Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 23.06.2026 10:23:43
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Полиграфический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан Полиграфического факультета
_____/Нагорнова И.В./
«26» февраля 2026 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Линейная алгебра»

Направление подготовки
22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов»

Профиль
«Инженерия полимерных и композитных материалов»

Квалификация:
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва, 2026 г.

Разработчик(и):

Доцент, канд. физ.-матем. наук, доцент  Е.А. Коган

Доцент, канд. физ.-матем. наук, доцент  М.Я. Спиридонов

Согласовано:

Зав. кафедрой «Математика»,
канд. техн. наук, доцент  О.М. Баранова

Содержание

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине 4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы 4
3. Структура и содержание дисциплины 5
   3.1. Виды учебной работы и трудоемкость 5
   3.2. Тематический план изучения дисциплины 5
   3.3. Содержание дисциплины 7
   3.4. Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий 8
   3.5. Тематика курсовых проектов (курсовых работ) 9
4. Учебно-методическое и информационное обеспечение 10
   4.1. Нормативные документы и ГОСТы 10
   4.2. Основная литература 10
   4.3. Дополнительная литература 10
   4.4. Электронные образовательные ресурсы 10
   4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение 11
   4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы 11
5. Материально-техническое обеспечение 12
6. Методические рекомендации 12
   6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения 12
   6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 13
7. Фонд оценочных средств 15
   7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения 15
   7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения 16
   7.3. Оценочные средства 20

1. Цели, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

К основным *целям* освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.
- подготовку высококвалифицированных кадров, востребованных в условиях цифровой турбулентности и высоких технологических рисков современной цифровой экономики.

К основным *задачам* освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

Обучение по дисциплине «Линейная алгебра» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование компетенций	**Индикаторы достижения компетенции**
ОПК-1 Способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания	ИОПК-1.1. Решает задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части образовательной программы блока Б1«Дисциплины (модули)».

Дисциплина «Линейная алгебра» обеспечивает изучение дисциплин:

В обязательной части:

- Математический анализ;
- Физика;
- Информационные технологии и прикладные аппаратно-программные средства;
- Компьютерное моделирование в материаловедении.

В части, формируемой участниками образовательных отношений:

— Физика и химия материалов и технологических процессов;
- Моделирование свойств материалов;
- Инженерная экология и промышленная безопасность.

В части элективных дисциплин:

- Цифровые сервисы и хемоинформатика в полимерной инженерии;
- Искусственный интеллект и машинное обучение в материаловедении.

3. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачётные единицы (108 часов).

3.1. Виды учебной работы и трудоёмкость

№ п/п	Вид учебной работы	Количество часов	Семестры
			1
1	**Аудиторные занятия**	**48**	48
	В том числе:		
1.1	Лекции	16	16
1.2	Семинарские/практические занятия	32	32
1.3	Лабораторные занятия	0	0
2	**Самостоятельная работа**	**60**	60
	В том числе:		
2.1	РГР	26	26
2.2	Подготовка к семинару	24	24
2.3	Подготовка к экзамену	10	10
3	**Промежуточная аттестация**		
	Зачет/диф.зачет/экзамен	**-**	Экзамен
	Итого	**108**	108

3.2. Тематический план изучения дисциплины

№ п/п	Разделы/темы дисциплины	Трудоёмкость, час					
		Всего	Аудиторная работа				Самостоятельная работа
			Лекции	Семинарские/практические занятия	Лабораторные занятия	Практическая подготовка	
1	**Раздел 1. Элементы линейной алгебры**	**38**	**6**	**12**	**0**	**0**	**20**
1.1	Тема 1. Матрицы, действия над матрицами.	6	2	2	0	0	2
1.2	Тема 2. Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.	6	2	2	0	0	2

1.3	Тема 3. Обратная матрица и её нахождение. Матричная запись системы линейных уравнений.	6	0	2	0	0	4
1.4	Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы.	8	2	2	0	0	4
1.5	Тема 5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера–Капелли.	6	0	2	0	0	4
1.6	Тема 6. Метод Гаусса для решения произвольных систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.	6	0	2	0	0	4
2	**Раздел 2. Элементы векторной алгебры**	**34**	**4**	**10**	**0**	**0**	**20**
2.1	Тема 1. Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.	8	2	2	0	0	4
2.2	Тема 2. Понятие базиса. Координаты вектора. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.	6	0	2	0	0	4
2.3	Тема 3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение двух векторов, его свойства.	6	0	2	0	0	4
2.4	Тема 4. Смешанное произведение трёх векторов и его свойства. Вычисление объёма параллелепипеда. Условие коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов. Ортонормированный базис. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.	6	0	2	0	0	4
2.5	Тема 5. Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства. Матрица перехода от одного базиса к другому; преобразование координат вектора при изменении базиса. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	8	2	2	0	0	4
3	**Раздел 3. Комплексные числа и многочлены**	**14**	**2**	**4**	**0**	**0**	**8**

