Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 06.08.2026 17:11:22
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Факультет урбанистики и городского хозяйства

УТВЕРЖДЕНО
Декан Факультета урбанистики и
городского хозяйства
_____К.И. Лушин
26 февраля 2026 года

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

## «Комплексная математика и дифференциальные уравнения»

Направление подготовки/специальность
**13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»**

Профиль/специализация
**Электрооборудование и промышленная электроника**

Квалификация
**Бакалавр**

Формы обучения
**Очная**

Москва, 2026 г.

**Разработчик(и):**

Доцент, канд. физ.-мат. наук, б/з  /Н.В. Васильева/

**Согласовано:**
Заведующий кафедрой «Математика»,
канд. техн. наук, доцент  /О.М. Баранова/

**Согласовано:**
Заведующий кафедрой «Электрооборудование
и промышленная электроника», к.т.н., доцент  /А.Н. Шишков/

# Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине……4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы……..5
3. Структура и содержание дисциплины..... 5
3.1 Виды учебной работы и трудоемкость……...5
3.2 Тематический план изучения дисциплины……6
3.3 Содержание дисциплины……7
3.4 Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий……..9
3.5 Тематика курсовых проектов (курсовых работ)……..10
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение…..……10
4.1 Нормативные документы и ГОСТы……..……10
4.2 Основная литература……..11
4.3 Дополнительная литература……..11
4.4 Электронные образовательные ресурсы……..11
4.5 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение……..……11
4.6 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы……..12
5. Материально-техническое обеспечение…… ..13
6. Методические рекомендации ..... 13
6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения…… …….13
6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины…… 14
7. Фонд оценочных средств..... 16
7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения.....16
7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения…….……..17
7.3 Оценочные средства…….…… .20

## 1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным *целям* освоения дисциплины «Комплексная математика и дифференциальные уравнения» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным *задачам* освоения дисциплины «Комплексная математика и дифференциальные уравнения» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Комплексная математика и дифференциальные уравнения» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

| **Код и наименование компетенций** | **Индикаторы достижения компетенции** |
|---|---|
| ОПК-3. Способен применять соответствующий физико- математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач | **ИОПК-3.1.** Использует основные законы естественнонаучных дисциплин, методы алгебры и математического анализа, дифференциального и интегрального исчисления, численных методов; физические явления и законы механики, термодинамики, электричества магнетизма, оптики.<br>**ИОПК-3.2.** Выполняет анализ и моделирование, теоретические и экспериментальные исследования при решении профессиональных задач с использованием физико-математического аппарата. |

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Комплексная математика и дифференциальные уравнения» относится к обязательной части образовательной программы блока Б1«Дисциплины (модули)».

Дисциплина «Комплексная математика и дифференциальные уравнения» обеспечивает изучение дисциплин:

Дисциплина базируется на следующей, пройденной дисциплине:

- Линейная алгебра;
- Математический анализ;

Дисциплина «Комплексная математика и дифференциальные уравнения» логически связана с последующими дисциплинами:

*В обязательной части*:

- Физика;
- Теория вероятности и математическая статистика;
- Начертательная геометрия, инженерная и компьютерная графика;
- Теоретическая механика;
- Теоретические основы электротехники.

*В части, формируемой участниками образовательных отношений:*

- Основы промышленной схемотехники;
- Программирование и проектирование промышленных микроконтроллерных систем.

*В части элективных дисциплин:*

- Основы теории надежности электрооборудования;
- Математические методы моделирования и анализа электрических и электронных систем.

## 3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов).

### 3.1 Виды учебной работы и трудоемкость
(по формам обучения)

3.1.1. Очная форма обучения

| № п/п | Вид учебной работы | Количество часов | Семестр |
|---|---|---|---|
| | | | 4 |
| **1** | **Аудиторные занятия** | **54** | 54 |
| | В том числе: | | |
| 1.1 | Лекции | 18 | 18 |
| 1.2 | Семинарские/практические занятия | 36 | 36 |
| 1.3 | Лабораторные занятия | 0 | 0 |
| **2** | **Самостоятельная работа** | **54** | 54 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | В том числе: | | |
| 2.1 | РГР | 22 | 22 |
| 2.2 | Подготовка к семинару | 22 | 22 |
| 2.3 | Подготовка к экзамену | 10 | 10 |
| **3** | **Промежуточная аттестация** | | |
| | Зачет/диф.зачет/экзамен | - | Экзамен |
| | **Итого** | **108** | 108 |

## 3.2 Тематический план изучения дисциплины

(по формам обучения)

