Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 20.06.2026 13:07:21
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Транспортный факультет

УТВЕРЖДАЮ
И.о. декана
_____ /М.Р. Рыбакова/
«26» февраля 2026г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

# Элементы математического моделирования физических процессов

Направление подготовки/специальность
**15.03.03 Прикладная механика**

Профиль/специализация
**Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности**

Квалификация
**бакалавр**

Формы обучения
**очная**

Москва, 2026 г.

**Разработчик(и):**

Доцент, к.т.н.  /Н.Л. Осипов/

**Согласовано:**

Заведующий кафедрой «Динамика, прочность машин
и сопротивление материалов»,
д.ф-м.н., доцент  /А.А. Скворцов/

**Содержание**

1. Цели освоения дисциплины. 4
2. Место дисциплины в структуре ООП специалитета. 4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения 5
4. Структура и содержание дисциплины. 5
5. Образовательные технологии. 7
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое 7
6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю). 8
6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины (модуля), описание шкал 10
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины. 11
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины. 11
9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов 11
10. Методические рекомендации для преподавателя 11
Приложение 1. Структура и содержание дисциплины 13
Приложение 2. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ 15

## 1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Элементы математического моделирования физических процессов» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- - формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Элементы математического моделирования физических процессов» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения важных для практических приложений задач оптимизации;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП специалитета

Дисциплина «Элементы математического моделирования физических процессов» относится к элективным дисциплинам. Ее изучение базируется на дисциплине « Математика». Дисциплина обеспечивает изучение дисциплин:

- линейная алгебра;
- физика;
- сопротивление материалов;
- Основы механикт;
- аналитическая динамика и теория колебаний;
- надежность механических систем;
- вычислительная механика;
- прикладные методы расчетов на прочность;
- основы физики прочности и механика разрушения;
- строительная механика машин;

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

| Код компетенции | В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине |
|---|---|---|
| УК-1 | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **знать:**<br>• математические постановки инженерных задач, методы их решения<br>**уметь:**<br>• решать математические задачи с применением численных методов<br>**владеть:**<br>• навыками решения инженерных задач с применением численных методов |
| ПК-1 | Способен проводить расчет элементов конструкций и узлов ЛА на статическую прочность | **знать:**<br>• основы численных методов решения математических задач в области прикладной механики<br>**уметь:**<br>• применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности<br>**владеть:**<br>• навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов |

## 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетные единицы, т.е. **108** академических часа (из них **54** часа – самостоятельная работа студентов).

Дисциплина «Элементы математического моделирования физических процессов» изучается на втором курсе в третьем семестре. При этом на лекции выделяется **1** час в неделю (**18** часов), на практические занятия – **2** часа в неделю (**36** часа), форма контроля - экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Элементы математического моделирования физических процессов» по срокам и видам работы отражены в Приложении.

### Содержание разделов дисциплины

**Введение**

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

**Тема 1**. Основы математического моделирования. Понятие математической модели, их классификация и применение в детерминированных и стохастических задачах. Основные принципы математического моделирования. Универсальность математических моделей.

**Тема 2.** Применение теории обыкновенных дифференциальных уравнений к задачам колебаний и устойчивости упругих систем. Решение уравнений свободных и вынужденных колебаний

одномассовых систем с учетом демпфирования. Примеры задач на собственные значения из технической механики.

**Тема 3.** Применение линейных дифференциальных уравнений в частных производных для моделирования различных физических процессов. Постановки начально – краевых и краевых задач математической физики.

**Тема 4.** Аналитические и численные методы решения уравнений математической физики.

Метод разделения переменных для уравнений гиперболического типа. Решения задач о продольных колебаниях стержней, крутильных колебаниях валов. Электрические колебания. Телеграфное уравнение.

**Тема 5.** Решения задач теплопроводности и диффузии. Пространственные задачи. Распространение тепла в однородном цилиндре. Функции Бесселя.

**Тема 6.** Применение прямых вариационных методов (Ритца, Бубнова – Галеркина) к решению задач механики. Понятие о методе конечных элементов как вариационно – разностном методе.

