Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 08.07.2026 12:23:33
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет химической технологии и биотехнологии

УТВЕРЖДАЮ
Декан
_____ / А.С. Соколов /
«26» февраля 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Линейная алгебра»

Направление подготовки
15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

Профиль
Компьютерное проектирование оборудования и производств

Квалификация
Бакалавр

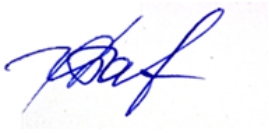
Формы обучения
Очная

Москва, 2026 г.

Разработчик:

Доцент, канд. физ.-мат. наук, б/з  /М.Р. Богданов/

Согласовано:

Зав. кафедрой «Математика»,
канд. техн.наук, доцент  /О.М. Баранова/

Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине……. 4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы…….. 4
3. Структура и содержание дисциплины…….. 5
   - 3.1. Виды учебной работы и трудоемкость…… 5
   - 3.2. Тематический план изучения дисциплины…… 5
   - 3.3. Содержание дисциплины……. 8
   - 3.4. Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий…….. 9
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение……. 10
   - 4.1. Нормативные документы и ГОСТы…….. 10
   - 4.2. Основная литература……..... 10
   - 4.3. Дополнительная литература…… 10
   - 4.4. Электронные образовательные ресурсы…… 11
   - 4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение…. 11
   - 4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы…….. 12
5. Материально-техническое обеспечение…… 13
6. Методические рекомендации…… 13
   - 6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения 13
   - 6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины…… 14
7. Фонд оценочных средств…….. 15
   - 7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения……. 15
   - 7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения…… 16
   - 7.3. Оценочные средства…… 20

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным *целям* освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным *задачам* освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Линейная алгебра» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций в соответствии с ФГОС 15.03.05 по направлению подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, профиль «Компьютерное проектирование оборудования и производств», утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.08.2020 № 1044:

Код и наименование компетенций	**Индикаторы достижения компетенции**
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИУК-1.2. Осуществляет поиск, критически оценивает, обобщает, систематизирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи ИУК-1.3. Рассматривает и предлагает рациональные варианты решения поставленной задачи, используя системный подход, критически оценивает их достоинства и недостатки

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1: Модуль «Математические и естественно-научные дисциплины».

Её изучение обеспечивает изучение дисциплин

В обязательной части:

- математический анализ;
- физика;

- электротехника и электроника;
- гидропневмоавтоматика и гидропривод;
- теоретическая механика;
- сопротивление материалов;
- основы автоматизированного проектирования изделий и процессов;
- теория механизмов и машин;
- информационные технологии;
- техническая диагностика и надежность оборудования;
- мехатронные технологические системы.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

- роботы и робототехнические устройства;
- расчет технологического оборудования отрасли с применением прикладных программ;
- компьютерный анализ и оптимизация элементов конструкций.

В части элективных дисциплин:

- проектирование технологических процессов отрасли с использованием средств автоматизации.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы -108 часов.

3.1. Виды учебной работы и трудоемкость

п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестр 1
	Аудиторные занятия	48	48
	В том числе:		
1.	Лекции	16	16
2.	Семинарские/практические занятия	32	32
3.	Лабораторные занятия	-	-
	Самостоятельная работа	60	60
	Промежуточная аттестация		
	экзамен	Э	Э
	Итого	108	108

3.2. Тематический план изучения дисциплины

№ п/п	Разделы/темы Дисциплины	Трудоемкость, час		
		В с е	**Аудиторная работа**	**Са-мо-**

			Лекции	Семинарские/ практические занятия	Лабораторные занятия	Практическая подготовка	
1	**Раздел 1. Элементы линейной алгебры**	**38**	**6**	**12**	**0**	**0**	**20**
1.1	Тема 1. Матрицы, действия над матрицами.	6	2	2	0	0	2
1.2	Тема 2. Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.	6	2	2	0	0	2
1.3	Тема 3. Обратная матрица и ее вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.	6	0	2	0	0	4
1.4	Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы	8	2	2	0	0	4
1.5	Тема 5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	6	0	2	0	0	4
1.6	Тема 6. Метод Гаусса в произвольных системах линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.	6	0	2	0	0	4
2	**Раздел 2. Векторы.**	**34**	**4**	**10**	**0**	**0**	**20**
2.1	Тема 1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.	8	2	2	0	0	4
2.2	Тема 2. Понятие базиса. Координаты вектора. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.	6	0	2	0	0	4
2.3	Тема 3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное	6	0	2	0	0	4