3.1	Тема 1. Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел.	8	2	2	0	0	4
3.2	Тема 2. Операции над комплексными числами. Разложение многочлена на множители (основная теорема алгебры).	6	0	2	0	0	4
4	**Раздел 4. Аналитическая геометрия**	**22**	**4**	**6**	**0**	**0**	**12**
4.1	Тема 1. Системы координат. Различные виды уравнений плоскости и прямых.	6	2	0	0	0	4
4.2	Тема 2. Различные виды уравнений плоскости, прямой на плоскости и в пространстве.	6	0	2	0	0	4
4.3	Тема 3. Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, между точкой и прямой. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояния между точкой и плоскостью.	4	0	2	0	0	2
4.4	Тема 4. Кривые второго порядка, их геометрические свойства. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка.	6	2	2	0	0	2
	Итого	**108**	**16**	**32**	**0**	**0**	**60**

3.3. Содержание дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1. Матрицы, действия над матрицами.

Тема 2. Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.

Тема 3. Обратная матрица и её нахождение. Матричная запись системы линейных уравнений.

Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы.

Тема 5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера–Капелли.

Тема 6. Метод Гаусса для решения произвольных систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 1. Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.

Тема 2. Понятие базиса. Координаты вектора. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.

Тема 3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение двух векторов, его свойства.

Тема 4. Смешанное произведение трёх векторов и его свойства. Вычисление объёма параллелепипеда. Условие коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов. Ортонормированный базис. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

Тема 5. Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства. Матрица перехода от одного базиса к другому; преобразование координат вектора при изменении базиса. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

Тема 1. Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел.

Тема 2. Операции над комплексными числами. Разложение многочлена на множители (основная теорема алгебры).

Раздел 4. Аналитическая геометрия

Тема 1. Системы координат. Различные виды уравнений плоскости и прямых.

Тема 2. Различные виды уравнений плоскости, прямой на плоскости и в пространстве.

Тема 3. Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, между точкой и прямой. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояния между точкой и плоскостью.

Тема 4. Кривые второго порядка, их геометрические свойства. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка.

3.4. Тематика семинарских/практических и лабораторных занятий

3.4.1 Семинарские/практические занятия

Практическое занятие 1. Матрицы, действия над матрицами.

Практическое занятие 2. Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.

Практическое занятие 3. Обратная матрица и её нахождение. Решение систем линейных уравнений в матричной форме.

Практическое занятие 4. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы.

Практическое занятие 5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера–Капелли.

Практическое занятие 6. Метод Гаусса для решения произвольных систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.

Практическое занятие 7. Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейное пространство геометрических векторов. Понятие линейной комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.

Практическое занятие 8. Понятие базиса пространства геометрических векторов. Координаты вектора. Ортонормированный базис. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.

Практическое занятие 9. Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие ортогональности двух векторов. Векторное произведение двух векторов, его свойства. Условие коллинеарности двух векторов.

Практическое занятие 10. Смешанное произведение трёх векторов и его свойства. Вычисление объёма параллелепипеда и пирамиды. Условие компланарности векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

Практическое занятие 11. Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора при изменении базиса. Линейные операторы, действия с линейными операторами. Собственные векторы и собственные значения матрицы (линейного оператора).

Практическое занятие 12. Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Арифметические операции над комплексными числами.

Практическое занятие 13. Извлечение корней из комплексных чисел. Разложение многочлена на множители (основная теорема алгебры).

Практическое занятие 14. Различные виды уравнений плоскости, прямой на плоскости и в пространстве.

Практическое занятие 15. Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, между точкой и прямой. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояния между точкой и плоскостью.

Практическое занятие 16. Кривые второго порядка их геометрические свойства. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду. Поверхности второго порядка.

3.4.2 Лабораторные занятия

Лабораторные занятия учебным планом не предусмотрены.

3.5. Тематика курсовых проектов (курсовых работ)

Курсовые проекты (курсовые работы) учебным планом не предусмотрены.