**Тема 7.** Математическое моделирование напряженно – деформированного состояния, устойчивости и колебаний типовых элементов тонкостенных конструкций (стержней, пластин и оболочек). Бигармоническое уравнение. Геометрически нелинейная теория пластин - уравнения Феппля – Кармана.

**Тема 8.** Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

## 5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Элементы математического моделирования физических процессов» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

– защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;

- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.

– организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;

– проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru, fepo.ru;*

– использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;

итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Элементы математического моделирования физических процессов» и в целом по дисциплине составляет 50% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 33 % от объема аудиторных занятий.

**6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

В процессе обучения используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:
**- две расчетно-графические работы.**

**Расчетно-графическая работа № 1. Применение обыкновенных дифференциальных уравнений к задачам устойчивости и колебаний.**

Её краткое содержание:

Решение обыкновенных линейных дифференциальных однородных и неоднородных уравнений и систем.

**Расчетно-графическая работа № 1. Часть 2. Решение уравнений математической физики.**

Её краткое содержание:

Нахождение собственных функций параболического, гиперболического или эллиптического уравнения.

Построение решения начально-краевых задач для однородных и неоднородных дифференциальных уравнений гиперболического и параболического типов.

Построение решения краевых задач для однородных и неоднородных дифференциальных уравнений эллиптического типа.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

### 6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Элементы математического моделирования физических процессов»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

| Код Компетенции | В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать |
|---|---|
| УК-1 | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач |
| ПК-1 | Способен проводить расчет элементов конструкций и узлов ЛА на статическую прочность |

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплины в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

#### 6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

| **УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Показатель** | **Критерии оценивания** | | | |
| | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **знать:** математические постановки инженерных задач, методы их решения | Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний: математических постановок инженерных задач, методов их решения; не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом | Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: математических постановок инженерных задач, методов их решения допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы. | Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания математических постановок инженерных задач, методов их решения, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы | Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний математических постановок инженерных задач, методов их решения, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теорети-ческой подготовки |
| **уметь:** решать математические задачи с применением численных методов | Обучающийся показывает недостаточное умение решать математические задачи с применением численных методов, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на | Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решать математические задачи с применением численных методов. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется | Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: решать математические задачи с применением численных методов. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, | Обучающийся демонстрирует умение решать математические задачи с применением численных методов, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом | недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач. | затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения | оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности. |
| **владеть:** навыками решения инженерных задач с применением численных методов. | Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками решения инженерных задач с применением численных методов. | Обучающийся владеет навыками решения инженерных задач с применением численных методов в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях. | Обучающийся частично владеет навыками решения инженерных задач с применением численных методов, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации. | Обучающийся в полном объеме владеет навыками решения инженерных задач с применением численных методов свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности. |
| **ПК-1 Способен проводить расчет элементов конструкций и узлов ЛА на статическую прочность** | | | | |
| **знать:** основы численных методов решения математических задач в области прикладной механики | Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний основ численных методов решения математических задач в области прикладной | Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний основ численных методов решения математических задач в области прикладной механики, | Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания основ численных методов решения математических задач в области прикладной механики, необходимых | Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний основ численных методов решения математических задач в |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | механики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом | необходимых для совершенствования наземных транспортно-технологических средств допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы. | для совершенствования наземных транспортно-технологических средств, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы | области прикладной механики, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теорети-ческой подготовки |
| **уметь:** применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности | Обучающийся показывает недостаточное умение применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом | Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач. | Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения | Обучающийся демонстрирует умение применять математический аппарат с использованием достижений техники и технологий для решения стандартных задач профессиональной деятельности. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности. |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **владеть:** навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов | Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов | Обучающийся владеет навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях. | Обучающийся частично владеет навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов, навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации. | Обучающийся в полном объеме владеет навыками решения задач прикладной механики с применением численных методов, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности. |

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

**Форма промежуточной аттестации: экзамен**

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

| **Шкала оценивания** | **Описание** |
|---|---|
| Отлично | Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи. |

| | |
|---|---|
| Хорошо | Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения. |
| Удовлетворительно | Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы. |
| Неудовлетворительно | Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями. |

**Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.**

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

**а) основная литература:**

1. Зализняк, В. Е. Введение в математическое моделирование: учебное пособие для вузов / В. Е. Зализняк, О. А. Золотов. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 133 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12249-7.

