \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x\cdot\sqrt{\ln x}}.$$

Изобразить область интегрирования и изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int_{-4}^{0} dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x;y)dy.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2 - x^2,\ y = x.$$

**Вариант заданий тренировочного теста.**

**Задачи**

**1 часть** 1. $y = \sin\ln x,\ y', y'' - ?$ 2. $y = \frac{\operatorname{arcctg}\sqrt[3]{x}}{x},\ dy - ?$ 3. $y = 3x^2 + xe^x, x_0 = 2, \Delta x = 0{,}1,\ \Delta y - ?$

4. Найти производную $y'_x$:

а) $y = \sqrt[5]{\sin^4 \frac{x-3}{x}}$ б) $y = x^{\operatorname{arctg} 7x}$

в) $e^{xy} + \frac{y}{x} = \cos 3x$ г) $x = \cos t + \sin t,\ y = \sin t - t\cos t$

5. Исследовать на экстремум $f(x) = (x-3)^2(x-5)$.

6. Найти интервалы монотонности $y = \frac{e^{2x}}{x}$.

7. Найти наибольшее, наименьшее значение функции $f(x) = \frac{x^3}{3} - 16x$ на отрезке $[-5;1]$.

8. Построить касательную к графику функции $f(x) = 3\arccos x^2$ в точке $x = \frac{1}{2}$.

**2 часть** 9. Найти пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{e^{2x} - 1}$ 3) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 5x^2 + 6x}$ 4) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 3x}$

**3 часть**

10. Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y=\begin{cases}0, & x\le -\pi\\ \sin x, & -\pi<x<0\\ \pi, & x\ge 0\end{cases}$.

11. Провести полное исследование и построить график $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4}$.

**Критерии оценки:**
- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.

Для проведения текущего контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются промежуточные (пробные) тесты.

## 3.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация - (экзамен) проводится по билетам в устной форме.
Время для подготовки ответа на вопросы не более 45 мин.
Билет включает теоретический вопрос и задачи.
Комплекты экзаменационных билетов хранятся на кафедре «Математика».
**Типовые варианты билетов прилагаются**.

### Комплект вопросов

по дисциплине **«Математический анализ»**

### Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.

11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.
18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопиталя.
24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.
26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.

**Функции нескольких переменных**

1. Определение и геометрический смысл функции двух переменных.
2. Линии уровня функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл
4. Функции нескольких переменных, понятие полного дифференциала.
5. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
6. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные. Теорема Шварца.
7. Производная функции нескольких переменных по направлению.
8. Производная по направлению и градиент скалярного поля.
9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.

**Интегральное исчисление**

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование с помощью подведения под знак дифференциала.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
6. Интегрирование тригонометрических функций, основные приемы.

7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Универсальная тригонометрическая подстановка.
9. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Приложения определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
11. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
12. Вычисление площади и длины кривой, заданной уравнениями в параметрической форме.
13. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
14. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
15. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.
16. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически.
17. Вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла.
18. Вычисление площади поверхности тела вращения.
19. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
20. Несобственные интегралы от разрывных функций.

## Типовые варианты билетов

по дисциплине **«Математический анализ»**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Математический анализ»
Курс 1, семестр 2

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ**

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов.
2. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x}+\sqrt{5-x}}$.
3. Найти градиент функции $z = y\sqrt{xy}$ в точке $M_0(1,4)$.
4. Укажите, какой из несобственных интегралов является сходящимся

$$\int_1^{\infty} \sqrt{x}dx, \quad \int_1^{\infty} x^{-3}dx, \quad \int_1^{\infty} \sqrt{x^5}dx.$$

5. Найдите экстремумы и точки перегиба функции $y = (x-1)e^{-x}$.

Утверждено на заседании кафедры математики «03» 05 2023 г., протокол № 10

И.о. зав. кафедрой Н.В. Васильева /_____/

---

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Образовательная программа 15.03.03 «Прикладная механика»
Курс 1, семестр 2

**Экзаменационный билет № 1**

1. Несобственные интегралы первого и второго типа. Понятия сходимости и расходимости несобственного интеграла.
2. Найти производную функции, заданной параметрически $x = \frac{t}{1+t^3}, \quad y = \frac{2t^2}{1+t^3}$.
3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 - x + y^2 + 2y$.
4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi.6} 3\sin^2 x \cos x dx$.
5. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси $OX$ фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, \quad y = 1, \quad x = 0$.

Утверждено на заседании кафедры математики «03» 05 2023 г., протокол № 10

И.о. зав. кафедрой Н.В. Васильева /_____/

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.