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение

4.1. Нормативные документы и ГОСТы

1. ФГОС 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов», утверждённый приказом Минобрнауки России от 02.06.2020 № 701.
2. Академический учебный план по направлению подготовки 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов». Профиль: «Инженерия полимерных и композитных материалов». Форма обучения – очная. 2026 г.
3. Образовательная программа по направлению подготовки 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов». Профиль: «Инженерия полимерных и композитных материалов». Форма обучения – очная. 2026 г.
4. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
5. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 № 816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».

4.2. Основная литература

1. Горлач Б.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник для вузов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 300 с. — ISBN 978-5-507-44063-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/208664.

2. Линейные алгебра и аналитическая геометрия: учебно-методическое пособие / М.И. Скворцова, И.В. Антонова, А.Г. Ратнов, Е.В. Соломонова. — Москва: РТУ МИРЭА,

2022. — 135 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/240020.

3. Туганбаев А. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник. — Москва: ФЛИНТА, 2022. — 260 с. — ISBN 978-5-9765-5265-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/333359.

4.3. Дополнительная литература

1. Миносцев В.Б., Зубков В.Г., Ляховский В.А. Курс математики для технических высших учебных заведений: учебное пособие. Часть 1: Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 544 с. — ISBN 978-5-8114-1558-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211352.

2. Сиротина И.К. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: интерактивный курс: учебное пособие для вузов. — СПб.: Лань, 2022. — 180 с. — URL: https://reader.lanbook.com/book/230360?demoKey=780fc0b90abfef2133d27b5434796b19#1

4.4. Электронные образовательные ресурсы

Проведение занятий и аттестаций возможно в дистанционном формате с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:

Название ЭОР	Ссылка
Линейная и векторная алгебра	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=3368
Аналитическая геометрия	https://online.mospolytech.ru/local/crw/course.php?id=2843
Линейная алгебра и аналитическая геометрия	https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=462

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной библиотеке Московского Политеха:

https://online.mospolytech.ru/course/view.php?id=7621&section=1

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования»:

http://mospolytech.ru/index.php?id=4486

http://mospolytech.ru/index.php?id=5822

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

http://exponenta.ru

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:

www.matematikalegko.ru>studentu

www.i-exam.ru.

4.5. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

1. Microsoft-Office
2. Microsoft-Windows

4.6. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Перечень ресурсов сети Интернет, доступных для освоения дисциплины:

№	Наименование	Ссылка на ресурс	Доступность
Информационно-справочные системы			
1.	Stack Overflow	https://stackoverflow.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
2.	Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http://www.consultant.ru	Доступно
3.	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования	http://www.fgosvo.ru	Доступно
Электронно-библиотечные системы			
1.	Лань	https://e.lanbook.com/	Доступна в сети Интернет без ограничений
2.	IPR Books	https://www.iprbookshop.ru/	Доступна в сети Интернет без ограничений
Профессиональные базы данных			
1.	База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	http://www.elibrary.ru	Доступно
2.	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных	http://webofscience.com	Доступно

5. Материально-техническое обеспечение

Материально-техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

6. Методические рекомендации

6.1. Методические рекомендации для преподавателя по организации обучения

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими учебный материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс линейной алгебры разделы являются классическими, в то же время они ориентированы на практику, поскольку имеют широкое распространение для решения разного рода задач – как внутри самой математики, так и прикладных. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, применяемых видах текущего контроля.

Изложение теоретических положений дисциплины должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного – осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Образовательные технологии.

Проведение занятий и аттестаций возможно в **дистанционном формате** с применением системы дистанционного обучения университета (СДО-LMS) на основе разработанных кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) (см. п. 4.4).

Порядок проведения работ в дистанционном формате устанавливается отдельными распоряжениями проректора по учебной работе и/или центром учебно-методической работы.

6.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Прежде всего студент должен понять, что числовая матрица — это таблица чисел (причём эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель такой матрицы — это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы-произведения. Особенность операции умножения матриц заключается в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть, вообще говоря, $AB \neq BA$. В этом следует обязательно убедиться, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм её построения. После нахождения обратной матрицы целесообразно делать проверку правильности полученного результата, перемножив её с исходной матрицей (в итоге должна получиться единичная матрица: $A^{-1}A = EE$).

При изучении определителей надо чётко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам, и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителя с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных СЛАУ методом Гаусса (в том числе введение базисных и свободных переменных).

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы необходимо обратить внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.

Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексные числа появились как расширение понятия действительных чисел. Нужно знать определение и три формы записи комплексного числа (алгебраическую, тригонометрическую и показательную), геометрическую интерпретацию комплексного числа (основанную на взаимно однозначном соответствии между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости), формулу Эйлера. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на

комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов.

Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня *n*-ой степени из комплексного числа.

Следует обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел.

Надо знать и уметь находить разложение многочлена на множители (при вещественных и комплексных корнях различной кратности). Эти сведения будут использоваться, например, в интегральном исчислении при вычислении интегралов от дробно-рациональных функций, при решении линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

При изучении аналитической геометрии следует, прежде всего, понять, что её задачей является изучение геометрических объектов при помощи аналитических методов алгебры и математического анализа. В основе такого подхода лежит метод координат, впервые систематически применённый Р. Декартом. Основные понятия геометрии (точка, прямая, плоскость) являются неопределяемыми, соотношения между ними первоначально устанавливаются аксиоматически, а затем с помощью доказанных утверждений (теорем). Взаимно однозначное соответствие между множеством точек прямой и множеством действительных чисел позволяет ввести систему координат.

Надо чётко усвоить различные формы уравнений прямой и плоскости, уметь переходить от одной формы к другой. Следует осмыслить и успешно применять решения классических задач аналитической геометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей, уметь определять углы и расстояния между различными геометрическими объектами.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Линейная алгебра», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятельной работы.

Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, больше числа часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

Самостоятельная работа является одним из видов учебных занятий. Цель самостоятельной работы — практическое самостоятельное получение студентами навыков работы в программе математического моделирования, рассматриваемых в процессе изучения дисциплины.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Задачи самостоятельной работы студента:

- развитие навыков самостоятельной учебной работы;
- освоение содержания дисциплины;
- углубление содержания и осознание основных понятий дисциплины;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий для эффективной подготовки к экзамену.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы:

- выполнение расчетно-графических работ;
- подготовка к экзамену;
- подготовка к семинару;

Для выполнения любого вида самостоятельной работы необходимо пройти следующие этапы:

- определение цели самостоятельной работы;
- конкретизация познавательной задачи;
- самооценка готовности к самостоятельной работе;
- выбор адекватного способа действия, ведущего к решению задачи;
- планирование работы (самостоятельной или с помощью преподавателя) над заданием;
- осуществление в процессе выполнения самостоятельной работы самоконтроля (промежуточного и конечного) результатов работы и корректировка выполнения работы;
- рефлексия;
- презентация работы.

7. Фонд оценочных средств

7.1. Методы контроля и оценивания результатов обучения

Для контроля успеваемости и качества освоения дисциплины настоящей программой предусмотрены следующие виды контроля:

- контроль текущей успеваемости (текущий контроль);
- промежуточная аттестация (экзамен).

№ п/п	Вид контроля результатов обучения	Наименование контроля результатов обучения	Краткая характеристика контроля результатов обучения
1	Расчётно-графическая работа	Текущий	Обучающийся в течение семестра самостоятельно выполняет ряд расчётно-графических работ по теме раздела. При проверке преподаватель оценивает качество оформления, правильность расчётов.
2	Контрольная работа	Текущий	Выполнение контрольной работы осуществляется на последнем занятии изучаемого раздела и индивидуально каждым студентом. При проверке преподаватель оценивает правильность произведенных расчётов.
3	Тест	Текущий	Тестирование проводится на последнем занятии изучаемой темы. Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. В рамках тестирования проверяется знание теоретической базы.

4	Экзамен	Промежуточный	Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

7.2. Шкала и критерии оценивания результатов обучения

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю).

Показатель	**Критерии оценивания**			
	Неудовлетворительно	**Удовлетворительно**	**Хорошо**	**Отлично**
знать: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа.	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа. Допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих знаний: теоретические основы линейной алгебры и аналитической геометрии, комплексные числа. Свободно оперирует приобретенными знаниями.
уметь: решать задачи	Обучающийся не умеет или в недостаточной	Обучающийся демонстрирует	Обучающийся	Обучающийся

и упражнения используя	степени умеет:	неполное	демонстрирует частичное	демонстрирует

основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами.	решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами.	соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. Допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность умений, по ряду показателей, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании умениями при их переносе на новые ситуации.	соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	полное соответствие следующих умений: решать задачи и упражнения используя основные методы, изученные в курсе линейной алгебре и аналитической геометрии; оперировать с комплексными числами. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
владеть: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественно-научным (физическим и техническим) задачам.	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественно-научным (физическим и техническим) задачам.	Обучающийся в недостаточной степени владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественно-научным (физическим и техническим) задачам. Обучающийся испытывает значительные затруднения при	Обучающийся частично владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественно-научным (физическим и техническим) задачам.	Обучающийся в полном объеме владеет: навыками применения линейной алгебры и аналитической геометрии к естественно-научным (физическим и

		применении навыков в новых ситуациях.	Навыки освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе умений на новые, нестандартные ситуации.	техническим) задачам. Свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания текущего контроля.