3.2.1. Очная форма обучения

| № п/п | Разделы/темы дисциплины | Трудоемкость, час | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Всего | Аудиторная работа | | | | Самостоятельная работа |
| | | | Лекции | Семинарские/ практические занятия | Лабораторные занятия | Практическая подготовка | |
| **1** | **Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения** | **58** | **10** | **20** | **0** | **0** | **28** |
| 1.1 | Тема 1. Введение. Дифференциальные уравнения (ДУ) первого порядка**.** Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл общего интеграла.<br>Выдача заданий РГР № 1 *по ДУ* | 8 | 2 | 2 | 0 | 0 | 4 |
| 1.2 | Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, уравнения в полных дифференциалах. | 6 | 0 | 2 | 0 | 0 | 4 |
| 1.3 | Тема 3. Линейные ДУ первого порядка и уравнения Бернулли. Решение линейных уравнений методом вариации произвольной постоянной, методом произведений Бернулли. | 8 | 2 | 2 | 0 | 0 | 4 |
| 1.4 | Тема 4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального | 6 | 0 | 2 | 0 | 0 | 4 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | уравнения n-го порядка. Общее и частное решения. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка. | | | | | | |
| 1.5 | Тема 5. Линейные однородные дифференциальные уравнения $n$ – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений $n$ – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения в зависимости от вида корней характеристического уравнения. | 6 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 1.6 | Тема 6. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Теорема о структуре общего решения Метод вариации произвольных постоянных. | 4 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 1.7 | Тема 7. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n$ – го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения для различных специальных видов правой части. | 6 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 1.8 | Тема 8. Краевые задачи. Задачи на собственные значения. | 4 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 1.9 | Тема 9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Решение нормальных систем линейных однородных и неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами. | 8 | 2 | 2 | 0 | 0 | 4 |
| 1.10 | Контрольное тестирование по ДУ. | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| **2** | **Раздел 2. Комплексный анализ** | **50** | **8** | **16** | **0** | **0** | **26** |
| 2.1 | Тема 1. Функция комплексного переменного. Представление функции комплексного переменного как отображения плоских множеств. Основные элементарные функции комплексного переменного, отличительные свойства на комплексной плоскости. | 8 | 2 | 2 | 0 | 0 | 4 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Выдача заданий РГР № 2 *по функциям комплексной переменной.* | | | | | | |
| 2.2 | Тема 2. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Дифференцируемость. Условия Коши - Римана. | 6 | 0 | 2 | 0 | 0 | 4 |
| 2.3 | Тема 3. Интеграл от функции комплексного переменного. Интегралы от аналитических функций. Теоремы Коши для односвязной области и для сложного контура. Интегральная формула Коши. Интегральное представление производной от аналитической функции. | 8 | 2 | 2 | 0 | 0 | 4 |
| 2.4 | Тема 4. Функциональные ряды, степенные ряды для функции комплексного переменного. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Лорана. Область сходимости рядов в комплексной плоскости. Нули и особые точки аналитической функции, их классификация. | 6 | 0 | 2 | 0 | 0 | 4 |
| 2.5 | Тема 5. Теория вычетов, основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов относительно особых точек. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов. | 8 | 2 | 2 | 0 | 0 | 4 |
| 2.6 | Тема 6. Операционное исчисление. Определение преобразования Лапласа. Понятие оригинала и изображения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица изображений элементарных функций. | 6 | 0 | 2 | 0 | 0 | 4 |
| 2.7 | Тема 7. Обратное преобразование Лапласа. Разложение рациональной дроби на простейшие. Операционный метод решения дифференциальных уравнений. | 6 | 2 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 2.8 | Контрольное тестирование по комплексному анализу. | 2 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| | **Итого** | **108** | **18** | **36** | **0** | **0** | **54** |

### 3.3 Содержание дисциплины

**Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Тема 1. Введение. Дифференциальные уравнения (ДУ) первого порядка**.** Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Постановка задачи Коши.

Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решения, общий и частный интегралы. Геометрический смысл общего интеграла.

Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, уравнения в полных дифференциалах.

Тема 3. Линейные ДУ первого порядка и уравнения Бернулли. Решение линейных уравнений методом вариации произвольной постоянной, методом произведений Бернулли.

Тема 4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи дифференциального уравнения n-го порядка. Общее и частное решения. Постановка задачи Коши, краевой задачи. Интегрирование методом понижения порядка.

Тема 5. Линейные однородные дифференциальные уравнения $n$ – го порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений $n$ – го порядка. Понятие фундаментальной системы решений. Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Тема 6. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Теорема о структуре общего решения Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 7. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n$ – го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения таких уравнений. Метод подбора частного решения для различных специальных видов правой части.

Тема 8. Краевые задачи. Задачи на собственные значения.

Тема 9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Решение нормальных систем линейных однородных и неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами.

**Раздел 2. Комплексный анализ**

Тема 1. Функция комплексного переменного. Представление функции комплексного переменного как отображения плоских множеств. Основные элементарные функции комплексного переменного, отличительные свойства на комплексной плоскости.

Тема 2. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Дифференцируемость. Условия Коши - Римана.

Тема 3. Интеграл от функции комплексного переменного. Интегралы от аналитических функций. Теоремы Коши для односвязной области и для сложного контура. Интегральная формула Коши. Интегральное представление производной от аналитической функции.

Тема 4. Функциональные ряды, степенные ряды для функции комплексного переменного. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Лорана. Область сходимости рядов в комплексной плоскости. Нули и особые точки аналитической функции, их классификация.

Тема 5. Теория вычетов, основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов относительно особых точек. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.

Тема 6. Операционное исчисление.

Определение преобразования Лапласа. Понятие оригинала и изображения. Свойства преобразования Лапласа. Таблица изображений элементарных функций.

