Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 03.06.2025 11:29:10
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
/Московский Политех/

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
экономики и управления
А.В. Назаренко
«21» февраля 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Линейная алгебра»

Направление подготовки
09.03.03 «Прикладная информатика»

Образовательная программа
«Информационные технологии управления бизнесом»

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва, 2025

Разработчик:

Канд. физ.-мат. наук, доцент _____ /Е.А. Коган/

Зав. кафедрой «Математика»,
канд. техн. наук _____ /О.М. Баранова/

Согласовано:

Заведующий кафедрой «Инфокогнитивные технологии»,
доцент, к.т.н. /Е.А.Пухова/

Заведующий кафедрой «Менеджмент»,
к.э.н., доцент /Е.Э. Аленина/

Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине 4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы 5
3. Структура и содержание дисциплины…… 5
   - 3.1. Виды учебной работы и трудоемкость……... 5
   - 3.2. Тематический план изучения дисциплины……5
   - 3.3. Содержание дисциплины……..5
   - 3.4. Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий 7
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение……8
   - 4.1. Нормативные документы и ГОСТы…….. 8
   - 4.2. Основная литература……..... 8
   - 4.3. Дополнительная литература…… 9
   - 4.4. Электронные образовательные ресурсы…….. 9
   - 4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение……. 10
   - 4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы……..10
5. Материально-техническое обеспечение……. 11
6. Методические рекомендации……11
   - 6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения……. 11
   - 6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины…….. 12
7. Фонд оценочных средств…….. 14

Приложение 1. Тематический план содержания дисциплины……. 15

Приложение 2. Фонд оценочных средств……19

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения……. 19
2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения……19
3. Оценочные средства……. 20
   - 3.1. Текущий контроль…… 21
   - 3.2. Промежуточная аттестация……. 27

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным целям освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К основным задачам освоения дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

Обучение по дисциплине «Линейная алгебра» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций в соответствии с ФГОС 09.03.03 «Прикладная информатика», утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19.09.2017 № 922.:

Код и наименование компетенций	**Индикаторы достижения компетенции**
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИУК-1.2. Осуществляет поиск, критически оценивает, обобщает, систематизирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи ИУК-1.3. Рассматривает и предлагает рациональные варианты решения поставленной задачи, используя системный подход, критически оценивает их достоинства и недостатки
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Знает основы высшей математики, методы и модели, применяемые в раз- личных областях; основы математического моделирования, принципы построения ма- тематических моделей, алгоритмы решения задач оптимизации; ИОПК-1.2. Умеет применять методы дискретной математики, системного анализа,

	математического моделирования для ис- следования и разработки профессиональ- ных задач и процессов; применять матема- тическое обеспечение при моделировании прикладных и информационных процессов. ИОПК-1.3. Владеет методами теоретиче- ского и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, составления математических моделей и ре- шения задач линейного и нелинейного программирования, а также задач оптими- зации работы с методами дискретной мате- матики, используемыми при проектирова- нии и разработке информационных си- стем.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1: Модуль «Математические дисциплины».

В основной части:

- Математический анализ;
- Математическая логика и дискретная математика;
- Основы ИКТ.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

- Основы программирования;
- Алгоритмы и структуры данных.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы -108 часов.

3.1. Виды учебной работы и трудоемкость

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестр 1
1	**Аудиторные занятия**	48	48
	В том числе:		
1.1	Лекции	16	16
1.2	Семинарские/практические занятия	32	32
1.3	Лабораторные занятия	-	-
2	**Самостоятельная работа**	60	60
3	**Промежуточная аттестация**		

	экзамен	Э	Э
	Итого	108	108

3.2. Тематический план изучения дисциплины

Размещён в приложении 1 к рабочей программе.

3.3. Содержание разделов дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке бакалавра, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Единственность разложения вектора по базису. Ортонормированный базис.

Тема 2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

Тема 3. Линейные пространства. Понятие базиса пространства геометрических векторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

Понятие комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Формула Муавра. Извлечение корня n-ой положительной степени из комплексного числа. Разложение многочлена на множители. Основная теорема алгебры.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.

Тема 1. Прямые и плоскости

Различные типы уравнений плоскости и уравнений прямой (на плоскости и в пространстве). Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.

Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.

Тема 2. Кривые и поверхности второго порядка

Кривые второго порядка, их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.

Уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конуса, гиперболоида, параболоида.

3.4. Тематика практических занятий по дисциплине «Линейная алгебра»

№ занятия	Тема занятия
1	**Раздел 1. Элементы линейной алгебры.** Матрицы, действия над матрицами.
2	Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.
3	Обратная матрица и ее вычисление.
4	Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы
5	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
6	Метод Гаусса в произвольных системах линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.
7	**Раздел 2. Элементы векторной алгебры.** Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейное пространство геометрических векторов. Понятие линейной комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависи- мые системы векторов.
8	Понятие базиса пространства геометрических векторов. Коор- динаты вектора. Ортонормированный базис. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.
9	Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие ор- тогональности векторов. Векторное произведение двух векто- ров, его свойства. Условие коллинеарности векторов
10	Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Вычисление объема параллелепипеда и пирамиды. Условие ком- планарности векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

11	Линейные пространства. Размерность и базис линейного про- странства. Матрица перехода от базиса к базису. Преобразование координат вектора при изменении базиса. Линейные операторы, действия с линейными операторами. Собственные векторы и собственные значения матрицы

12	**Раздел 3. Комплексные числа и многочлены** Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Дей- ствия над комплексными числами. Разложение многочлена на множители, основная теорема алгебры
13	**Раздел 4. Аналитическая геометрия** Системы координат. Различные типы уравнений плоскости
14	Различные типы уравнений прямой на плоскости и в пространстве
15	Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояний между точкой и плоскостью
16	Кривые второго порядка их геометрические свойства. Уравне- ния эллипса, гиперболы, параболы Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение кривой второго порядка к кано- ническому виду. Поверхности второго порядка

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. Федеральный закон от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (с изменениями и дополнениями);
2. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика», утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19.09.2017 № 922
3. Приказ Министерства образования и науки РФ от 05 апреля 2017 г. № 301 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры;
4. Порядок проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры, утвержденный приказом Минобрнауки России от 29 июня 2015 г. № 636;
5. Положение о практической подготовке обучающихся, утвержденное приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации и Министерства просвещения Российской Федерации от 5 августа 2020 г. № 885/390;
6. Устав и локальные нормативные акты Московского политеха
   Области профессиональной деятельности и сферы профессиональной деятельности, в которых выпускники, освоившие программу бакалавриата (далее - выпускники), могут осуществлять профессиональную деятельность:
   06 Связь, информационные и коммуникационные технологии (в сфере проектирования, разработки, внедрения и эксплуатации средств вычислительной техники и информационных систем, управления их жизненным циклом).

4.2. Основная литература:

1. Заболотский В.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия (учебный комплекс): учебное пособие, 2-е изд. Стер. М.: Изд-во ИНФРА-М, 2022. 309 с. (Высшее образование: бакалавриат).
2. Сиротина И.К. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: интерактивный курс: учебное пособие для вузов. СПб, Изд-во Лань, 2022. 180 с.
3. Курс лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. // Кудрявцев Б.Ю., Матяш В.И., Показеев В.В., Черкесова Г.В.. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. – 362с. [http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.] (дата обращения: 18.09.2023).