Наименование контроля результатов обучения	Шкала оценивания	Описание
Расчётно-графическая работа	Отлично - Работа сдана в срок, расчётная и графическая части выполнены верно, либо имеются недочёты, не влияющие на конечный результат. Хорошо - расчётная часть выполнена верно, в графической части есть замечания Удовлетворительно - в расчётной части есть замечания, метод выполнения графической части выбран верный Неудовлетворительно - в расчётной и графической частях есть грубые замечания.	Задание на РГР выдается на первом занятии соответствующего раздела дисциплины и сдаётся по окончании изучения соответствующего раздела дисциплины. РГР должны быть выполнены и оформлены в соответствии с требованиями методических указаний кафедры.
Контрольная работа	Отлично - Работа высокого качества, уровень выполнения отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, либо некоторые из	Защита темы включает решение задач в аудитории в течение одной пары и проходит после изучения соответствующего раздела. Билеты состоят из вопросов, позволяющих оценить сформированность компетенций. На ответы отводится 1,5 часа.

	выполненных заданий содержат незначительные ошибки Хорошо - Уровень выполнения работы отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Удовлетворительно - Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой заданий не выполнено; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий. Неудовлетворительно - Теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, предусмотренные программой задания не выполнены	
Тестирование по пройденной теме	Тест содержит 20 заданий, правильный ответ на 1 задание соответствует 1 баллу. Время тестирования - 30 минут. Студенту предоставляется две попытки для прохождения теста. Максимальная оценка за тест - 20 баллов. Тест считается успешно пройденным, если студент дал не менее 60% правильных ответов (набрал не менее 12 баллов).	Тестирование осуществляется либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методике выставления оценки.

Шкала оценивания промежуточной аттестации: экзамен.

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведённым в таблицах показателям, оперирует приобретёнными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности, не испытывает затруднений при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Хорошо	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует частичное соответствие знаний, умений, навыков приведённым в таблицах показателям, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
Удовлетворительно	Выполнены все виды учебной работы, предусмотренные учебным планом. Студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведённым в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
Неудовлетворительно	Не выполнен один или более видов учебной работы, предусмотренных учебным планом. Студент демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент не может оперировать знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

7.3. Оценочные средства

7.3.1 Текущий контроль

Комплект заданий для выполнения расчётно-графической работы (РГР) по дисциплине «Линейная алгебра»

Часть 1: «Линейная алгебра»

Матрицы и определители

Задание № 1. Даны матрицы $A = (-1\ 1\ 0\ 1\ 3\ 2\ 4\ 0\ -3)$ и $B = (2\ 0\ 2\ 0\ -3\ 3\ 1\ 1\ -1)$.

Выполнить действия: $A^2 + 8B^{TT}$.

Задание № 2. Продолжить данное матричное равенство $(2A + 3B)^2 - 4A^2 - 6AB = \cdots$ и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание № 3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$|1\ 0\ -1\ 2\ 0\ 2\ 1\ -1\ 1\ 1\ -1\ 1\ 1\ 1\ -2\ 1|.$$

Задание № 4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание № 5. Найти XX из матричного уравнения $AXXB = C$. Сделать проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание № 6. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 & 0 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 3 & 8 & 9 \\ 15 & 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

Решение систем линейных алгебраических уравнений

Задание № 1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1. \end{cases}$$

Задание № 2. Решить систему из № 1 методом обратной матрицы.

Задание № 3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание № 4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и какое-либо частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1, \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11. \end{cases}$$

Задание № 5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0, \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$$

Часть 2: «Векторная алгебра»

Задание № 1. Показать, что векторы $\vec{m}$, $\vec{n}$, $\vec{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\vec{a}$ по этому базису, если

$$\vec{m} = (1; -1; 2), \quad \vec{n} = (2; 0; 3), \quad \vec{p} = (-2; -1; 1), \quad \vec{a} = (5; -4; 13).$$

Задание № 2. Даны векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$. Выяснить, коллинеарны ли векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

$$\vec{m} = (28; -8; 8), \quad \vec{n} = (-21; 6; -6), \quad \vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}, \quad \vec{b} = 2\vec{n} - \vec{m}.$$

Задание № 3. Найти $|\vec{a}|$, если $|\vec{m}| = 6\sqrt{2}$, $|\vec{n}| = 2$, $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = 135°$, $\vec{a} = 6\vec{m} - \vec{n}$.