	произведение двух векторов, его свойства.						
2.4	Тема 4. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Вычисление объема параллелепипеда. Условие коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов. Ортонормированный базис. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.	6	0	2	0	0	4
2.5	Тема 5. Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису преобразование координат вектора при изменении базиса. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	8	2	2	0	0	4
3	**Раздел 3. Комплексные числа и многочлены**	**14**	**2**	**4**	**0**	**0**	**8**
3.1	Тема 1. Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел.	8	2	2	0	0	4
3.2	Тема 2. Операции над комплексными числами. Разложение многочлена на множители основная теорема алгебры	6	0	2	0	0	4
4	**Раздел 4. Аналитическая геометрия**	**22**	**4**	**6**	**0**	**0**	**12**
4.1	Тема 1. Системы координат. Различные типы уравнений плоскости	6	2	0	0	0	4
4.2	Тема 2. Различные типы уравнений прямой на плоскости и в пространстве	6	0	2	0	0	4
4.3	Тема 3. Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой.	4	0	2	0	0	2

	Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояний между точкой и плоскостью						
4.4	Тема 4. Кривые второго порядка их геометрические свойства. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка	6	2	2	0	0	2
	Итого	**108**	**16**	**32**	**0**	**0**	**60**

3.3. Содержание разделов дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке бакалавра, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

Тема 2.Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Единственность разложения вектора по базису. Ортонормированный базис.

Тема 2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

Тема 3. Линейные пространства. Понятие базиса пространства геометрических векторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

Раздел 3.Комплексные числа и многочлены

Понятие комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Формула Муавра. Извлечение корня n-ой положительной степени из комплексного числа. Разложение многочлена на множители. Основная теорема алгебры.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.

Тема 1. Прямые и плоскости

Различные типы уравнений плоскости и уравнений прямой (на плоскости и в пространстве).
Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью.
Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.
Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.

Тема 2. Кривые и поверхности второго порядка

Кривые второго порядка, их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.
Уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конуса, гиперболоида, параболоида.

3.4. Тематика практических занятий по дисциплине «Линейная алгебра»

№ занятия	Тема занятия
1	**Раздел 1. Элементы линейной алгебры.** Матрицы, действия над матрицами.
2	Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.
3	Обратная матрица и ее вычисление.
4	Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы
5	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
6	Метод Гаусса в произвольных системах линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.
7	**Раздел 2. Элементы векторной алгебры.** Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейное пространство геометрических векторов. Понятие линейной комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.
8	Понятие базиса пространства геометрических векторов. Координаты вектора. Ортонормированный базис. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.
9	Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие ортогональности векторов. Векторное произведение двух векторов, его свойства. Условие коллинеарности векторов

10	Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Вычисление объема параллелепипеда и пирамиды. Условие компланарности векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.
11	Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису. Преобразование координат вектора при изменении базиса. Линейные операторы, действия с линейными операторами. Собственные векторы и собственные значения матрицы
12	**Раздел 3.Комплексные числа и многочлены** Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Разложение многочлена на множители, основная теорема алгебры
13	**Раздел 4. Аналитическая геометрия** Системы координат. Различные типы уравнений плоскости
14	Различные типы уравнений прямой на плоскости и в пространстве
15	Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояний между точкой и плоскостью
16	Кривые второго порядка их геометрические свойства. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. ФГОС 15.03.05 по направлению подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, профиль «Компьютерное проектирование оборудования и производств», приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.08.2020 № 1044.
2. Академический учебный план по направлению подготовки: 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств. Профиль: Компьютерное проектирование оборудования и производств. Форма обучения – очная. 2026.
3. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
4. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

4.2. Основная литература

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 416 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18887-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/583462.

4.3. Дополнительная литература

1. *Бурмистрова, Е. Б.* Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 421 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15839-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/582874

1.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:.