4.3. Дополнительная литература:

1. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Дашков и К, 2017. - 510 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/93522. - Загл. с экрана.] . (дата обращения: 18.09.2023)
2. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Части 1-4. М.: МГИУ, 2012. 400 экз.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука. Глав. ред-ия физико-матем. лит-ры, 1988. 224 с.
4. Беклемишев, Д.В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2014. - 192 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/59632. - Загл. с экрана.] (дата обращения: 18.09.2023)

4.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:

Название ЭОР	
Линейная и векторная алгебра	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3368
Аналитическая геометрия	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=2843
Линейная алгебра и аналити- ческая геометрия	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=462

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке московского политеха
https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1 .
Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (http://mospolytech.ru/index.php?id=4486,
http://mospolytech.ru/index.php?id=5822);

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах: *http://exponenta.ru*, *http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm*.
Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины: www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Наименование	Разработчик ПО (правообладатель)	Доступность (лицензионное, свободно распространяемое)	Ссылка на Единый реестр российских программ для ЭВМ и БД (при наличии)
1	Astra Linux Common Edition	ООО "РУСБИТЕХ- АСТРА"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/305783/?sphrase_id=954036
2	МойОфис	ООО "НОВЫЕ ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"	Лицензионное	https://reestr.digital.gov.ru/reestr/301558/?sphrase_id=943375

4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

№	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			
	Stack Overflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Ин- тернет без ограниче- ний
	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http://www.consultant.ru	Доступно
	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru.	Доступно
Электронно-библиотечные системы			

	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Ин- тернет без ограниче- ний

	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Ин- тернет без ограниче- ний
Профессиональные базы данных			
	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

6. Методические рекомендации

6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ее проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применя-

емых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

6.1.1. Образовательные технологии

Возможно проведение занятий и аттестаций в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) (см. п.4.4).
Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Раздел: элементы линейной алгебры

Матрицы и определители. Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$.Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A^{-1}A = E$ (должна получиться единичная матрица)

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителя с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения

произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел: Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.

Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел: комплексные числа и многочлены

В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексное число явилось расширением понятия действительных чисел, знать определение и три формы записи комплексного числа (алгебраическую, тригонометрическую и показательную), геометрическую интерпретацию комплексного числа и взаимно-однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости. Знать формулу Эйлера. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов.

Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n-ой степени из комплексного числа.

Следует обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел.

Надо знать различные виды разложения многочлена на множители для случаев, когда среди корней многочлена могут быть кратные, комплексные корни. Эти сведения будут использоваться, например, в интегральном исчислении при вычислении интегралов от дробно-рациональных функций, при решении линейных однородных дифференциальных уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Раздел: Аналитическая геометрия

При изучении аналитической геометрии следует, прежде всего, понять, что ее задачей является изучение геометрических объектов при помощи аналитических методов алгебры и математического анализа. В основе такого подхода лежит метод координат, впервые систематически примененный Р. Декартом. Основные понятия геометрии (точка, прямая, плоскость) являются неопределяемыми, и для их описания применяется аксиоматический метод, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множеством точек прямой и множеством действительных чисел и, таким образом, ввести систему координат. Надо четко усвоить различные формы уравнений прямой и плоскости уметь переходить от одной формы к другой. Следует осмыслить и успешно применять решения классических задач аналитической геометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей, уметь определять углы и расстояния между различными геометрическими объектами.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Линейная алгебра», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, больше числа часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

7. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств представлен в Приложении 2 к рабочей программе и включает разделы:

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения
2 Шкала и критерии оценивания результатов обучения
3. Оценочные средства
3.1. Текущий контроль
3.2. Промежуточная аттестация

Приложение 1

Тематический план содержания дисциплины «Линейная алгебра»
по направлению подготовки
09.03.03 «Прикладная информатика»
Направленность (профиль подготовки)
Информационные технологии управления бизнесом
Форма обучения: очная
Год набора: 2024/2025
(Бакалавр)

n/n	Раздел	Семестр	Неделя	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы аттеста- ции	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Первый семестр															
1.1	**Раздел 1. Элементы линейной алгебры** *Матрицы, действия над матрицами.*	1	1	2	2		3								
1.2	Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.	1	2		2		3				+				