Тема 7. Обратное преобразование Лапласа. Разложение рациональной дроби на простейшие. Операционный метод решения дифференциальных уравнений.

## 3.4 Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий

3.4.1 Семинарские/практические занятия

Практическое занятие 1. Дифференциальные уравнения (ДУ) первого порядка**.** Решение уравнений с разделенными и разделяющимися переменными.

Практическое занятие 2. Однородные ДУ первого порядка. ДУ, приводящиеся к однородным.

Практическое занятие 3. Решение линейных ДУ первого порядка и уравнения Бернулли.

Практическое занятие 4. Решение ДУ методом понижения порядка.

Практическое занятие 5. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений $n$ – го порядка. Решение линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами.

Практическое занятие 6. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

Практическое занятие 7. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n$ – го порядка с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для различных специальных видов правой части.

Практическое занятие 8. Краевые задачи. Задачи на собственные значения.

Практическое занятие 9. Решение нормальных систем линейных однородных и неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами.

Практическое занятие 10. Контрольное тестирование по ДУ.

Практическое занятие 11. Комплексные числа и действия над ними. Основные элементарные функции комплексной переменной.

Практическое занятие 12. Решение задач по определению предела функции комплексного переменного. Дифференцирование функции комплексной переменной. Условия Коши - Римана.

Практическое занятие 13. Интегрирование функции комплексной переменной.

Практическое занятие 14. Ряды в комплексной области.

Практическое занятие 15. Вычисление вычетов относительно особых точек. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.

Практическое занятие 16. Операционное исчисление. Свойства преобразования Лапласа.

Практическое занятие 17. Операционный метод решения дифференциальных уравнений.

Практическое занятие 18. Контрольное тестирование по комплексному анализу.

3.4.2 Лабораторные занятия

Лабораторные занятия учебным планом не предусмотрены.

### 3.5 Тематика курсовых проектов (курсовых работ)

Курсовые проекты (курсовые работы) учебным планом не предусмотрены.

## 4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

### 4.1 Нормативные документы и ГОСТы

1. ФГОС 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника». Утверждён приказом Минобрнауки России от 31.05.2017 № 481 (ред. от 08.02.2021);
2. Академический учебный план по направлению подготовки: 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника». Профиль: Электрооборудование и промышленная электроника. Форма обучения – очная. 2026 г.;
3. Образовательная программа по направлению подготовки: 13.03.02. «Электроэнергетика и электротехника». Профиль: Электрооборудование и промышленная электроника. Форма обучения – очная. 2026 г.;
4. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации»;

5. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

### 4.2 Основная литература


1. Лавров, И. В. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / И. В. Лавров, А. М. Терещенко. — 3-е изд. испр. и доп. — Москва : МИЭТ, 2022. — 176 с. — ISBN 978-5-7256-0988-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/309326. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений: учебное пособие / В. Б. Миносцев, Н. А. Берков, В. Г. Зубков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2022 — Часть 3: Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации — 2022. — 528 с. — ISBN 978-5-8114-1560-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211358


### 4.3 Дополнительная литература


1. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-9441-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/195426 — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1921-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212138 (дата обращения: 18.06.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.


### 4.4 Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:

| Название ЭОР | |
|---|---|
| Дифференциальные уравнения | https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=4396 |
| Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление | https://lms.mospolytech.ru/course/view.php?id=1219 |

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке Московского политеха

https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1 .

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования»

(http://mospolytech.ru/index.php?id=4486, http://mospolytech.ru/index.php?id=5822);

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах: http://exponenta.ru, http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

### 4.5 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

| № | Наименование | Разработчик ПО (правообладатель) | Доступность (лицензионное, свободно распространяемое) | Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Astra Linux Common Edition | ООО "РУСБИТЕХ-АСТРА" | Лицензионное | https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036 |
| 2 | Мой Офис | ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ" | Лицензионное | https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375 |

### 4.6 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

| № | Наименование | Ссылка на ресурс | Доступность |
|---|---|---|---|
| **Информационно-справочные системы** | | | |
| 1. | Stack Overflow | https://stackoverflow.com/ | Доступна в сети Интернет без ограничений |
| 2. | Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс | http://www.consultant.ru | Доступно |
| 3. | Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования | http://www.fgosvo.ru | Доступно |
| **Электронно-библиотечные системы** | | | |
| 1. | Лань | https://e.lanbook.com/ | Доступна в сети Интернет без ограничений |
| 2. | IPR Books | https://www.iprbookshop.ru/ | Доступна в сети Интернет без ограничений |

| Профессиональные базы данных | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU) | http://www.elibrary.ru | Доступно |
| 2. | Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных | http://webofscience.com | Доступно |

## 5. Материально-техническое обеспечение

Материально-техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

## 6. Методические рекомендации

### 6.1 Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс Комплексная математика и дифференциальные уравнения разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и формах текущей и промежуточной аттестаций по дисциплине, сроках их проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Образовательные технологии.