Задание № 4. Дан ΔABC. Найти внутренний $\angle B$, если $A(1; -1; 2)$, $B(3; 3; 2)$, $C(7; 1; 2)$.

Задание № 5. При каких x векторы $\vec{a} = (x; 1; -4)$ и $\vec{b} = (x - 3; 12; x)$ перпендикулярны?

Задание № 6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

$$\vec{a} = 2\vec{m} - 5\vec{n}, \quad \vec{b} = \vec{m} + \vec{n}, \quad |\vec{m}| = 12, |\vec{n}| = 3, \quad \angle(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание № 7. Найти площадь треугольника ABC, если $A(7; 2; -3)$, $B(6; 5; 1)$, $C(0; -2; -7)$.

Задание № 8. Даны векторы

$$\vec{a} = (1; -1; 5), \quad \vec{b} = (2; 4; -2), \quad \vec{c} = (3; 0; 1).$$

Выяснить, компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, и определить, какую (правую или левую) тройку эти векторы образуют.

Задание № 9. Для линейного оператора A заданы образы $A\vec{e}_1$, $A\vec{e}_2$, $A\vec{e}_3$ базисных элементов. Записать матрицу оператора A в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ и найти образ элемента $\vec{x}$.

$Ae^{\rightarrow}_1 = 7e^{\rightarrow}_1 + 3e^{\rightarrow}_2 - 2e^{\rightarrow}_3$, $Ae^{\rightarrow}_2 = e^{\rightarrow}_1 - e^{\rightarrow}_2 + 4e^{\rightarrow}_3$, $Ae^{\rightarrow}_3 = 2e^{\rightarrow}_1 + 2e^{\rightarrow}_2 + 3e^{\rightarrow}_3$,

$x^{\rightarrow} = 2e^{\rightarrow}_1 - 4e^{\rightarrow}_2 + e^{\rightarrow}_3$.

Задание № 10. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = (-4\ 1\ 7\ 2\ )$.

Часть 3: «Аналитическая геометрия»

Задание № 1. Прямая l_1 проходит через точку A параллельно вектору $a^{\rightarrow}$. Прямая l_2 проходит через точку B перпендикулярно вектору $\mathbb{N}^{\rightarrow}$. Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если $A(3;5),\ a^{\rightarrow} = (1;3),\ \ B(0;5),\ \mathbb{N}^{\rightarrow} = (-3;4)$.

Задание № 2. Даны прямые l_1, l_2, l_3, причём прямая l_2 проходит через точки A и B. Найти расстояние от точки пересечения прямых l_1 и l_2 до прямой l_3, если

l_1: $\{ x = -8t - 3, y = 3t + 4;$ l_2: $A(4;0),\ B(7;3);$ l_3: $9x - 12y + 2 = 0$.

Задание № 3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\mathbb{N}^{\rightarrow}$, если $M_0(0;1;7),\ A(2;-1;4),\ \mathbb{N}^{\rightarrow}(6;22;-3)$.

Задание № 4. Найти угол между плоскостью α и плоскостью $\beta\beta$, проходящей через точки A, B и C, если α: $5x + y + 4z - 28 = 0,\ \beta\beta$: $A(5;2;5),\ B(3;7;0),\ C(-4;-3;-1)$.

Задание № 5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями

$\{ x + 2y - 9z - 10 = 0, 3x + 4y + 8z - 24 = 0$.

Задание № 6. Найти точку пересечения прямой l с плоскостью α и угол между ними, если

$$l\colon \frac{x+2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-2}; \quad \alpha\colon x + 2y - 3z - 12 = 0.$$

Задание № 7. Прямая l_1 проходит через точки A и B. Прямая l_2 проходит через точку M перпендикулярно плоскости α. Найти угол между прямыми l_1, l_2 и выяснить, лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$A(9;-3;1),\quad B(4;4;-5),\quad M(-1;11;-11);\qquad \alpha\colon 2x + 3y - z - 1 = 0.$

Задание № 8. Для данной кривой $\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ указать фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

Задание № 9. Уравнение кривой второго порядка $9x^2 - 25y^2 - 18x + 200y - 616 = 0$ привести к каноническому виду и построить кривую.

Примеры вариантов контрольных работ

Вариант (линейная алгебра)

1. Найти значения матричного многочлена $f(A)$, если

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3,\qquad A = (-1\ 0\ 3\ 2\ )$.