	Выдача заданий РГР № 1 по линейной алгебре .														
1.3	Обратная матрица и ее вычисление. Мат- ричная запись системы линейных урав- нений.	1	3	2	2		3								
1.4	Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и опреде- ления. Решение систем линейных урав- нений методом Крамера, методом обрат- ной матрицы	1	4		2		3								
1.5	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.	1	5	2	2		4								
1.6	Метод Гаусса в произвольных системах линейных уравнений. Однородные си- стемы линейных уравнений. **Самостоятельная работа №1 в аудито- рии по линейной алгебре**	1	6		2		4						+		
1.7	Векторы. Линейные операции над векто- рами, их свойства. Линейные комбина- ции векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов. **Выдача заданий РГР №2 по векторной алгебре.**	1	7	2	2		4				+				
1.8	Понятие базиса. Координаты вектора. Коллинеарность, ортогональность и ком- планарность векторов.	1	8		2		4								

1.9	Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение двух векторов, его свойства.	1	9	2	2		4								
1.10	Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Вычисление объема па- раллелепипеда. Условие коллинеарно- сти, ортогональности и компланарности векторов. Ортонормированный базис. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, за- данных координатами в ортонормиро- ванном базисе. **Самостоятельная работа № 2 в аудито- рии по векторной алгебре**	1	10		2		4						+		
1.11	Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису преобразование координат вектора при изменении базиса. Собственные векторы и собственные значения линейного опе- ратора.	1	11	2	2		4								
1.12	**Раздел 3. Комплексные числа и мно- гочлены** Множество комплексных чи- сел. Формы записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Разложение многочлена на множители основная теорема алгебры	1	12		2		4								
1.13	**Раздел 4. Аналитическая геометрия** Системы координат. Различные типы уравнений плоскости	1	13	2	2		4				+				

	Выдача заданий РГР №3 по аналити- ческой геометрии														
1.14	Различные типы уравнений прямой на плоскости и в пространстве	1	14		2		4								
1.15	Взаимное расположение прямых на плос- кости и в пространстве. Вычисление рас- стояний между двумя точками, точкой и прямой. Взаимное расположение плоско- стей. Вычисление расстояний между точ- кой и плоскостью **Самостоятельная работа № 3 в аудито- рии по аналитической геометрии**	1	15	2	2		4						+		
1.16	Кривые второго порядка их геометриче- ские свойства. Уравнения эллипса, ги- перболы, параболы Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение кривых второго порядка к канониче- скому виду. Поверхности второго по- рядка	1	16		2		4								
	Форма аттестации		**18 - 21**											**Э**	
	Всего часов по дисциплине			**16**	**32**		**60**				**3 РГР**		**3 сам раб.**		

Приложение 2

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Линейная алгебра»

Направление подготовки: 09.03.03 «Прикладная информатика».
Профиль: «Информационные технологии управления бизнесом».

Кафедра: «Математика»

1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:
- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация (экзамен).

2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложно- сти. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями,

	навыками. В то же время при ответе допускает несуществен- ные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияю- щими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в фор- мулировании ответа отсутствует должная связь между ана- лизом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного от- вета требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при опери- ровании знаниями и умениями.

7.3. Оценочные средства

Перечень оценочных средств по дисциплине

«Линейная алгебра»

№ п/п	Наименование оценочного сред- ства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или раз- делу	Комплект контроль- ных заданий по вариантам

2	Расчетно-графи- ческая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее опреде- ленной методике для решения задач или заданий по модулю или дисци- плине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы

3	Устный опрос со-беседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического ра- ботника с обучающимся на темы, свя- занные с изучаемой дисциплиной, и рас-считанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному раз-делу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дис- циплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизир о- вать процедуру измерения уровня зна-ний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс тео- ретических вопросов, задач, практиче- ских заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура примене- ния.
Промежуточная аттеста- ция (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

7.3.1. Текущий контроль

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Содержание расчетно-графической работы.