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

## 6.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

**Раздел: Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Изучение дифференциальных уравнений имеет важнейшее значение в математической подготовке инженера. Объясняется это тем, что дифференциальные уравнения представляют собой математические модели самых разнообразных процессов и явлений, так как их решения позволяют описать эволюцию изучаемого процесса, характер происходящих с материальной системой изменений в зависимости от первоначального состояния системы.

Отличительное свойство дифференциальных уравнений состоит в том, что при их интегрировании обычно получается бесчисленное множество решений. Для уравнения первого порядка это множество описывается одной произвольной постоянной. Чтобы выделить из бесконечного множества решений то, которое описывает именно данный процесс, необходимо задать дополнительную информацию, например, знать начальное состояние процесса. Такое дополнительное условие называется начальным условием.

Задача интегрирования дифференциального уравнения первого порядка совместно с начальным условием называется начальной задачей или задачей Коши.

Для дифференциальных уравнений первого порядка следует различать общее, частное и особое решения, а также общий, частный и особый интегралы.

При интегрировании уравнений первого порядка надо прежде всего определить тип уравнения, а затем уже применить тот или иной метод решения. Надо обязательно освоить процедуру приведения уравнения первого порядка к уравнению с разделенными переменными, так как именно такие уравнения можно непосредственно интегрировать.

Для дифференциальных уравнений n – го порядка обязательно знать постановки задачи Коши, краевой задачи, задачи на собственные значения.

В теме, посвященной линейным дифференциальным уравнениям n – го порядка, надо знать теоремы о структуре общего решения однородных и неоднородных уравнений, так как они указывают путь построения общего решения. Обратить внимание на то, что решение линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами не требует интегрирования, а сводится к чисто алгебраической проблеме нахождения корней соответствующего характеристического уравнения. Надо знать вид частных решений линейных однородных дифференциальных уравнений n – го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

Надо четко уяснить алгоритм построения частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом подбора (методом неопределенных коэффициентов),

обратив внимание на то, что в этом случае вид частных решений неоднородного уравнения соответствует по структуре заданной правой части.

**Раздел: Комплексный анализ**

В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексное число явилось расширением понятия действительных чисел, знать определение и три формы записи комплексного числа, геометрическую интерпретацию комплексного числа и взаимно-однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов.

Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n-ой степени из комплексного числа.

Обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел.

Важно осмыслить понятие функции комплексной переменной как отображения плоских множеств (множества значений комплексного аргумента на множество значений функции). Эта геометрическая трактовка в значительно мере определяет эффективность методов теории функций комплексной переменной, так как оказывается, что во многих случаях при решении задач для областей сложной формы (например, профиль крыла самолета, отверстие некруговой формы и т.п.) можно отобразить заданную область сложного очертания на область простой формы (например, на единичный круг), для которой соответствующая задача или уже решена, или решение находится достаточно просто.

Надо усвоить, что не всякая функция комплексной переменной является дифференцируемой, но если для нее выполняются необходимое и достаточное условия дифференцируемости (условия Коши – Римана), то она обладает рядом замечательных свойств.

Например, величина интеграла от аналитической функции не зависит от формы пути интегрирования, а определяется лишь его начальной и конечной точками, интеграл по замкнутому контуру от аналитической функции равен нулю.

Надо знать центральную формулу теории аналитических функций – интегральную формулу Коши (она позволяет находить значения аналитической функции в любой внутренней точке двумерной области по её значениям на границе *C*. Тем самым, по существу, понижается размерность решаемой задачи) и уметь применять её и основную теорему о вычетах к вычислению контурных интегралов.

При изучении операционного исчисления надо понять его основную идею: переход от действий над функциями действительной переменной - оригиналов к более простым действиям над изображениями этих функций. Надо знать свойства преобразования Лапласа, а для выполнения обратного преобразования Лапласа освоить процедуру разложения рациональных дробей на простейшие.

Успешное изучение дисциплины «Комплексная математика и дифференциальные уравнения», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы.

Самостоятельная работа является одним из видов учебных занятий. Цель самостоятельной работы – практическое самостоятельное получение студентами навыков

работы в программе математического моделирования, рассматриваемых в процессе изучения дисциплины.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

***Задачи самостоятельной работы студента:***

- развитие навыков самостоятельной учебной работы;
- освоение содержания дисциплины;
- углубление содержания и осознание основных понятий дисциплины;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий для эффективной подготовки к экзамену.

***Виды внеаудиторной самостоятельной работы:***

- выполнение расчетно-графических работ;
- подготовка к экзамену;
- подготовка к семинару;

Для выполнения любого вида самостоятельной работы необходимо пройти следующие этапы:

- определение цели самостоятельной работы;
- конкретизация познавательной задачи;
- самооценка готовности к самостоятельной работе;
- выбор адекватного способа действия, ведущего к решению задачи;
- планирование работы (самостоятельной или с помощью преподавателя) над заданием;
- осуществление в процессе выполнения самостоятельной работы самоконтроля (промежуточного и конечного) результатов работы и корректировка выполнения работы;
- рефлексия;
- презентация работы.