URL: https://urait.ru/bcode/447100

2. Бордовский, Г. А. Физические основы математического моделирования : учебник и практикум для вузов / Г. А. Бордовский, А. С. Кондратьев, А. Чоудери. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 319 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05365-4.

URL: https://urait.ru/bcode/513201

**б) дополнительная литература:**

1. Лобанов, А. И. Математическое моделирование нелинейных процессов : учебник для вузов / А. И. Лобанов, И. Б. Петров. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8897-0.

URL: https://urait.ru/bcode/452200

**в) электронные образовательные ресурсы**

Электронный курс «Численные методы»

https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=1325

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных и практических занятий общего фонда, столы учебные со скамьями, аудиторная доска. Рабочее место преподавателя: стол, стул.

## 9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Раздел математики, посвященный математическому моделированию физических процессов различной природы, очевидно, является чрезвычайно важным для подготовки будущих специалистов и включает в себя исключительно много типов моделей и методов их анализа. Из-за ограниченности объема курса и с учетом того, что многие модели, расчетные схемы и методы их программной реализации будут рассматриваться в специальных дисциплинах, в данном общеобразовательном курсе предусматривается обсуждение некоторых наиболее распространенных классических задач прикладной математики и механики, моделируемых, в основном, обыкновенными дифференциальными уравнениями и линейными дифференциальными уравнениями в частных производных (изучение таких уравнений второго порядка составляет предмет математической физики).

При изучении уравнений математической физики следует, прежде всего, обратить внимание на классификацию уравнений. Всё многообразие уравнений математической физики может быть разделено на три класса. Уравнения каждого класса обладают общими свойствами решений. В каждом из этих классов есть простейшее уравнение, называемое *каноническим*. Принадлежность уравнения к тому или иному классу определяется соотношением между коэффициентами при старших производных.

**Особое внимание надо обратить на постановки начально-краевых задач для уравнений гиперболического, параболического типов и краевых задач для уравнений эллиптического типа.**

Любое дифференциальное уравнение математической физики имеет бесчисленное множество решений. Для получения единственного решения необходимо задание дополнительных условий, которые позволяют однозначно описать конкретный физический процесс. Количество и вид этих условий зависят от характера и порядка производных, входящих в уравнение, от формы области, в которой ищется решение уравнения, от характера взаимодействия рассматриваемого тела (или процесса в выделенном теле) с окружающей средой. В общем случае дополнительными условиями могут быть *начальные* и *граничные условия*.

Начальные условия описывают состояние объекта в начальный момент времени. Для уравнения гиперболического типа ставятся два начальных условия соответственно второму порядку производной по времени, входящей в уравнение. Они характеризуют величины отклонений и скоростей точек объекта (струны, стержня и др.) в начальный момент времени. Для уравнения параболического типа ставится одно начальное условие, что соответствует первому порядку производной по времени (если искомая функция в уравнении теплопроводности $u(x,t)$ – температура в произвольном сечении стержня в любой момент времени $t$, то начальным

условием задаётся распределение температуры по длине стержня в начальный момент времени $t = 0$).

Граничные условия для волнового уравнения (если оно описывает, например, поперечные колебания струны конечных размеров) характеризуют поведение концов струны в процессе колебаний и зависят от характера их закрепления.

Для уравнения теплопроводности стержня граничные условия имеют существенно различный вид в зависимости от характера теплообмена концов стержня с окружающей средой.

Для уравнения эллиптического типа, как и для уравнения параболического типа, также различают разные краевые задачи в зависимости от условий на контуре рассматриваемой области.

*Поэтому постановка задачи математической физики включает задание дифференциального уравнения в частных производных, описывающего исследуемый процесс, а также в общем случае граничных и начальных условий, позволяющих получить единственное решение*.