Расчетно-графическая работа №1 по линейной алгебре.
Краткое содержание расчетно-графической работы:
Матрицы и определители. Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.
Расчетно-графическая работа №2 по векторной алгебре.
Краткое содержание расчетно-графической работы:
Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.
Расчетно-графическая работа №3 по аналитической геометрии.
Краткое содержание расчетно-графической работы:

Различные виды уравнений прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости, плоскостей в пространстве.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)
по дисциплине **Линейная алгебра**
(наименование дисциплины)

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)
РГР №1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 2\\ 4 & 0 & -3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 2\\ 0 & -3 & 3\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

Выполнить действия: A^2+8B^T.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A+3B)^2-4A^2-6AB=\ldots$
и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & -1 & 2\\ 0 & 2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -2 & 1\end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB=C$ (найти X). Сделать проверку.

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}0 & 4\\ -9 & 3\end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & 3 & 7\\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1\\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15\\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20\end{pmatrix}.$$

РГР №1, задания по решению систем линейных алгебраических уравнений

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases}x_1+4x_2-x_3=-2\\ 2x_1+2x_2+3x_3=7\\ 3x_1+6x_2-2x_3=1\end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases}x_1+x_2+2x_3+3x_4=5\\ 3x_1+2x_2-4x_3-2x_4=1\\ 5x_1+4x_2+4x_4=11\end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

РГР №1, часть 2

Задание №1. Показать, что векторы $\bar{m},\ \bar{n},\ \bar{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\bar{a}$ по этому базису: $\bar{m} = (1, -1, 2),\ \bar{n} = (2, 0, 3),\ \bar{p} = (-2, -1, 1),\ \bar{a} = (5, -4, 13).$

Задание №2. Даны векторы $\bar{m}$ и $\bar{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{m} = (28, -8, 8),\ \bar{n} = (-21, 6, -6),\ \ \bar{a} = 2\bar{m} + \bar{n},\ \bar{b} = 2\bar{n} - \bar{m}.$$

Задание №3. Найти $|\bar{a}|$, если $|\bar{m}| = 6\sqrt{2},\ |\bar{n}| = 2,\ (\hat{\bar{m}, \bar{n}}) = 135^\circ,\ \bar{a} = 6\bar{n} - \bar{m}.$

Задание №4. Дан ΔABC. Найти $\angle B$, если $A(1;-1;2),\ B(3;3;2),\ C(7;1;2).$

Задание №5. При каких `x` векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны?

$$\bar{a} = (x; 1; -4),\ \bar{b} = (x - 3; 12; x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{a} = 2\bar{m} - 5\bar{n},\ \bar{b} = \bar{m} + \bar{n},\ |\bar{m}| = 12,\ |\bar{n}| = 3,\ (\hat{\bar{m}, \bar{n}}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$$\bar{a}\,(1;-1;5),\ \bar{b}\,(2;4;-2),\ \bar{c}\,(3;0;1).$$

Задание №9. Для линейного оператора A заданы образы базисных элементов $A\bar{e}_1,\ A\bar{e}_2,\ A\bar{e}_3$. Записать матрицу оператора A в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ и найти образ элемента $\bar{x}$.

$$A\bar{e}_1 = 7\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 - 2\bar{e}_3,\quad A\bar{e}_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 4\bar{e}_3,\quad A\bar{e}_3 = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3,$$
$$\bar{x} = 2\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

Задание №10. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

РГР № 1, часть 3

Задание №1. Прямая l_1 проходит через точку A параллельно вектору $\bar{q}$. Прямая l_2 проходит через точку B перпендикулярно вектору $\bar{n}$. Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если $A(3;5),\ \bar{q}\,(1;3),\ B(0;5),\ \bar{n}\,(-3;4).$

Задание №2. Дана прямая l_1. Прямая l_2 проходит через точки A и B. Найти расстояние от точки пересечения прямых l_1 и l_2 до прямой l_3.

$$l_1: \begin{cases} x = -8t - 3 \\ y = 3t + 4, \end{cases} \qquad A(4;0),\ B(7;3),\quad l_3: 9x - 12y + 2 = 0.$$

Задание №3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости α, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\bar{n}$, если M_0(0; 1; 7), A(2; -1; 4), $\bar{n}$ (6; 22; -3).

Задание №4. Найти угол между плоскостью α и плоскостью β, проходящей через точки A, B и C, если $\alpha: 5x + y + 4z - 28 = 0,\quad A(5;2;5),\ B(3;7;0),\ C(-4;-3;-1).$

Задание №5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями.

$$\begin{cases} x+2y-9z-10=0; \\ 3x+4y+8z-24=0. \end{cases}$$

Задание №6. Найти точку пересечения прямой l и плоскости α и угол между ними.

$$l: \frac{x+2}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{-2}; \quad \alpha: x+2y-3z-12=0.$$

Задание №7. Прямая l_1 проходит через точки A и B. Прямая l_2 проходит через точку M перпендикулярно плоскости α. Найти угол между прямыми l_1 и l_2 и выяснить – лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$$A(9;-3;1),\ B(4;4;-5),\ M(-1;11;-11), \quad \alpha: 2x+3y-z-1=0.$$

Задание №8. Для данной кривой $\frac{(x+3)^2}{49}+\frac{y^2}{25}=1$ указать фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

Задание №9. Привести уравнение кривой $9x^2-25y^2-18x+200y-616=0$ к каноническому виду и построить кривую.

Примеры вариантов контрольных работ

Вариант.

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$$f(x)=-x^3+2x^2-x+3, A=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ (б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).
Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases} 4x_1+9x_2-5x_3-8x_4=5 \\ 3x_1+7x_2-2x_3-4x_4=4 \\ 2x_1+5x_2+x_3+3x_4=3 \end{cases}$ (б) $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=5 \\ 3x_1-5x_2+3x_3=-7 \\ 2x_1+7x_2-x_3=13 \end{cases}$

Вариант

1. Расписать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$

$\vec{x}=\{5,-12,1\}$, $\vec{p}=\{1,-3,0\}$, $\vec{q}=\{1,-1,1\}$, $\vec{r}=\{0,-1,2\}$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$?

$\vec{a}=\{2,0,1\}$, $\vec{b}=\{-2,3,1\}$, $\vec{p}=2\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$

3. Дана пирамида с вершинами в точках $A_1A_2A_3A_4$.

$A_1(-2,4,8)$, $A_2(4,-1,2)$, $A_3(-8,7,10)$, $A_4(-3,4,-2)$

Найти:

а) угол между ребрами A_1A_2, A_1A_4

б) объем пирамиды

в) длину высоты опущенной на грань $A_1A_2A_3$

г) найти длину медианы, проведенную из вершины A_1 к ребру A_2A_3

4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a}=2\vec{p}+\vec{q}$, $\vec{b}=\vec{p}-3\vec{q}$, $|\vec{p}|=2$, $|\vec{q}|=2$, $\alpha=\frac{\pi}{4}$.

Вариант

1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости $(M_1M_2M_3)$:

$M_0(-9;10;2)$, $M_1(0;7;-4)$, $M_2(4;8;-1)$, $M_3(-2;1;3)$

2. Выписать каноническое уравнение прямой: $\begin{cases}x+y+z-2=0\\x-y-3z+6=0\end{cases}$

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-4}$ и $x+y+2z-9=0$.

4. Найти точку P_1 симметричную точке P относительно прямой l: $P(0;-1;3)$ и $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$.

5. Написать уравнение плоскости α проходящей через точку M_0 и перпендикулярно прямой (M_1M_2): $M_0(3;2;0)$, $M_1(4;1;5)$, $M_2(2;-1;4)$.