Название ЭОР	
Линейная и векторная алгебра	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3368
Аналитическая геометрия	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=2843
Линейная алгебра и аналитическая геометрия	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=462

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке московского политеха
https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1.
Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (http://mospolytech.ru/index.php?id=4486,
http://mospolytech.ru/index.php?id=5822).
Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:
http://exponenta.ru, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm*.
Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Наименование	Разработчик ПО (правообладатель)	Доступность (лицензионное, свободно распространяемое)	Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии)
1	AstraLinuxCommonEdition	ООО "РУСБИТЕХ-АСТРА"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036
2	МойОфис	ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375

4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			
	StackOverflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http:// www.consultant.ru	Доступно
	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru.	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			
	База данных научной электронной библиотеки	http://www.elibrary.ru	Доступно

	(eLIBRARY.RU)		
	WebofScienceCoreCollection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

6. Методические рекомендации

6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ее проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

6.1.1. Образовательные технологии

Возможно проведение занятий и аттестаций в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) (см. п.4.4).
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Раздел: элементы линейной алгебры

Матрицы и определители. Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$.Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A^{-1}A = E$ (должна получиться единичная матрица)

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителя с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел: Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.

Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел: комплексные числа и многочлены

В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексное число явилось расширением понятия действительных чисел, знать определение и три формы записи комплексного числа (алгебраическую, тригонометрическую и показательную), геометрическую интерпретацию комплексного числа и взаимно-однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости. Знать формулу Эйлера. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов.

Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n-ой степени из комплексного числа.

Следует обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел.

Надо знать различные виды разложения многочлена на множители для случаев, когда среди корней многочлена могут быть кратные, комплексные корни. Эти сведения будут использоваться, например, в интегральном исчислении при вычислении интегралов от дробно-рациональных функций, при решении линейных однородных дифференциальных уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Раздел: Аналитическая геометрия

При изучении аналитической геометрии следует, прежде всего, понять, что ее задачей является изучение геометрических объектов при помощи аналитических методов алгебры и математического анализа. В основе такого подхода лежит метод координат, впервые систематически примененный Р. Декартом. Основные понятия геометрии (точка, прямая, плоскость) являются неопределяемыми, и для их описания применяется аксиоматический метод, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множеством точек прямой и множеством действительных чисел и, таким образом, ввести систему координат.

Надо четко усвоить различные формы уравнений прямой и плоскости уметь переходить от одной формы к другой. Следует осмыслить и успешно применять решения классических задач аналитической геометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей, уметь определять углы и расстояния между различными геометрическими объектами.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины « Линейная алгебра», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, больше числа часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

7. Фонд оценочных средств

7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:

- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация (экзамен).

№ п/п	Вид контроля результатов обучения	Наименование контроля результатов обучения	Краткая характеристика контроля результатов обучения

1	Расчетно-графическая работа	Текущий	Обучающийся в течение семестра самостоятельно выполняет ряд расчетно-графических работ по теме раздела. При проверке преподаватель оценивает качество оформления, правильность расчетов.
2	Контрольная работа	Текущий	Решение контрольной работы осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела. Контрольная работа выполняется индивидуально каждым студентом. При проверке преподаватель оценивает правильность произведенных расчетов.
3	Тест	Текущий	Тестирование проводится на последнем занятии изучаемой темы. Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. В рамках тестирования проверяется знание теоретической базы.
4	Экзамен	Промежуточный	Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).

Показатель	**Критерии оценивания**			
	Неудовлетворительно	**Удовлетворительно**	**Хорошо**	**Отлично**
знать: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа.	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих знаний:

	аналитической геометрии, комплексные числа.		алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа. Допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях.	теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа. Свободно оперирует приобретенными знаниями.
уметь: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами.	Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании умениями при их переносе на новые ситуации.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

владеть: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам.	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам.	Обучающийся в недостаточной степени владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам. Обучающийся испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся частично владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам. Навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	Обучающийся в полном объеме владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам. Свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания текущего контроля.

Наименование контроля результатов обучения	Шкала оценивания	Описание
Расчетно-графическая работа	Отлично - Работа сдана в срок, расчетная и графическая части выполнены верно, либо имеются недочеты, не влияющие на конечный результат. Хорошо - расчетная часть выполнена верно, в графической части есть замечания Удовлетворительно - в расчетной части есть замечания, метод выполнения графической части выбран верный	Задание на РГР выдается на первом занятии соответствующего раздела дисциплины и сдается по окончании изучения соответствующего раздела дисциплины. РГР должны быть выполнены и оформлены в соответствии с требованиями методических указаний кафедры.

	Неудовлетворительно - в расчетной и графической частях есть грубые замечания.	
Контрольная работа	Отлично - Работа высокого качества, уровень выполнения отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, либо некоторые из выполненных заданий содержат незначительные ошибки Хорошо - Уровень выполнения работы отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Удовлетворительно -Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой заданий не выполнено; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий. Неудовлетворительно -Теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, предусмотренные программой задания не выполнены	Защита темы включает решение задач в аудитории в течение одной пары и проходит после изучения соответствующего раздела. Билеты состоят из вопросов, позволяющих оценить сформированность компетенций. На ответы отводится 1,5 часа.

Тестирование по пройденной теме	Тест содержит 20 заданий, правильный ответ на 1 задание соответствует 1 баллу. Время тестирования - 30 минут. Студенту предоставляется две попытки для прохождения теста. Максимальная оценка за тест - 20 баллов. Тест считается успешно пройденным, если студент дал не менее 60% правильных ответов (набрал не менее 12 баллов).	Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки.

Шкала оценивания промежуточной аттестации: экзамен.

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности, не испытывает затруднений при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует частичное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент не может оперировать знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

7.3. Оценочные средства

7.3.1 Текущий контроль

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)

РГР №1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 2\\ 4 & 0 & -3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 2\\ 0 & -3 & 3\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$.
Выполнить действия: A^2+8B^T.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A+3B)^2-4A^2-6AB=\ldots$
и проверить его для матриц *A* и *B* из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & -1 & 2\\ 0 & 2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -2 & 1\end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB=C$ (найти *X*). Сделать проверку.

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}0 & 4\\ -9 & 3\end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & 3 & 7\\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1\\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15\\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20\end{pmatrix}.$$

РГР №1, задания по решению систем линейных алгебраических уравнений

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases}x_1+4x_2-x_3=-2\\ 2x_1+2x_2+3x_3=7\\ 3x_1+6x_2-2x_3=1\end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases}x_1+x_2+2x_3+3x_4=5\\ 3x_1+2x_2-4x_3-2x_4=1\\ 5x_1+4x_2+4x_4=11\end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

РГР №1, часть 2

Задание №1. Показать, что векторы $\bar{m},\ \bar{n},\ \bar{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\bar{a}$ по этому базису: $\bar{m} = (1, -1, 2),\ \bar{n} = (2, 0, 3),\ \bar{p} = (-2, -1, 1),\ \bar{a} = (5, -4, 13).$

Задание №2. Даны векторы $\bar{m}$ и $\bar{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{m} = (28, -8, 8),\ \bar{n} = (-21, 6, -6),\ \ \bar{a} = 2\bar{m} + \bar{n},\ \bar{b} = 2\bar{n} - \bar{m}.$$

Задание №3. Найти $|\bar{a}|$, если $|\bar{m}| = 6\sqrt{2},\ |\bar{n}| = 2,\ (\widehat{\bar{m}, \bar{n}}) = 135^\circ,\ \bar{a} = 6\bar{n} - \bar{m}.$

Задание №4. Дан ΔABC. Найти $\angle B$, если $A(1;-1;2),\ B(3;3;2),\ C(7;1;2).$

Задание №5. При каких `$x$` векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны?

$$\bar{a} = (x; 1; -4),\ \bar{b} = (x - 3; 12; x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{a} = 2\bar{m} - 5\bar{n},\ \bar{b} = \bar{m} + \bar{n},\ |\bar{m}| = 12,\ |\bar{n}| = 3,\ (\widehat{\bar{m}, \bar{n}}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$$\bar{a}\,(1;-1;5),\ \bar{b}\,(2;4;-2),\ \bar{c}\,(3;0;1).$$

Задание №9. Для линейного оператора *A* заданы образы базисных элементов $A\bar{e}_1, A\bar{e}_2, A\bar{e}_3$. Записать матрицу оператора *A* в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ и найти образ элемента $\bar{x}$.

$$A\bar{e}_1 = 7\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 - 2\bar{e}_3,\quad A\bar{e}_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 4\bar{e}_3,\quad A\bar{e}_3 = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3,$$
$$\bar{x} = 2\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

Задание №10. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}.$

РГР № 1, часть 3

Задание №1. Прямая l_1 проходит через точку A параллельно вектору $\bar{q}$. Прямая l_2 проходит через точку B перпендикулярно вектору $\bar{n}$. Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если $A(3;5),\ \bar{q}\,(1;3),\ B(0;5),\ \bar{n}\,(-3;4).$

Задание №2. Дана прямая l_1. Прямая l_2 проходит через точки A и B. Найти расстояние от точки пересечения прямых l_1 и l_2 до прямой l_3.

$$l_1: \begin{cases} x = -8t - 3 \\ y = 3t + 4, \end{cases} \qquad A(4;0),\ B(7;3),\quad l_3: 9x - 12y + 2 = 0.$$

Задание №3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости α, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\bar{n}$, если M_0 (0; 1; 7), A(2; -1; 4), $\bar{n}$ (6; 22; -3).

Задание №4. Найти угол между плоскостью α и плоскостью β, проходящей через точки A, B и C, если $\alpha: 5x + y + 4z - 28 = 0$, $A(5;2;5), B(3;7;0), C(-4;-3;-1)$.

Задание №5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями.

$$\begin{cases} x + 2y - 9z - 10 = 0; \\ 3x + 4y + 8z - 24 = 0. \end{cases}$$

Задание №6. Найти точку пересечения прямой l и плоскости α и угол между ними.

$$l: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-2}; \quad \alpha: x + 2y - 3z - 12 = 0.$$

Задание №7. Прямая l_1 проходит через точки *A* и *B*. Прямая l_2 проходит через точку *M* перпендикулярно плоскости α. Найти угол между прямыми l_1 и l_2 и выяснить – лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$$A(9;-3;1), B(4;4;-5), M(-1;11;-11), \quad \alpha: 2x + 3y - z - 1 = 0.$$

Задание №8. Для данной кривой $\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ указать фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

Задание №9. Привести уравнение кривой $9x^2 - 25y^2 - 18x + 200y - 616 = 0$ к каноническому виду и построить кривую.

Примеры вариантов контрольных работ

Вариант.

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ (б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).
Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases} 4x_1+9x_2-5x_3-8x_4=5 \\ 3x_1+7x_2-2x_3-4x_4=4 \\ 2x_1+5x_2+x_3+3x_4=3 \end{cases}$ (б) $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=5 \\ 3x_1-5x_2+3x_3=-7 \\ 2x_1+7x_2-x_3=13 \end{cases}$

Вариант

1. Расписать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$

$\vec{x}=\{5,-12,1\}$, $\vec{p}=\{1,-3,0\}$, $\vec{q}=\{1,-1,1\}$, $\vec{r}=\{0,-1,2\}$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$?

$\vec{a}=\{2,0,1\}$, $\vec{b}=\{-2,3,1\}$, $\vec{p}=2\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$

3. Дана пирамида с вершинами в точках $A_1A_2A_3A_4$.

$A_1(-2,4,8)$, $A_2(4,-1,2)$, $A_3(-8,7,10)$, $A_4(-3,4,-2)$

Найти:

а) угол между ребрами A_1A_2, A_1A_4

б) объем пирамиды

в) длину высоты, опущенной на грань $A_1A_2A_3$

г) найти длину медианы, проведенную из вершины A_1 к ребру A_2A_3

4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a}=\overrightarrow{2p}+\vec{q}$, $\vec{b}=\vec{p}-\overrightarrow{3q}$, $|\overrightarrow{p}|=2$, $|\overrightarrow{q}|=2$, $\alpha=\frac{\pi}{4}$.

Вариант

1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости $(M_1M_2M_3)$:

$M_0(-9;10;2)$, $M_1(0;7;-4)$, $M_2(4;8;-1)$, $M_3(-2;1;3)$

2. Выписать каноническое уравнение прямой: $\begin{cases} x+y+z-2=0 \\ x-y-3z+6=0 \end{cases}$

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-4}$ и $x+y+2z-9=0$.

4. Найти точку P_1 симметричную точке P относительно прямой l: $P(0;-1;3)$ и $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$.

5. Написать уравнение плоскости α проходящей через точку M_0 и перпендикулярно прямой (M_1M_2): $M_0(3;2;0)$, $M_1(4;1;5)$, $M_2(2;-1;4)$.

6. Найти косинус угла между плоскостями α_1 и α_2:

$\alpha_1: 3x-y+3=0$, $\alpha_2: x-2y+5z-10=0$

Вариант заданий теста

1.1. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

1.2. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

1.3. Решить систему по формулам Крамера $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13 \end{cases}$

2.1. Написать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ $\vec{x} = \{5, -12, 1\}$, $\vec{p} = \{1, -3, 0\}$, $\vec{q} = \{1, -1, 1\}$, $\vec{r} = \{0, -1, 2\}$

2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 2$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$

2.3. Дана пирамида с вершинами в точках $A_1A_2A_3A_4$. $A_1(6,1,3)$, $A_2(6,-2,-3)$, $A_3(2,2,0)$, $A_4(-5,1,0)$

Найти длину медианы, проведенную из вершины A_1 к ребру A_2A_3

3.1. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-4}$ и $x + y + 2z - 9 = 0$.

3.2. Найти точку P_1 симметричную точке P относительно прямой l: $P(0;-1;3)$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

3.3. Написать уравнение плоскости α проходящей через точку M_0 и перпендикулярно прямой (M_1M_2): $M_0(3;2;0)$, $M_1(4;1;5)$, $M_2(2;-1;4)$.

4.1. Дана кривая второго порядка $x^2 + 4y^2 - 12x + 16y + 16 = 0$. Получить каноническое уравнение кривой и построить ее.

4.2. Составить матрицу перехода от базиса e_1, e_2, e_3 к базису e_1', e_2', e_3', если
$\vec{e}_1' = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$; $\vec{e}_2' = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$; $\vec{e}_3' = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$

7.3.2 Промежуточная аттестация

Вопросы к экзамену (1 семестр очной формы обучения)

Матрицы, типы матриц.	
Операции с матрицами, их свойства.	
Умножение прямоугольных матриц.	
Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.	
Определители и их свойства.	
Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.	

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.	УК-1
Правило Крамера решения систем линейных уравнений.	
Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.	
Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.	
Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	
Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.	
Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.	
Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.	
Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.	
Линейная комбинация векторов.	
Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.	
Понятие базиса. Координаты вектора.	
Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.	
Упорядоченная тройка векторов.	
Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.	
Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.	
Линейные пространства.	
Матрица перехода от базиса к базису.	
Собственные векторы и собственные значения матрицы.	
Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве.	
Полярная система координат.	
Различные типы уравнений плоскости и прямой.	
Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью.	
Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.	
Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.	
Кривые второго порядка их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.	
Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы.	
Уравнение поверхности второго порядка.	
Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конусов, гиперболоидов, параболоидов.	

Типовые варианты билетов
по дисциплине **«Линейная алгебра»**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Дисциплина «Линейная алгебра»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.
2. Решить матричное уравнение $XB = A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Решить систему методом обратной матрицы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 = 12 \end{cases}$.
4. Даны векторы $\bar{a} = (-5,9,8)$, $\bar{b} = (-3,1,-2)$, $\bar{c} = (-8,10,-10)$. Проверить – компланарны ли они. Если нет, найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$.
5. Найти угол между векторами $\bar{a} = (1,-2,-2)$ и $\bar{b} = (2,0,1)$.

Утверждено на заседании кафедры Математика» «31» 03 2026 г., протокол № 7
Зав. кафедрой О.М. Баранова /_____/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Дисциплина «Линейная алгебра»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Вычислить определитель матрицы $C = A^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Решите систему уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 12, \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$
4. Показать, что векторы $\bar{m} = (1,-1,2)$, $\bar{n} = (2,0,3)$, $\bar{p} = (-2,-1,1)$ образуют базис в пространстве.
5. Дано общее уравнение прямой $-2x + 3y - 5 = 0.$ Написать: уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнение прямой в отрезках; нормальное уравнение прямой.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» « 31» 03 2026 г., протокол № 7
Зав. кафедрой О.М. Баранова /_____/

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.