# 7. Фонд оценочных средств

## 7.1 Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:

- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация (экзамен).

| № п/п | Вид контроля результатов обучения | Наименование контроля результатов обучения | Краткая характеристика контроля результатов обучения |
|---|---|---|---|
| 1 | Расчетно-графическая работа | Текущий | Обучающийся в течение семестра самостоятельно выполняет ряд расчетно-графических работ по теме раздела. При |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | проверке преподаватель оценивает качество оформления, правильность расчетов. |
| 2 | Контрольная работа | Текущий | Решение контрольной работы осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела. Контрольная работа выполняется индивидуально каждым студентом. При проверке преподаватель оценивает правильность произведенных расчетов. |
| 3 | Тест | Текущий | Тестирование проводится на последнем занятии изучаемой темы. Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. В рамках тестирования проверяется знание теоретической базы. |
| 4 | Экзамен | Промежуточный | Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». |

## 7.2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).

| **Показатель** | **Критерии оценивания** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Неудовлетворительно** | **Удовлетворительно** | **Хорошо** | **Отлично** |
| **знать:** теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа. | Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа. | Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа. | Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, | Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | комплексные числа. Допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях. | комплексные числа. Свободно оперирует приобретенными знаниями. |
| **уметь**: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. | Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. | Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании умениями при их переносе на новые ситуации. | Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации. | Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности. |
| **владеть:** навыками применения | Обучающийся не владеет или в | Обучающийся в недостаточной степени владеет: | Обучающийся частично владеет: | Обучающийся в полном |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнона учным (физическим и техническим) задачам. | недостаточной степени владеет навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам. | навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественнонаучным (физическим и техническим) задачам. Обучающийся испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях. | навыками применения линейной алгебры и аналитическ ой геометрии к естественно научным (физическим и техническим ) задачам. Навыки освоены, но допускаются незначитель ные ошибки, неточности, затруднения при аналитическ их операциях, переносе умений на новые, нестандартн ые ситуации. | объеме владеет: навыками применени я линейной алгебры и аналитичес кой геометрии к естественн онаучным (физически м и технически м) задачам. Свободно применяет полученны е навыки в ситуациях повышенн ой сложности. |

**Шкала оценивания текущего контроля.**

| Наименование контроля результатов обучения | Шкала оценивания | Описание |
|---|---|---|
| Расчетно-графическая работа | Отлично - Работа сдана в срок, расчетная и графическая части выполнены верно, либо имеются недочеты, не влияющие на конечный результат. Хорошо - расчетная часть выполнена верно, в графической части есть замечания Удовлетворительно - в расчетной части есть замечания, метод выполнения графической части выбран верный Неудовлетворительно - в расчетной и графической частях есть грубые замечания. | Задание на РГР выдается на первом занятии соответствующего раздела дисциплины и сдается по окончании изучения соответствующего раздела дисциплины. РГР должны быть выполнены и оформлены в соответствии с требованиями методических указаний кафедры. |

| | | |
|---|---|---|
| Тестирование по пройденной теме | Тест содержит 20 заданий, правильный ответ на 1 задание соответствует 1 баллу. Время тестирования - 30 минут. Студенту предоставляется две попытки для прохождения теста. Максимальная оценка за тест - 20 баллов. Тест считается успешно пройденным, если студент дал не менее 60% правильных ответов (набрал не менее 12 баллов). | Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методике выставления оценки. |

**Шкала оценивания промежуточной аттестации: экзамен.**

| Шкала оценивания | Описание |
|---|---|
| Отлично | Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности, не испытывает затруднений при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации. |
| Хорошо | Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует частичное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации. |
| Удовлетворительно | Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации. |
| Неудовлетворительно | Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент не может оперировать знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации. |

## 7.3 Оценочные средства

### 7.3.1. Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

**Содержание расчетно-графических работ.**

**Расчетно-графическая работа по дифференциальным уравнениям.**

Краткое содержание расчетно-графической работы:

*Первый этап.*

Методы решений дифференциальных уравнений первого порядка различного типа.

*Второй этап.*

Методы решений дифференциальных уравнений *n* -го порядка и систем различного типа.

**Расчетно-графическая работа по комплексному анализу.**

Краткое содержание расчетно-графической работы:

Действия над комплексными числами, элементарные функции комплексной переменной, построение отображений плоских множеств, вычисление контурных интегралов, ряды в комплексной области, решение дифференциальных уравнений операционным методом.

**Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)**

**Вариант**

1. Решить уравнения:

1. $(1+cosx)\sqrt{\sin y+1}\,dx = \cos y dy/(1+\cos x)$,
2. $(x^2+xy)dy-(2xy+y^2)dx=0$,
3. $(e^y+1)dx+(\sin y+xe^y)dy=0$,

2. Решить задачи Коши для уравнений:

1. $x\,y'-y=-\ln x$, $y(2)=1$.
2. $y'-2y=xy^2$, $y(0)=1$.

3. Решить уравнение: $y'''-(ctgx)y''=ctgx$.

4. Решить уравнения:

1. $y''+4y'=2x^2$,
2. $y'''-5y''+7y'-3y=(4x+5)e^x$,
3. $y''-4y'=e^{2x}+\cos 2x-\sin x$,

4. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{\sqrt{1+x^2}}$.