6. Найти косинус угла между плоскостями α_1 и α_2:

$\alpha_1: 3x-y+3=0$, $\alpha_2: x-2y+5z-10=0$

Вариант заданий теста

1.1. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix}-2&0&8&1&-5\\3&-1&7&2&4\\-8&2&-6&-3&-13\\11&-3&13&5&17\end{pmatrix}$

1.2. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix}1&-2\\-3&4\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}-2&3&5\\3&-1&0\end{pmatrix}$

1.3. Решить систему по формулам Крамера $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=5\\3x_1-5x_2+3x_3=-7\\2x_1+7x_2-x_3=13\end{cases}$

2.1. Написать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$ $\vec{x}=\{5,-12,1\}$, $\vec{p}=\{1,-3,0\}$, $\vec{q}=\{1,-1,1\}$, $\vec{r}=\{0,-1,2\}$

2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a}=2\vec{p}+\vec{q}$, $\vec{b}=\vec{p}-3\vec{q}$, $|\vec{p}|=2$, $|\vec{q}|=2$, $\alpha=\frac{\pi}{4}$

2.3. Дана пирамида с вершинами в точках $A_1A_2A_3A_4$. $A_1(6,1,3)$, $A_2(6,-2,-3)$, $A_3(2,2,0)$, $A_4(-5,1,0)$

Найти длину медианы, проведенную из вершины A_1 к ребру A_2A_3

3.1. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-4}$ и $x+y+2z-9=0$.

3.2. Найти точку P_1 симметричную точке P относительно прямой l: $P(0;-1;3)$ и $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$.

3.3. Написать уравнение плоскости α проходящей через точку M_0 и перпендикулярно прямой (M_1M_2): $M_0(3;2;0)$, $M_1(4;1;5)$, $M_2(2;-1;4)$.

4.1. Дана кривая второго порядка $x^2+4y^2-12x+16y+16=0$. Получить каноническое уравнение кривой и построить .ее

4.2. Составить матрицу перехода от базиса e_1, e_2, e_3 к базису e_1', e_2', e_3', если
$\vec{e}_1'=2\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3;\ \vec{e}_2'=\vec{e}_1-\vec{e}_2+\vec{e}_3;\ \vec{e}_3'=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+\vec{e}_3$

7.3.2 Промежуточная аттестация

Вопросы к экзамену (1 семестр очной формы обучения, 1 семестр заочной формы обучения)

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.
26. Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве.
27. Полярная система координат.
28. Различные типы уравнений плоскости и прямой.
29. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью.
30. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.
31. Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.
32. Кривые второго порядка их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.
33. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы.
34. Уравнение поверхности второго порядка.
35. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конусов, гиперболоидов, параболоидов.

Типовые варианты билетов
по дисциплине **«Линейная алгебра»**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Дисциплина «Линейная алгебра»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.
2. Решить матричное уравнение $XB = A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Решить систему методом обратной матрицы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 = 12 \end{cases}$.
4. Даны векторы $\bar{a} = (-5,9,8)$, $\bar{b} = (-3,1,-2)$, $\bar{c} = (-8,10,-10)$. Проверить – компланарны ли они. Если нет, найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$.
5. Найти угол между векторами $\bar{a} = (1,-2,-2)$ и $\bar{b} = (2,0,1)$.

Утверждено на заседании кафедры математики «_»__2025 г., протокол №

Зав. кафедрой /_____/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Дисциплина «Линейная алгебра»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Вычислить определитель матрицы $C = A^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Решите систему уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 12, \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$
4. Показать, что векторы $\bar{m} = (1,-1,2)$, $\bar{n} = (2,0,3)$, $\bar{p} = (-2,-1,1)$ образуют базис в пространстве.
5. Дано общее уравнение прямой $-2x + 3y - 5 = 0$. Написать: уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнение прямой в отрезках; нормальное уравнение прямой.

Утверждено на заседании кафедры математики « » 2025 г., протокол №
Зав. кафедрой /_____/

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.