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду: $(-2\ 0\ 8\ 1\ \ -5\ 3\ \ -1\ 7\ 2\ 4\ -\ 8\ 2\ \ -6\ \ -3\ \ -13\ 11\ \ -3\ 13\ 5\ 17\ )$.

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду: $|1\ 2\ 1\ 3\ \ -5\ 3\ 2\ 7\ \ -1\ |$.

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б).

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$; (б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot XX = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а). Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б).

(а) $\{4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5, 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4, 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3$; (б) $\{ x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7, 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13$.

Вариант (векторная алгебра)

1. Найти разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$, если

$$\vec{x} = (5; -12; 1), \quad \vec{p} = (1; -3; 0), \quad \vec{q} = (1; -1; 1), \quad \vec{r} = (0; -1; 2).$$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, если $\vec{a} = (2; 0; 1)$, $\vec{b} = (-2; 3; 2)$?

3. Дана пирамида с вершинами в точках

$$A_1(-2; 4; 8), \quad A_2(4; -1; 2), \quad A_3(-8; 7; 10), \quad A_4(-3; 4; -2).$$

Найти:

а) угол между рёбрами A_1A_2 и A_1A_4;

б) объём пирамиды;

в) длину высоты, опущенной на грань $A_1A_2A_3$;

г) длину медианы, проведённой из вершины A_1 к ребру A_2A_3.

4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если

$$\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}, \ \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}, \ |\vec{p}| = |\vec{q}| = 2, \text{ угол между } \vec{p} \text{ и } \vec{q} \text{ равен } \pi/4.$$

Вариант (аналитическая геометрия)

1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, содержащей точки M_1, M_2, M_3, где

$$M_0(-9; 10; 2), \quad M_1(0; 7; -4), \quad M_2(4; 8; -1), \quad M_3(-2; 1; 3).$$

2. Выписать канонические уравнения прямой $\{x + y + z - 2 = 0, x - y - 3z + 6 = 0$.

3. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-4}$ и плоскости $x + y + 2z - 9 = 0$.

4. Найти точку PP_1, симметричную точке $PP(0; -1; 3)$ относительно прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 и перпендикулярной прямой M_1M_2, если $M_0(3; 2; 0)$, $M_1(4; 1; 5)$, $M_2(2; -1; 4)$.

6. Найти косинус угла между плоскостями $3x - y + 3 = 0$ и $x - 2y + 5z - 10 = 0$.

Вариант заданий теста

1.1. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду: $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 \\ -5 & 3 & -1 & 7 \\ 2 & 4 & -8 & 2 \\ -6 & -3 & -13 & 11 \\ -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$.

1.2. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot XX = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

1.3. Решить по формулам Крамера систему линейных уравнений $\{\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7, 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13.$

2.1. Найти разложение вектора $x^{\rightarrow}$ по векторам $p^{\rightarrow}, q^{\rightarrow}, r^{\rightarrow}$, если

$$x^{\rightarrow} = (5; -12; 1), \quad p^{\rightarrow} = (1; -3; 0), \quad q^{\rightarrow} = (1; -1; 1), \quad r^{\rightarrow} = (0; -1; 2).$$

2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $a^{\rightarrow}$ и $b^{\rightarrow}$, если

$$a^{\rightarrow} = 2p^{\rightarrow} + q^{\rightarrow}, \qquad b^{\rightarrow} = p^{\rightarrow} - 3q^{\rightarrow}, \quad |p^{\rightarrow}| = |q^{\rightarrow}| = 2, \quad \angle p^{\rightarrow}, q^{\rightarrow} = \pi/4.$$

2.3. Дана пирамида с вершинами в точках $A_1(6; 1; 3)$, $A_2(6; -2; -3)$, $A_3(2; 2; 0)$, $A_4(-5; 1; 0)$. Найти длину медианы, проведённой из вершины A_1 к ребру A_2A_3.

3.1. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-4}$ и плоскости $x + y + 2z - 9 = 0$.

3.2. Найти точку PP_1, симметричную точке $PP(0; -1; 3)$ относительно прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

3.3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 и перпендикулярной прямой M_1M_2, если $M_0(3; 2; 0)$, $M_1(4; 1; 5)$, $M_2(2; -1; 4)$.

4.1. Кривая второго порядка задана уравнением $x^2 + 4y^2 - 12x + 16y + 16 = 0$.

Найти каноническое уравнение кривой и построить её.

4.2. Составить матрицу перехода от базиса $e^{\rightarrow}_1, e^{\rightarrow}_2, e^{\rightarrow}_3$ к базису $e^{\rightarrow\prime}_1, e^{\rightarrow\prime}_2, e^{\rightarrow\prime}_3$, если

$$e^{\rightarrow\prime}_1 = 2e^{\rightarrow}_1 + e^{\rightarrow}_2 + e^{\rightarrow}_3, \qquad e^{\rightarrow\prime}_2 = e^{\rightarrow}_1 - e^{\rightarrow}_2 + e^{\rightarrow}_3, \qquad e^{\rightarrow\prime}_3 = e^{\rightarrow}_1 + 2e^{\rightarrow}_2 + e^{\rightarrow}_3.$$

7.3.2 Промежуточная аттестация

Вопросы к экзамену (1 семестр, очная форма обучения)

Матрицы, типы матриц.	ОПК-1
Операции над матрицами, их свойства.	ОПК-1
Умножение прямоугольных матриц. Свойства операции умножения матриц.	ОПК-1
Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.	ОПК-1
Определители и их свойства.	ОПК-1
Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.	ОПК-1
Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.	ОПК-1
Правило Крамера решения систем линейных уравнений.	ОПК-1
Обратная матрица. Правило её нахождения. Условие существования обратной матрицы.	ОПК-1
Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.	ОПК-1
Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	ОПК-1
Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.	ОПК-1
Ранг матрицы. Теорема Кронекера—Капелли.	ОПК-1
Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений однородной системы.	ОПК-1

Понятие вектора. Линейные операции над векторами и их свойства.	ОПК-1
Линейная комбинация векторов.	ОПК-1
Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.	ОПК-1
Понятие базиса векторного пространства. Координаты вектора.	ОПК-1
Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.	ОПК-1
Правая и левая упорядоченные тройки векторов.	ОПК-1
Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов в ортонормированном базисе.	ОПК-1
Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.	ОПК-1
Линейные пространства.	ОПК-1
Матрица перехода от одного базиса к другому базису.	ОПК-1
Собственные векторы и собственные значения матрицы.	ОПК-1
Системы координат. Прямоугольные (декартовы) координаты на плоскости и в пространстве.	ОПК-1
Полярная система координат.	ОПК-1
Различные виды уравнений плоскости и прямой.	ОПК-1
Вычисление расстояний между двумя точками, между точкой и прямой, между точкой и плоскостью.	ОПК-1
Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.	ОПК-1
Вычисление углов между двумя прямыми, между прямой и плоскостью, между двумя плоскостями.	ОПК-1
Кривые второго порядка их геометрические свойства и уравнения. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.	ОПК-1
Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы.	ОПК-1
Уравнение поверхности второго порядка.	ОПК-1
Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конусов, гиперболоидов, параболоидов.	ОПК-1

Типовые варианты билетов
по дисциплине «Линейная алгебра»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций Кафедра «Математика»
Дисциплина «Линейная алгебра»
Направление подготовки 23.03.01 «Материаловедение и технологии материалов»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.
2. Решить матричное уравнение $XXB = A$, если $A = (1\ 2\ 2\ 1\ )$, $B = (-1\ 2\ 0\ 1\ )$.
3. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы: $\{\ x_1 + 2x_2 = -1, 2x_1 - 3x_2 = 12.$

4. Даны векторы $\vec{a} = (-5; 9; 8)$, $\vec{b} = (-3; 1; -2)$, $\vec{c} = (-8; 10; -10)$. Проверить, компланарны ли они. Если нет, то найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.
5. Найти угол между векторами $\vec{a} = (1; -2; -2)$ и $\vec{b} = (2; 0; 1)$.

Утверждено на заседании кафедры математики «31» 03 2026 г., протокол № 7

Зав. кафедрой О.М. Баранова /_____/

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций Кафедра «Математика»
Дисциплина «Линейная алгебра»
Направление подготовки 23.03.01 «Материаловедение и технологии материалов»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Вычислить определитель матрицы $C = A^{TT}$, если $A = (1\ 2\ -1\ 3\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1)$.
3. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса $\{4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 12,\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 1, 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3$.
4. Показать, что векторы $\vec{n} = (1; -1; 2)$, $\vec{n} = (2; 0; 3)$, $\vec{p} = (-2; -1; 1)$ образуют базис в пространстве.
5. Дано общее уравнение прямой $-2x + 3y - 5 = 0$. Написать: уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнение прямой в отрезках; нормальное уравнение прямой.

Утверждено на заседании кафедры математики « 31» 03 2026 г., протокол № 7

Зав. кафедрой О.М. Баранова / /

Для проведения промежуточного контроля знаний студентов в дистанционном формате в разработанных кафедрой «Математика» онлайн-курсах имеются итоговые тесты.