*Если задача математической физики поставлена корректно, то её решение существует, единственно и устойчиво к малым изменениям исходных данных*.

Требование непрерывной зависимости решения от исходных данных обусловлено тем, что физические данные, характеризующие начальное состояние системы, определяются, как правило, экспериментально, и всегда с некоторой погрешностью. Поэтому необходима уверенность в том, что малая погрешность в исходных данных будет приводить лишь к малой погрешности в решении, то есть решение задачи не должно существенно зависеть от погрешностей измерений.

При подготовке к занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Предварительно необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

## 10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся ни в программе средней школы, ни в классических разделах высшей математики на первом курсе. Однако он вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра.

Вошедшие в курс ряды Фурье и уравнения математической физики практически имеют очень широкое распространение для решения разного рода естественнонаучных задач. Их освоение поможет студентам успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ёе проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и студенческих научно-технических конференциях, и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

**Структура и содержание дисциплины**

**«Элементы математического моделирования физических процессов»**

Направление подготовки

**15.03.03 «Прикладная механика»**

Профиль

**«Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»**

Форма обучения

**Очная**

| n/n | Раздел | Семестр | Неделя Семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах | | | | | Виды самостоятельной работы Студентов | | | | | Формы аттестации | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Л | П/С | Лаб | СРС | КСР | К.Р. | К.П. | РГР | Реферат | К/р | Э | З |
| **Четвертый семестр** | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1.1 | **Введение**. Понятие математической модели их классификация Основные принципы математического моделирования | 4 | 1 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.2 | Применение теории обыкновенных дифференциальных уравнений к задачам колебаний и устойчивости упругих систем. Решение уравнений свободных и вынужденных колебаний одномассовых систем с учетом демпфирования. **Выдача РГР №1** | 4 | 2 | | 2 | | 2 | | | | + | | | | |
| 1.3 | Уточненные двумерные модели поперечных колебаний стержней. Сдвиговая модель Тимошенко | 4 | 3 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.4 | Примеры задач на собственные значения из технической механики. | 4 | 4 | | 2 | | 2 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.5 | Применение линейных дифференциальных уравнений в частных производных для моделирования различных физических процессов. Постановки начально – краевых и краевых задач математической физики. **Выдача РГР №2** | 4 | 5 | 2 | 2 | | 4 | | | + | | | | | |
| 1.6 | Метод разделения переменных для уравнений гиперболического типа. Решения задач о продольных колебаниях стержней, крутильных колебаниях валов. | 4 | 6 | | 2 | | 2 | | | | | | | | |
| 1.7 | Электрические колебания. Телеграфное уравнение. | 4 | 7 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.8 | Решения задач теплопроводности и диффузии для уравнений параболического типа. | 4 | 8 | | 2 | | 2 | | | | | | | | |
| 1.9 | Пространственные задачи для уравнения теплопроводности. Распространение тепла в однородном цилиндре. Функции Бесселя. | 4 | 9 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.10 | Постановка краевых задач для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для неоднородного уравнения Лапласа в прямоугольной области в двойных тригонометрических рядах Фурье | 4 | 10 | | 2 | | 2 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Самостоятельная работа №2 (в аудитории)** | | | | | | | | | | | | | | |
| 1.11 | Математическое моделирование напряженно – деформированного состояния, устойчивости и колебаний типовых элементов тонкостенных конструкций (стержней, пластин и оболочек). | 4 | 11 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.12 | Элементы прикладной теории изгиба пластин. Бигармоническое уравнение. Решение Навье задачи об изгибе шарнирно опертой пластины в двойных тригонометрических рядах | 4 | 12 | | 2 | | 2 | | | | | | | | |
| 1.13 | Геометрически нелинейная теория пластин - уравнения Феппля – Кармана. | 4 | 13 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.14 | Применение прямых вариационных методов (Ритца, Бубнова – Галеркина) к решению задач механики. | 4 | 14 | | 2 | | 2 | | | | | | | | |
| 1.15 | Понятие о методе конечных элементов как вариационно – разностном методе. | 4 | 15 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.16 | Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных | 4 | 16 | | 2 | | 2 | | | | | | | | |
| 1.17 | Некоторые задачи математического моделирования технологических процессов | 4 | 17 | 2 | 2 | | 4 | | | | | | | | |
| 1.18 | Обзорное практическое занятие | 4 | 18 | | 1 | | 2 | | | | | | | | |
| | Контрольное тестирование | 4 | 18 | | 1 | | | | | | | | + | | |
| | ***Форма аттестации*** | | **19-21** | | | | | | | | | | | **Э** | |
| | **Всего часов по дисциплине в четвертом семестре** | | | **18** | **36** | | **54** | | | | **2 РГР** | | **1 сам. раб.** | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | |

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Направление подготовки
**15.03.03 «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»**
Профиль
**«Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»**
Квалификация (степень) выпускника:
**Бакалавр**
Форма обучения
**Очная**

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

## «Элементы математического моделирования физических процессов»

**Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств**

**2. Описание оценочных средств:**
**- Экзаменационные билеты**
**- Комплекты заданий для контрольных работ**
**- Комплект вопросов**
**- Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ**

**Составители:**

**к.т.н., доц. Н.Л. Осипов**

Москва, 2026год

Таблица 1

## ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

| **«Элементы математического моделирования физических процессов»** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **ФГОС ВО 15.03.03 «Прикладная механика»**<br>Профиль **«Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»** | | | | | |
| В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие **общекультурные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции**: | | | | | |
| **КОМПЕТЕНЦИИ** | | **Перечень компонентов** | **Технология формирования компетенций** | **Форма оценочного средства**** | **Степени уровней освоения компетенций** |
| **ИНДЕКС** | **ФОРМУЛИРОВКА** | | | | |
| УК-1 | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | **знать:**<br>• актуальные проблемы современного научного и технического развития, философские проблемы саморазвития и самореализации человека в области математики и технических наук<br>**уметь:**<br>• абстрактно мыслить, обобщать, систематизировать и анализировать полученную информацию<br>**владеть:**<br>• на основе освоения основных положений, законов и методов математики владеть способностью к | лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия | УО<br>РГР | **Базовый уровень**<br>**-в**ладеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины;<br>- осознает необходимость повышения квалификации и самостоятельно овладевать знаниями в области профессиональной деятельности.<br><br>**Повышенный уровень**<br>-владеет методами и принципами приобретения, использования и обновления более глубоких математических знаний;<br>-владеет различными способами сбора, обработки и применения математической информации; |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | абстрактному мышлению, анализу, синтезу информации | | | |
| ПК-1 | Способен проводить расчет элементов конструкций и узлов ЛА на статическую прочность | **знать:**<br>• как рационально использовать накопленные знания для эффективной научной организации труда (самостоятельного или в составе группы)<br>**уметь:**<br>• самостоятельно или в составе группы осуществлять научную деятельность, выбирая эффективные способы решения прикладных задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности<br>**владеть:**<br>способностью самостоятельно или в составе группы на научной основе организовать свой труд, используя знание методов и моделей математической физики | лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия | УО<br>РГР<br>Т | **Базовый уровень**<br>**-в**ладеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины;<br>- осознает необходимость повышения квалификации и самостоятельно овладевать знаниями в области профессиональной деятельности.<br><br>**Повышенный уровень**<br>-владеет методами и принципами приобретения, использования и обновления более глубоких математических знаний;<br>-владеет различными способами сбора, обработки и применения математической информации; |
| ПК-2 | готовностью применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные | **Знать:**<br>методы математического моделирования, постановки и решения задач математической физики | лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия | РГР<br>КР<br>Т | **Базовый уровень**<br>**-в**ладеет основными понятиями и методами математического моделирования |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности | **уметь:**<br>применять необходимый математический аппарат, методы математического и компьютерного моделирования для решения проблем, возникающих в процессе профессиональной деятельности<br>**владеть:**<br>теоретическими, расчетным и экспериментальными методами для решения прикладных задач с использованием методов математического моделирования | | | **Повышенный уровень**<br>- свободно владеет методами математического моделирования, способен их применить к задачам повышенной сложности |

**- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

**Перечень оценочных средств по дисциплине**

**«Элементы математического моделирования физических процессов»**

Таблица 1

| № п/п | Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в ФОС |
|---|---|---|---|
| 1 | Контрольная (самостоятельная) работа (КР) | Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу | Комплект контрольных заданий по вариантам |
| 3 | Расчетно-графическая работа (РГР) | Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом. | Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы |
| 4 | Устный опрос собеседование, (УО) | Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. | Вопросы по темам/разделам дисциплины |
| 5 | Тест (Т) | Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося. | Фонд тестовых заданий |
| 6 | Экзаменационные билеты (ЭБ) | Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий. | Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения. |
| Промежуточная аттестация (ПА) | | Экзамен (Э ) | 1) устно (У) 2) письменно (П) |

**Оформление и описание оценочных средств**

**1. Экзаменационные билеты**

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации (ПА) по дисциплине " Элементы математического моделирования физических процессов ".

1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.

- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

**"Отлично"**- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

**"Хорошо"**- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.
**"Удовлетворительно"** - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.
**"Неудовлетворительно"** - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.
а. Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

**Типовые варианты билетов прилагаются**.

## ОБРАЗЦЫ БИЛЕТОВ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)**

Факультет транспортный,
кафедра «Динамика, прочность машин и сопротивление материалов»
Дисциплина «Элементы математического моделирования физических процессов»

Курс 2, семестр 4

**БИЛЕТ № 1**

1. Фундаментальные решения уравнения Лапласа в пространстве и на плоскости. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в случае сферической симметрии.
2. Понятие о методе конечных элементов как вариационно – разностном методе.
3. Решить начально - краевую задачу $\frac{\partial u}{\partial t} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,

$$u(0.t) = 0; \quad u(5,t) = 15; \quad u(x,0) = 3.$$

Утверждено на заседании кафедры « __» _____20____г., протокол № ___

Заведующий кафедрой _____/Скворцов А.А./

## Комплекты тестовых заданий и контрольных работ (КР,Т)

**(для оценки компетенций ПК-2 ПК-3)**

по дисциплине

«Элементы математического моделирования физических процессов»

(наименование дисциплины)

**В А Р И А Н Т № 1**

**ЗАДАНИЕ 1**

К какому типу относится линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$6\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+8\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+8\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial u}{\partial x}+2\frac{\partial u}{\partial y}+3u=0\,?$$

| Ответ | |
|---|---|

**ЗАДАНИЕ 2**

Уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=10^4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $(u(x,t)\ [м];\quad 0\le x\le l,\ t\ge 0)$ описывает малые свободные поперечные колебания струны. Концы струны закреплены неподвижно. Найдите основную частоту $\omega\ [1/сек]$ собственных колебаний струны, если длина струны $l=50\,м$.

| Ответ | |
|---|---|

**ЗАДАНИЕ 3**

Найдите коэффициент температуропроводности $a^2\ [м^2/сек]$ в уравнении теплопроводности стержня

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad (0\le x\le l,\quad t\ge 0),$$

если коэффициент теплопроводности материала $k=50\,Дж/(м\cdot град\cdot сек)$, удельная теплоемкость $c=500\,Дж/(кг\cdot град)$, удельная плотность материала стержня $\rho=7000\ кг/м^3$ .

| Ответ | |
|---|---|

**ЗАДАНИЕ 4**

Общее решение начально – краевой задачи для однородного уравнения гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad (0\le x\le l,\quad t\ge 0)$$

$$u(0,t)=0,\quad u(l,t)=0,\ u(x,0)=f(x),\quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi(x)$$

имеет вид $u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n\cos\frac{n\pi at}{l}+B_n\sin\frac{n\pi at}{l}\right)\sin\frac{n\pi x}{l}$,

где $A_n$ и $B_n$ - произвольные постоянные: $A_n=\frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx,\quad B_n=\frac{2}{n\pi a}\int_0^l\varphi(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx.$