5. Решить краевую задачу:

$$y'' - 6y' + 5y = e^{5x}(x+1), \qquad y(0) = 1, \quad y(1) = 1.$$

6. Найти собственные значения $\lambda$ и собственные функции $y$ задачи:

$$y'' + 12\lambda y' + 40\lambda^2 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0.$$

7. Решить уравнения:

1. $x^2 y'' + 8xy' - 4y = 2\ln x$,
2. $y'' + xy' + 2y = x^2$.

8. Решить системы уравнений:

1. $\begin{cases} y_1' = y_2 + y_3, \\ y_2' = y_1 + y_3, \\ y_3' = y_1 + 2y_2. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} y_1' = y_2 - 2y_1 - x^2, \\ y_2' = 4y_1 + 3x. \end{cases}$

**Вариант**

1. Записать комплексное число $a = -2 - 2i$ в тригонометрической и показательной формах и показать его положение на комплексной плоскости $x0y$ с указанием модуля и аргумента.
2. Выполнить указанные действия с двумя комплексными числами $a = -2 - 2i$ и $b = -3 - i$: $a + b$, $a - b$, $a \oplus b$, $a/b$, $a^4$, $\sqrt[3]{a}$.
3. Вычислить функцию $w = 3 + 2\cos z^2$ при $z = -3 - i$ и показать числа $z$ и $w$ на комплексных плоскостях $x0y$ и $u0v$.
4. Проверить функцию комплексной переменной $w = 4\mathrm{sh}z - \mathrm{ch}3z$ на аналитичность и найти её производную.
5. Вычислить интеграл функции комплексной переменной по замкну-

$$\oint_C \frac{\mathrm{tg}z}{(z+i)^3}\,dz, \quad C : |z-1| = 1$$

тому контуру $C$, применяя интегральную формулу Коши и теорему Коши о вычетах.
6. Найти изображение $F(p)$ по Лапласу функции действительной переменной $f(t) = 2e^{-2t}\mathrm{ch}3t - 4\sin 2t$.
7. Найти оригинал $f(t)$ по его изображению по Лапласу

$$F(p) = \frac{p+1}{p^2 - 6p + 8}.$$

8. С помощью преобразования Лапласа решить задачу Коши для линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами

$y'' - y = e^t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ $(t \ge 0)$.

## Комплекты тестовых заданий

### Тестовое задание по обыкновенным дифференциальным уравнениям

### ВАРИАНТ № 1

**ЗАДАНИЕ № 1.**

Дано уравнение первого порядка $xdy - y\ln\frac{y}{x}dx = 0$ в форме, содержащей дифференциалы. Приведите его к виду, разрешённому относительно производной.

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ № 2.**

Дано дифференциальное уравнение $y' = (k+1)x^2,$ тогда функция $y = x^3$ является его решением при $k,$ равном:

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ № 3.**

Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2} = xdx$ имеет вид

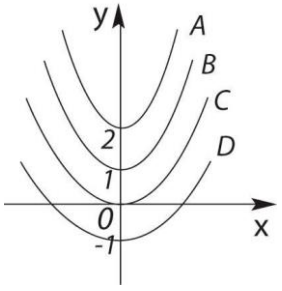
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$ 2) $-\frac{1}{y} = x^2 + C$ 3) $y = \frac{x^2}{2} + C$ 4) $\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$.

**ЗАДАНИЕ № 4.**

Укажите интегральную кривую решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $xy' = 2y; \quad y(1) = 1.$

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) D 2) C 3) A 4) B.




**ЗАДАНИЕ № 5.**

Дано дифференциальное уравнение третьего порядка $y''' = x + 2.$ Тогда общее решение уравнения имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+C$ 2) $y=\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{6}x^3+C_1\frac{x^2}{2}+C_2x+C_3$

3) $y=\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{3}x^3+C_1\frac{x^2}{2}+C_2x+C_3$

4) $y=x^4+x^3+C_1x^2+C_2x+C_3.$

**ЗАДАНИЕ № 6.**

Решение задачи Коши $y''=x,\ y(0)=1,\ y'(0)=2$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y=\frac{x^3}{6}$ 2) $y=\frac{x^3}{6}+2x$ 3) $y=\frac{x^3}{6}+2x+1$ 4) $y=\frac{x^2}{2}+2x+1.$

**ЗАДАНИЕ № 7.**

Дано дифференциальное уравнение второго порядка $xy''+y'=0,$ тогда его общее решение имеет вид:

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ № 8.**

Корни характеристического уравнения равны $k_1=k_2=2i, k_3= =k_4=-2i.$ тогда общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будет иметь вид:

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ № 9.**

Известна фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения: $y_1=1,\quad y=x,\quad y_3=x^2.$ Тогда частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=0,\quad y'(0)=1,\quad y''(0)=1,$ равно:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $1+x$ 2) $\frac{x^2}{2}$ 3) $x+\frac{x^2}{2}$ 4) $1+x+\frac{x^2}{2}$.

**ЗАДАНИЕ № 10.**

Общее решение дифференциального уравнения $y'''+9y'=0$ имеет вид:

| Ответ | |
|---|---|

**ЗАДАНИЕ № 11.**

Функция $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{x}$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, тогда его характеристическое уравнение имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $k^2 - k - 2 = 0$ 2) $k^2 + k - 2 = 0$ 3) $k^2 + 3k + 2 = 0$

4) $k^2 - 3k + 2 = 0$.

**ЗАДАНИЕ № 12.**

Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = x + 1$ по виду его правой части соответствует функция

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $y_* = Ax^2 + Bx$ 2) $y_* = Ae^{2x} + Be^{3x}$ 3) $y_* = e^{2x}(Ax + B)$

4) $y_* = Ax + B$.

**ЗАДАНИЕ № 13.**

Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами $y'' - 5y' + 6y = \dfrac{e^{2x}}{1 - e^{x}}.$ В каком виде следует искать частное решение неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных ?

| Ответ | |
|---|---|

**ЗАДАНИЕ № 14.**

Решение краевой задачи $y'' = 0, \quad 0 \le x \le 1, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 2$ имеет вид

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $y = x - 1$ 2) $y = x$ 3) $y = x + 1$ 4) $y = 3x + 1.$

**ЗАДАНИЕ № 15.**

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} y_1' = y_2 + 2, \\ y_2' = y_1 + 1 \end{cases}$ имеет вид:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

1) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^{-x}, \\ y_2 = -C_2 e^{-x} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y_1 = C_1 e^{x} + C_2 e^{-x} - 1, \\ y_2 = C_1 e^{x} - C_2 e^{-x} - 2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^{x}, \\ y_2 = C_2 e^{x} - 2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y_1 = C_1 + C_2 e^{x} - 1, \\ y_2 = C_2 e^{x} - 2. \end{cases}$

**Тестовое задание**

по комплексному анализу

**ЗАДАНИЕ 1**

Установите соответствие между комплексным числом и его модулем.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $1-i$ | | $2\sqrt{2}$ |
| | $2+2i$ | | $\sqrt{2}$ |
| | $-3+4i$ | | 2 |
| | $\sqrt{3}-2i$ | | 5 |
| | | | $\sqrt{7}$ |

**ЗАДАНИЕ 2**

Действительная часть комплексного числа $(3-2i)^2$ равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $\sqrt{13}$ 2) 5 3) 13 4) 9.

**ЗАДАНИЕ 7**

Найти модуль комплексного числа $z$, если $\mathrm{Im}z=3,$ а $\arg z=\arcsin(3/5)$.

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ 8**

Дано комплексное число $z=2+\sqrt{5}\,i.$ Установите соответствие между операциями над данным числом и результатами их выполнения.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $z\bar{z}$ | | $2\sqrt{5}$i |
| | $\bar{z}\,/\lvert z\rvert$ | | 4 |
| | $z+\bar{z}$ | | 9 |
| | $z-\bar{z}$ | | $\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}i$ |

**ЗАДАНИЕ 9**

Найти значения корня $\sqrt[3]{-1}$. Показать их на комплексной плоскости.

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ 10**

Заданию каких двух действительных функций действительной переменной эквивалентно задание комплексной функции комплексной переменной $f(z)=\mathrm{e}^{-2z^2}$ ?

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ 11**

Пусть $z=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$. Вычислить $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{80}$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) -1 2) 1 3) $2^{40}$ 4) $-2^{40}$.

**ЗАДАНИЕ 12**

Укажите значение комплексного логарифма $\operatorname{Ln} z$ при $z=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\mathrm{i}\frac{\sqrt{2}}{2}$.

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ 13**

Дана функция комплексной переменной: $f(z)=\bar{z}^2$. Проверить, применяя условия Коши – Римана, является ли она аналитической.

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ 15**

Вычислить интеграл $\oint\limits_{|z|=4}\frac{zdz}{z^2+9}$.

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ 16**

Определите радиус сходимости ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{(1+i)^{n+1}}$.

| | |
|---|---|
| Ответ | |

**ЗАДАНИЕ 17**

Найти сумму вычетов функции комплексной переменной $f(z)=\frac{z+1}{(z-2)(z-3)}$ относительно её особых точек.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) -7 2) -1 3) 1 4) 0.

**ЗАДАНИЕ 18**

Решить операционным методом задачу Коши для дифференциального уравнения: $y'-4y=e^{-t},\quad y(0)=0$.

Указание: Оригиналу $f(t)=e^{-t}$ соответствует изображение $F(p)=\frac{1}{p+1}$.

| | |
|---|---|
| Ответ | |

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

Для проведения текущего контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанном кафедрой «Математика» онлайн-курсе имеются промежуточные (пробные) контрольные работы.

### 7.3.2. Промежуточная аттестация

***Вопросы к экзамену (3 семестр очной формы обучения)***

| | |
|---|---|
| Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: определение обыкновенного дифференциального уравнения, формы записи обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, понятия общего и частного решений, общего и частного интегралов. | ОПК-3 |
| Постановка задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. | ОПК-3 |
| Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка. | ОПК-3 |
| Геометрический смысл общего интеграла обыкновенного ДУ первого порядка. | ОПК-3 |
| Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными. | ОПК-3 |
| Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. | ОПК-3 |
| Дифференциальные уравнения *n*-го порядка. Основные понятия: формы записи, понятия общего и частного решений. | ОПК-3 |
| Постановка задачи Коши и краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения *n*-го порядка. | ОПК-3 |
| Интегрирование дифференциальных уравнений *n*-го порядка методом понижения порядка. | ОПК-3 |
| Линейные однородные дифференциальные уравнения *n*-го порядка. Общие свойства решений: понятия линейно зависимых и линейно независимых решений, определителя Вронского, понятие фундаментальной системы решений. | ОПК-3 |
| Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного однородного дифференциального уравнения *n*-го порядка. | ОПК-3 |
| Линейные однородные дифференциальные уравнения *n*-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, его связь с дифференциальным уравнением. | ОПК-3 |
| Вид частных решений линейного однородного дифференциального уравнения *n* - го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от вида корней характеристического уравнения. | ОПК-3 |
| Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения. | ОПК-3 |
| Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения для правых частей вида $f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}$, $f(x) = M\cos\beta x + N\sin\beta x$, $f(x) = P(x)e^{\alpha x}\cos\beta x + Q(x)e^{\alpha x}\sin\beta x$. | ОПК-3 |
| Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных. | ОПК-3 |

| | |
|---|---|
| Постановка и решение задачи на собственные значения. | ОПК-3 |
| Системы дифференциальных уравнений. Понятие нормальной системы. Понятия общего и частного решений системы. Теорема о приведении дифференциального уравнения *n*-го порядка к нормальной системе. Метод исключения неизвестных. | ОПК-3 |
| Комплексные числа. Определение, формы записи и действия над ними. | ОПК-3 |
| Определение функции комплексной переменной. Понятие функции комплексной переменной как отображения. | ОПК-3 |
| Определение и свойства основных элементарных функций комплексной переменной. | ОПК-3 |
| Логарифмическая функция комплексной переменной. | ОПК-3 |
| Непрерывность и дифференцируемость функции комплексной переменной. Условия Коши – Римана. Понятие аналитической функции. | ОПК-3 |
| Определение и свойства интегралов от функций комплексной переменной. | ОПК-3 |
| Теорема Коши для односвязной области. | ОПК-3 |
| Теорема Коши для сложного контура. | ОПК-3 |
| Интегральная формула Коши. Вычисление контурных интегралов с помощью интегральной формулы Коши. | ОПК-3 |
| Интегральное представление производной от аналитической функции. | ОПК-3 |
| Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда в комплексной области. | ОПК-3 |
| Теорема о разложении функции комплексной переменной в ряд Тейлора. Различные формы записи ряда Тейлора. Область и радиус сходимости ряда Тейлора. | ОПК-3 |
| Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. | ОПК-3 |
| Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана. | ОПК-3 |
| Классификация особых точек аналитической функции. | ОПК-3 |
| Понятие вычета функции относительно особой точки. Основная теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов функции комплексной переменной относительно простого полюса, полюса *n* –го порядка. | ОПК-3 |
| Вычисление контурных интегралов от функции комплексной переменной с помощью вычетов. | ОПК-3 |
| Определение преобразования Лапласа, понятия оригинала и изображения. | ОПК-3 |
| Свойства преобразования Лапласа. Теоремы линейности изображения и подобия. | ОПК-3 |
| Свойства преобразования Лапласа. Теоремы смещения изображения и запаздывания. | ОПК-3 |
| Свойства преобразования Лапласа. Теоремы дифференцирования оригинала и дифференцирования изображения. | ОПК-3 |
| Свойства преобразования Лапласа. Теорема интегрирования оригинала. | ОПК-3 |
| Обратное преобразование Лапласа. Теорема обращения. | ОПК-3 |
| Обратное преобразование Лапласа. Способы нахождения оригинала. | ОПК-3 |
| Операционный метод решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. | ОПК-3 |

**Типовые варианты билетов**
**по дисциплине «Комплексная математика и дифференциальные уравнения»**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Дисциплина «Комплексная математика и дифференциальные уравнения»
Курс 2, семестр 3

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ**

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Связь между показательными и тригонометрическими функциями комплексной переменной.
3. Решить уравнение: $y^{IV} - 2y'' + y = 2x.$
4. Вычислить $\oint\limits_{|z|=3} \dfrac{\cos z}{z^2 - z - 2} dz$ с помощью интегральной формулы Коши и основной теоремы о вычетах.

Утверждено на заседании кафедры Математика» «31» 03 2026 г., протокол № 7

Зав. кафедрой О.М. Баранова /_____/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Дисциплина «Комплексная математика и дифференциальные уравнения»
Курс 2, семестр 3

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ**

1. Комплексные числа. Определение, формы записи и действия над ними.
2. Решить задачу Коши: $y' = \dfrac{y}{1+x^2} + e^{\operatorname{arctg} x}, \quad y(0) = 1.$
3. Решить уравнение $\cos z - \dfrac{e^{-iz}}{2} + 1 - i = 0$.
4. Решить задачу Коши:

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + 1, \\ y_2' = 2y_1 + y_2, \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 0, \\ y_2(0) = 0. \end{cases}$$

Утверждено на заседании кафедры «Математика» « 31» 03 2026 г., протокол № 7

Зав. кафедрой О.М. Баранова /_____/

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.