Запишите решение задачи при $a=4,\quad l=2,\quad f(x)=1,\quad \varphi(x)=0$.

| Ответ | |
|---|---|

**ЗАДАНИЕ 5**

Дано неоднородное волновое уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+f(x,t)$ при однородных граничных и начальных условиях

$$u(0,t)=u(8,t)=0,\quad u(x,0)=\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=0.$$

Найдите (с точностью до множителя) собственные функции задачи.

| Ответ | |
|---|---|

**ЗАДАНИЕ 6**

Общее решение начально – краевой задачи для однородного уравнения параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le l, \quad t \ge 0) \quad u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0, \; u(x,0) = f(x)$$

имеет вид $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\left(\frac{n\pi a}{l}\right)^2 t} \sin\frac{n\pi x}{l}$, где $A_n$ - произвольная постоянная $A_n = \frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx$. Запишите решение задачи при $a=1, l=1, f(x)=1.$

| Ответ | |
|---|---|

**ЗАДАНИЕ 7**

Дано однородное уравнение теплопроводности стержня

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le 1, \quad t \ge 0).$$

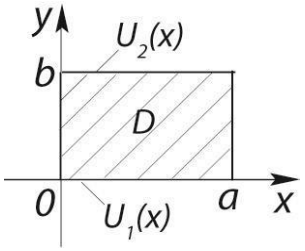
На концах стержня заданы постоянные и различные ненулевые температуры $u(0,t) = 15, \quad u(1,t) = 25,$ начальное условие: $u(x,0) = 20x + 5.$

Подберите новую функцию $v(x,t)$, связанную с искомой функцией $u(x,t)$ так, чтобы для неё граничные условия стали однородными. Какой вид примет при этом начальное условие $v(x,0)$ ?

| Ответ | |
|---|---|

**ЗАДАНИЕ 8**

Общее решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ в прямоугольной области $D: 0 \le x \le a, \; 0 \le y \le b$, при однородных граничных условиях на вертикальных сторонах области $u(0,y) = 0, \quad u(a,y) = 0$




имеет вид $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[\alpha_n \operatorname{sh}\frac{n\pi(b-y)}{a} + b_n \operatorname{sh}\frac{n\pi y}{a}\right]\sin\frac{n\pi x}{a}\left(\operatorname{sh}\frac{n\pi b}{a}\right)^{-1}$,

где $\alpha_n = \frac{2}{a}\int_0^a U_1(x)\sin\frac{n\pi x}{a}dx, \quad b_n = \frac{2}{a}\int_0^a U_2(x)\sin\frac{n\pi x}{a}dx.$

Найдите значение функции $u(x,y)$ в центре области при $a=6, \; b=4$, если

$$U_1(x) = \begin{cases} x & \text{при} \quad 0 \le x \le 3, \\ 6-x & \text{при} \quad 3 \le x \le 6, \end{cases} \qquad U_2(x) = 0.$$

| Ответ | |
|---|---|

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

## Комплект вопросов (УО)
**(для оценки компетенций ПК-2, ПК-3)**

1. Понятие математической модели, их классификация и применение в детерминированных и стохастических задачах. Основные принципы математического моделирования.
2. Решение уравнений свободных и вынужденных колебаний одномассовых систем с учетом демпфирования.
3. Примеры задач на собственные значения из технической механики.
4. Применение линейных дифференциальных уравнений в частных производных для моделирования различных физических процессов. Классификация уравнений математической физики.
5. Постановки начально – краевых и краевых задач математической физики.
6. Метод разделения переменных для уравнений гиперболического типа.
7. Постановка и решение задачи о продольных колебаниях стержня. Определение скорости распространения продольных волн в материале.
8. Решения задач о крутильных колебаниях валов.
9. Электрические колебания. Телеграфное уравнение.
10. Решения задач теплопроводности и диффузии.
11. Распространение тепла в однородном цилиндре. Функции Бесселя.
12. Постановка простейшей вариационной задачи для функционала $I = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y')dx.$ Уравнение Эйлера. Понятие экстремали.
13. Прямые методы вариационного исчисления. Метод Ритца.
14. Прямые методы вариационного исчисления. Метод Бубнова.
15. Применение прямых вариационных методов (Ритца, Бубнова – Галеркина) к решению задач механики.
16. Понятие о методе конечных элементов как вариационно – разностном методе.
17. Математическое моделирование напряженно – деформированного состояния, устойчивости и колебаний типовых элементов тонкостенных конструкций (стержней, пластин и оболочек).
18. Бигармоническое уравнение.
19. Геометрически нелинейная теория пластин - уравнения Феппля – Кармана.
20. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

## Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)
**(для оценки компетенций ПК-2, ПК-3)**

по дисциплине

«Элементы математического моделирования физических процессов «

(наименование дисциплины)

### Вариант №1

1. Решить краевую задачу:

$$y'' + 2y' = e^x(\sin x + \cos x), \qquad y(0) = 0, \qquad y(\pi/2) = 1.$$

2. Найти собственные значения $\lambda$ и собственные функции $y$ задачи:

$$y'' + \lambda^2 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(1) = y(1).$$

3. Разложить функцию $y = x/2$ на отрезке $0 \le x \le 2$ в обобщённый ряд Фурье по системе ортогональных на этом отрезке функций, в качестве которых взять собственные функции задачи на собственные значения

$$\varphi' + \lambda^2\varphi = 0, \quad (0 \le x \le 2,\ \lambda \ge 0), \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi(2) = 0,$$

предварительно проверив их на квадратичную интегрируемость и ортогональность.

4. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для гиперболического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (0 \le x \le 3,\ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = u(3,t) = 0, \quad u(x,0) = \begin{cases} x & \text{при } 0 \le x \le 3/2, \\ 3 - x & \text{при } 3/2 \le x \le 3, \end{cases} \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0$$

5. Найти решение $u = u(x, t)$ начально-краевой задачи для параболического уравнения в виде обобщённого ряда Фурье

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (2 - x)e^{-t}, \quad (0 \le x \le 2,\ t \ge 0),$$

$$u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u(2,t)}{\partial x} = 0, \quad u(x,0) = 0.$$

6. Найти решение $u = u(x, t)$ краевой задачи для эллиптического уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 3xy, \quad (0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 3),$$

$$\frac{\partial u(0,y)}{\partial x} = 0, \quad u(2,y) = 0, \quad u(x,0) = 0, \quad u(x,3) = 0$$

в виде одинарного обобщённого ряда Фурье.

---

**ЗАДАНИЕ.**

**Решить методом Бубнова задачу об изгибе балки, используя полное вариационное уравнение изгиба балки:**

$$\int_0^l (EIy^{IV} - q)\delta y\,dx + M\delta y' \Big|_0^l - Q\delta y \Big|_0^l = 0,$$

где $y(x)$, $M(x)$, $Q(x)$ – соответственно прогиб, изгибающий момент и поперечная сила в произвольном поперечном сечении балки с абсциссой $x$; $EI$ – изгибная жесткость балки, $q(x)$ – поперечная распределенная нагрузка, равная

$$q(x) = \begin{cases} \varphi_1(x) & при \quad 0 \le x < l/4, \\ \varphi_2(x) & при \quad l/4 \le x < l/2, \\ \varphi_3(x) & при \quad l/2 \le x \le l. \end{cases}$$

Выражения для функций $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x)$ указаны в таблице:

| № варианта | Граничные Условия | $\varphi_1(x)$ | $\varphi_2(x)$ | $\varphi_3(x)$ |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $y(0) = y'(0) = 0$ , $y(l) = y'(l) = 0$ | $q_0$ | $2q_0$ | $q_0(1-x/l)$ |
| 2 | | 0 | $q_0 x/l$ | $q_0$ |
| 3 | | $q_0 x/l$ | $q_0$ | 0 |
| 4 | | $q_0$ | $q_0(1-x/l)$ | 0 |
| 5 | | 0 | $q_0(1-x/l)$ | $2\,q_0$ |

**Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя