Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 07.06.2024 15:07:49
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Московский политехнический университет»

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
«Информационные технологии»
_____ / Д.Г.Демидов /
«15» февраля 2024г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Линейная алгебра

Направление подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Профиль подготовки (образовательная программа)
«Интеллектуальные беспилотные системы»

Год начала обучения:
2024

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва – 2024

Программа по дисциплине **«Линейная алгебра»** составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению подготовки **09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»**, профиль подготовки **«Интеллектуальные беспилотные системы»**.

Программу составили:
доц., к.п.н. / С.А. Муханов/
доц., к.ф.-м.н. /Е.А. Коган/

Программа дисциплины **«Линеная алгебра»** по направлению **09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»** по профилю подготовки **«Интеллектуальные беспилотные системы»** утверждена на заседании кафедры «Математика»

«__» _____20____ г., протокол № _____

Зав. кафедрой «Математика»
д.ф.-м.н. /С.Н. Андреев/

Программа согласована с заведующим кафедрой «СМАРТ-технологии»

к.т.н _____ / Е.В. Петрунина /
«____»_____20___ г.

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в обязательную часть в модуль «Математическая подготовка». Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

- математический анализ;
- физика;
- дискретная математика;
- дифференциальные и интегральные уравнения;
- математическая логика и теория алгоритмов;
- теория функций комплексного переменного;
- численные методы в задачах управления.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	• **Знать:** • Методы поиска информации, свойства информации. Методы анализа информации и способы решения поставленных задач. **Уметь:** • Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. • **Владеть:** • Методами поиска и анализа информации, практическими навыками по решению поставленных задач.
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	• **ОПК-1.1. Знать:** Основы высшей математики, информатики и программирования; • **ОПК-1.2. Уметь:** Решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетных единицы, т.е. **108** академических часа (из них 60 часа – самостоятельная работа студентов).

Разделы дисциплины «Линейная алгебра» изучаются на первом курсе во втором семестре: лекции – 16 часов, практические занятия – 32 часов, форма контроля - 1-ый семестр - экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Линейная алгебра» по срокам и видам работы отражены в Приложении 1.

Содержание разделов дисциплины

Первый семестр

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке специалиста, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1.1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

Тема 1.2. Обратная матрица.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

Тема 1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 2.1. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

Тема 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

Тема 2.3. Линейные пространства. Базис. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

Билинейные квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Раздел 3. Комплексные числа и многочлены

Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Формула Муавра. Разложение многочлена на множители основная теорема алгебры.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.

Тема 4.1. Прямые и плоскости

Различные типы уравнений плоскости и прямой.

Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью.

Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.

Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.

Тема 4.2. Кривые и поверхности второго порядка

Кривые второго порядка их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.

Уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конусов, гиперболоидов, параболоидов. Цилиндрические поверхности.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Линейная алгебра» и реализация компетентностного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;
- привлечение лучших студентов к консультированию отстающих;
- подготовка, представление и обсуждение презентаций на семинарских занятиях;
- организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;
- проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru, fepo.ru;*
- использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;
- итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Линейная алгебра» и в целом по дисциплине составляет 2/3 аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 1/3 от объема аудиторных занятий.

Проведение занятий с 2024 уч. году предусматривается также работу в lms.mospolytech.ru на основе разрабатываемых кафедрой «Математика» электронных образовательных ресурсов (ЭОР) по всем разделам программы:

по математическому анализу;

по интегральному исчислению;

по рядам.

Разработанные ЭОР включают тренировочные и итоговые тесты.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения на первом и втором курсах используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

- одна расчетно-графическая работа.

Расчетно-графическая работа по линейной и векторной алгебре и аналитической геометрии. Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Этап 1.

Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.

Этап 2.

Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.

Этап 3.

Различные виды уравнений прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости, плоскостей в пространстве.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Линейная алгебра»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код	В результате освоения образовательной программы обу-

компетенции	чающийся должен обладать
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности				
Показатель	**Критерии оценивания**			
	2	**3**	**4**	**5**
ОПК-1.1. Знать: Основы высшей математики, информатики и программирования	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки
ОПК-1.2. Уметь: Решать стан-	Обучающийся показывает недостаточное умение	Обучающийся демонстрирует неполное соот-	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений:	Обучающийся демонстрирует умение приме-

дартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	применять теорию к решению стандартных профессиональных задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	ветствие следующих умений: решение стандартных профессиональных задач. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	применять теоретические методы к решению стандартных профессиональных задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	нять теорию к решению типовых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач				
Знать: Методы поиска информации, свойства информации. Методы анализа информации и способы решения поставленных задач.	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению стандартных профессиональных задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение стандартных профессиональных задач. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению стандартных профессиональных задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению типовых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
Уметь: Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению стандартных профессиональных задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют,	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение стандартных профессиональных задач. В решении задач могут содержаться грубые ошибки,	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению стандартных профессиональных задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению типовых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приоб-

	неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.		ретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
Владеть: Методами поиска и анализа информации, практическими навыками по решению поставленных задач.	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению стандартных профессиональных задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение стандартных профессиональных задач. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению стандартных профессиональных задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению типовых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	**Описание**
Отлично	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Сту-

	дент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены **обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации**, предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Части 1-4. М.: МГИУ, 2012. 400 экз.

2. Курс лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. // Кудрявцев Б.Ю., Матяш В.И., Показеев В.В., Черкесова Г.В.. М.: МГТУ «МАМИ», 2009. – 362с. [http://lib.mami.ru/lib/content/elektronnyy-katalog. Электронный ресурс.]

б) дополнительная литература:

3. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Дашков и К, 2017. - 510 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/93522. - Загл. с экрана.]

4. Городенцев, А.Л. Алгебра. Учебник для студентов-математиков. Часть 1 [Электронный ресурс]: учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва: МЦНМО, 2014. - 485 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/56398. - Загл. с экрана.]

5. Беклемишев, Д.В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2014. - 192 с. [Режим доступа: URL: https://e.lanbook.com/book/59632. - Загл. с экрана.]

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования»
(http://mospolytech.ru/index.php?id=4486,
http://mospolytech.ru/index.php?id=5822);

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

Экспонента Центр инженерных технологий и моделирования [http://exponenta.ru]

EqWorld Мир математических уравнений [http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm]

Каждый студент обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронным библиотекам университета
(elib.mgup; lib.mami.ru/lib/content/elektronyy-katalog) к электронно-библиотечным системам (электронным библиотекам):

№ п/п	Электронный ресурс	№ договора. Срок действия	Названия коллекций

		доступа	
1	ЭБС «Издательства Лань» - договор № 73-МП-23-ЕП/17 от 28.05.2017. (e.lanbook.com)	Договор № 73-МП-23-ЕП/17 от 28.05.2017.	Инженерно-технические науки – Издательство **«Машиностроение»;** Инженерно-технические науки – Издательство **МГТУ им. Н.Э. Баумана**; Инженерно-технические науки – Издательство **«Физматлит»**; Экономика и менеджмент – Издательство **«Флинта»** и **38** книг из других разделов ЭБС (см. сайт университета раздел библиотека)
2	ЭБС «КнигаФонд» (knigafund.ru)	На оформлении	Коллекция из 172405 изданий
3	Научная электронная библиотека «КИБЕРЛЕНИНКА» (www.cyberleninka.ru)	Свободный доступ	1134165 научных статей
4	ЭБС «Polpred» (polpred.com)	Постоянный доступ	Обзор СМИ (архив публикаций за 15 лет)
5	Научная электронная библиотека e.LIBRARY.ru	Постоянный доступ	3800 наименований журналов в открытом доступе
6	Доступ к электронным ресурсам издательства SpringerNature	Письмо в ФГБОУ «Российский Фонд Фундаментальных Исследований» от 03.10.2016 № 11-01-17/1123 с приложением С 01.01.2017 - бессрочно	SpringerJournals; SpringerProtocols; SpringerMaterials; SpringerReference; zbMATH; Nature Journals
7	Справочная поисковая система «Техэксперт»	Без договора	Нормы, правила, стандарты и законодательство по техническому регулированию

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Кафедра «Математика» не располагает собственным аудиторным фондом и использует учебные аудитории из общего фонда университета.

При необходимости для проведения интерактивных практических занятий используются компьютерные классы университета.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Раздел: элементы линейной алгебры

Матрицы и определители. Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель- это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$.Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A^{-1}A = E$ (должна получиться единичная матрица)

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителей с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел: Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.

Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Отметим в заключение, что успешное изучение дисциплины «Линейная алгебра», приобретение необходимых компетенций, умений и навыков владения математическим аппаратом требует от студентов большой самостоятель-

ной работы. Обратите внимание, что количество часов, отводимых на самостоятельную работу в соответствии с учебным планом, равно или, как правило, больше часов, отводимых на все виды аудиторных занятий.

Раздел: комплексные числа и многочлены

В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексное число явилось расширением понятия действительных чисел, знать определение и три формы записи комплексного числа (алгебраическую, тригонометрическую и показательную), геометрическую интерпретацию комплексного числа и взаимно-однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости. Знать формулу Эйлера. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов.

Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n-ой степени из комплексного числа.

Следует обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел.

Надо знать различные виды разложения многочлена на множители для случаев, когда среди корней многочлена могут быть кратные, комплексные корни. Эти сведения будут использоваться, например, в интегральном исчислении при вычислении интегралов от дробно-рациональных функций, при решении линейных однородных дифференциальных уравнений n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Раздел: Аналитическая геометрия

При изучении аналитической геометрии следует, прежде всего, понять, что ее задачей является изучение геометрических объектов при помощи аналитических методов алгебры и математического анализа. В основе такого подхода лежит метод координат, впервые систематически примененный Р. Декартом. Основные понятия геометрии (точка, прямая, плоскость) являются неопределяемыми, и для их описания применяется аксиоматический метод, позволяющий установить взаимно однозначное соответствие между множеством точек прямой и множеством действительных чисел и, таким образом, ввести систему координат.

Надо четко усвоить различные формы уравнений прямой и плоскости уметь переходить от одной формы к другой. Следует осмыслить и успешно применять решения классических задач аналитической геометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей, уметь определять углы и расстояния между различными геометрическими объектами.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал является для них новым, не изучавшимся в

программе средней школы. Однако он не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине следует обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках ее проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно-тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

Приложение 1

Структура и содержание дисциплины «Линейная алгебра»
по направлению подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
Профиль подготовки
Интеллектуальные беспилотные системы
(Бакалавр)

n/n	Раздел	Семестр	Неделя Семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов, и трудоемкость в часах					Виды самостоятельной работы Студентов					Формы аттестации	
				Л	П/С	Лаб	СРС	КСР	К.Р.	К.П.	РГР	Реферат	К/р	Э	З
Второй семестр															
1.1	**Раздел 1. Элементы линейной алгебры** *Матрицы, действия над матрицами.*	1	1	1	2		4								
1.2	Определители, их свойства и вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений. **Выдача заданий РГР № 1 (часть 1) по линейной алгебре.**	1	2	1	2		4				+				
1.3	Обратная матрица и ее вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.	1	3	1	2		4								
1.4	Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения. Решение систем линейных урав-	1	4	1	2		4								

	нений методом Крамера, методом обратной матрицы														
1.5	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.	1	5	1	2		4								
1.6	Метод Гаусса в произвольных системах линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. **Самостоятельная работа №1 в аудитории**	1	6	1	2		4						+		
1.7	Векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейные комбинации векторов. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов. ***Выдача заданий РГР) по векторной алгебре (часть 2.***	1	7	1	2		4				+				
1.8	Понятие базиса. Координаты вектора. Коллинеарность, ортогональность и компланарность векторов.	1	8	1	2		4								
1.9	Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение двух векторов, его свойства.	1	9	1	2		4								
1.10	Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Вычисление объема параллелепипеда. Условие коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов. Ортонормированный базис. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе. **Самостоятельная работа № 2 в аудитории**	1	10	1	2		4						+		

1.11	Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису преобразование координат вектора при изменении базиса. Линейные операторы, действия с линейными операторами.	1	11	1	2		2								
1.12	Собственные векторы и собственные значения.	1	12	1	2		2								
1.13	**Раздел 3. Комплексные числа и многочлены** Множество комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Разложение многочлена на множители основная теорема алгебры	1	13	1	2		2								
1.14 1	**Раздел 4. Аналитическая геометрия** Системы координат. Различные типы уравнений плоскости ***Выдача заданий РГР № 3 по геометрии***	1	14	1	2		2								
1.15	Различные типы уравнений прямой на плоскости и в пространстве	1	15	0,5	1		2								
1.16	Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми. Взаимное расположение плоскостей. Вычисление расстояний между точкой и плоскостью **Самостоятельная работа № 3 в ауди-**	1	16	0,5	1		2						+		

	тории														
1.17	Кривые второго порядка их геометрические свойства. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.Поверхности второго порядка	1	17	0,5	1		4								
1.18	Обзорная лекция	1	18	0,5	1		4								
	Обзорное практическое занятие	1	18												
	Форма аттестации													Э	
	Всего часов по дисциплине			**16**	**32**		**60**				**1 РГР**		**3 сам раб.**		

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки **09.03.01 Информатика и вычислительная техника**

профиль подготовки «**Интеллектуальные беспилотные системы**»

Форма обучения: очная

Кафедра «Математика»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Линейная алгебра

Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Описание оценочных средств:
- Экзаменационные билеты
- Комплекты заданий для контрольных работ
- Комплект вопросов
- Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ

Составители:

Москва, 2024 год

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

«Линейная алгебра»					
ФГОС ВО 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» профиль подготовки **«Интеллектуальные беспилотные системы»**					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие **общепрофессиональные компетенции**:					
КОМПЕТЕНЦИИ		**Перечень компонентов**	**Технология формирования компетенций**	**Форма оценочного средства****	**Степени уровней освоения компетенций**
ИНДЕКС	**ФОРМУЛИРОВКА**				
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	• **ОПК-1.1. Знать:** Основы высшей математики, информатики и программирования; • **ОПК-1.2. Уметь:** Решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО КР РГР Т	**Базовый уровень** -владеет навыками работы с основными понятиями и методами в рамках дисциплины; **Повышенный уровень** -свободно владеет изученными математическими методами, способен их творчески применить к задачам повышенной сложности
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставлен-	• Знать: Методы поиска информации, свойства информации. Методы анализа информации и способы решения поставленных задач.			

	ных задач	Уметь: Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. Владеть: Методами поиска и анализа информации, практическими навыками по решению поставленных задач.			

**- Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

Перечень оценочных средств по дисциплине
«Линейная алгебра»

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

1. Экзаменационные билеты

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации (ПА) по дисциплине " Линейная алгебра ".
1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.
- Способ контроля: устные ответы.
1.3. Шкала оценивания:
"Отлично"- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.
"Хорошо"- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

"Удовлетворительно" - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.
"Неудовлетворительно" - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся в центре математического образования).

Типовые варианты билетов прилагаются.

Дисциплина «Линейная алгебра»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.
2. Числовая последовательность и её предел.
3. Решить матричное уравнение $XB = A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ & \end{pmatrix}$.
4. Найти угол между векторами $\bar{a} = (1, -2, -2)$ и $\bar{b} = (2, 0, 1)$.

Дисциплина «Линейная алгебра»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Решить систему методом обратной матрицы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ \end{cases}$.
3. Показать, что векторы $\bar{m} = (1, -1, 2)$, $\bar{n} = (2, 0, 3)$, $\bar{p} = (-2, -1, 1)$ образуют базис в пространстве.
4. Прямая l_1 проходит через точку $A(4; 5)$ параллельно вектору $\bar{q} = (1,3)$. Прямая l_2 проходит через точку $B(6; 4)$ перпендикулярно вектору $\bar{n} = (-2,3)$. Найти точку пересечения прямых.

Комплект тестовых заданий и контрольных работ(Т, РГР)

по дисциплине **Линейная алгебра**
(наименование дисциплины)

1-ый семестр

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

(а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$ (б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).
Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

(а) $\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$ (б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13 \end{cases}$

---

1. Расписать разложение вектора $\vec{x}$ по векторам $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$

$\vec{x} = \{5, -12, 1\}$, $\vec{p} = \{1, -3, 0\}$, $\vec{q} = \{1, -1, 1\}$, $\vec{r} = \{0, -1, 2\}$

2. Коллинеарны ли векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$?

$\vec{a} = \{2, 0, 1\}$, $\vec{b} = \{-2, 3, 1\}$, $\vec{p} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$

$\vec{a} = \overrightarrow{2p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - \overrightarrow{3q}$, $|\overrightarrow{p}| = 2$, $|\overrightarrow{q}| = 2$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$

---

1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости $(M_1M_2M_3)$:

$M_0(-9;10;2)$, $M_1(0;7;-4)$, $M_2(4;8;-1)$, $M_3(-2;1;3)$

2. Выписать каноническое уравнение прямой: $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-4}$ и $x + y + 2z - 9 = 0$.

4. Найти точку P_1 симметричную точке P относительно прямой l: $P(0;-1;3)$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

5. Написать уравнение плоскости α проходящей через точку M_0 и перпендикулярно прямой (M_1M_2): $M_0(3;2;0)$, $M_1(4;1;5)$, $M_2(2;-1;4)$.

6. Найти косинус угла между плоскостями α_1 и α_2:

$\alpha_1 : 3x - y + 3 = 0$, $\alpha_2 : x - 2y + 5z - 10 = 0$

Комплект вопросов (УО)

ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.
4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.

Аналитическая геометрия

1. Системы координат. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.
2. Различные типы уравнений плоскости и прямой.
3. Вычисление расстояний между двумя точками, точкой и прямой, точкой и плоскостью.
4. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.
5. Вычисление углов между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями.
6. Кривые второго порядка их геометрические свойства и уравнения. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.
7. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы.
8. Уравнение поверхности второго порядка.
9. Канонические уравнения сферы, эллипсоида, конусов, гиперболоидов, параболоидов. Цилиндрические поверхности.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ (РГР)

по дисциплине **Линейная алгебра**

(наименование дисциплины)

РГР № 1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.
Выполнить действия: $A^2 + 8B^T$.
Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A + 3B)^2 - 4A^2 - 6AB = \cdots$ и проверить его для матриц A и B из первого задания.
Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB = C$ (найти X). Сделать проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};\ C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

РГР № 1, часть 2
Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.
Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.
Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

РГР №1, часть 3
Задание №1. Показать, что векторы $\bar{m}, \bar{n}, \bar{p}$ образуют базис в пространстве и разложить вектор $\bar{a}$ по этому базису: $\bar{m} = (1, -1, 2), \bar{n} = (2, 0, 3), \bar{p} = (-2, -1, 1), \bar{a} = (5, -4, 13)$.
Задание №2. Даны векторы $\bar{m}$ и $\bar{n}$. Выяснить – коллинеарны ли векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{m} = (28, -8, 8), \bar{n} = (-21, 6, -6), \bar{a} = 2\bar{m} + \bar{n}, \bar{b} = 2\bar{n} - \bar{m}.$$

Задание №3. Найти $|\bar{a}|$, если $|\bar{m}| = 6\sqrt{2}, |\bar{n}| = 2, (\bar{m}, \bar{n}) = 135°, \bar{a} = 6\bar{n} - \bar{m}$.
Задание №4. Дан Δ ABC. Найти $\angle B$, если $A\ (1\ ;\ -1\ ;\ 2), B\ (3\ ;\ 3\ ;\ 2), C\ (7\ ;\ 1\ ;\ 2)$.
Задание №5. При каких `$x$` векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны?

$$\bar{a} = (x\ ;\ 1\ ;\ -4)\ , \bar{b} = (x - 3\ ;\ 12\ ;\ x)\ .$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{a} = 2\bar{m} - 5\bar{n}, \bar{b} = \bar{m} + \bar{n}, |\bar{m}| = 12, |\bar{n}| = 3, (\bar{m}, \bar{n}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если A(7; 2; -3), B(6; 5; 1), C(0; -2; -7).

Задание №8. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ и определить – какую тройку они образуют.

$$\bar{a}\ (1\ ;\ -1\ ;\ 5), \bar{b}\ (2\ ;\ 4\ ;\ -2), \bar{c}\ (3\ ;\ 0\ ;\ 1).$$

РГР № 1, часть 4

Задание №1. Прямая l_1 проходит через точку A параллельно вектору $\bar{q}$. Прямая l_2 проходит через точку B перпендикулярно вектору $\bar{n}$. Найти точку пересечения прямых и угол между ними, если $A\ (3\ ;\ 5), \bar{q}\ (1\ ;\ 3), B\ (0\ ;\ 5), \bar{n}\ (-3\ ;\ 4)$.

Задание №2. Дана прямая l_1. Прямая l_2 проходит через точки A и B. Найти расстояние от точки пересечения прямых l_1 и l_2 до прямой l_3.

$l_1: \begin{cases} x = -8t - 3 \\ y = 3t + 4, \end{cases}$ $A\ (4\ ;\ 0)\ , B\ (7\ ;\ 3)\ , l_3: 9x - 12y + 2 = 0\ .$

Задание №3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости α, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\bar{n}$, если $M_0(0; 1; 7)$, $A(2; -1; 4)$, $\bar{n}(6; 22; -3)$.

Задание №4. Найти угол между плоскостью α и плоскостью β, проходящей через точки A, B и C, если $\alpha: 5x + y + 4z - 28 = 0\ , A\ (5\ ;\ 2\ ;\ 5), B(3\ ;\ 7\ ;\ 0), C(-4\ ;\ -3\ ;\ -1)$.

Задание №5. Записать канонические уравнения прямой, заданной общими уравнениями.

$$\{x + 2y - 9z - 10 = 0\ ;|$$

Задание №6. Найти точку пересечения прямой l и плоскости α и угол между ними.

$$l: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-2};\ \alpha: x + 2y - 3z - 12 = 0.$$

Задание №7. Прямая l_1 проходит через точки A и B. Прямая l_2 проходит через точку M перпендикулярно плоскости α. Найти угол между прямыми l_1 и l_2 и выяснить – лежат ли они в одной плоскости или скрещиваются.

$$A\ (9;\ -3;\ 1), B\ (4;\ 4;\ -5), M\ (-1;\ 11;\ -11), \alpha: 2x + 3y - z - 1 = 0.$$

РГР № 1, часть 5

Задание №1. Для данной кривой $\frac{(x+3)^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ указать фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить кривую, изобразить фокусы, директрисы.

Задание №2. Привести уравнение кривой $9x^2 - 25y^2 - 18x + 200y - 616 = 0$ к каноническому виду и построить кривую.

РГР №6

Задание №1. Для линейного оператора A заданы образы базисных элементов $A\,\bar{e}_1, A\,\bar{e}_2, A\,\bar{e}_3$. Записать матрицу оператора A в базисе $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ и найти образ элемента $\bar{x}$.

$$A\,\bar{e}_1 = 7\,\bar{e}_1 + 3\,\bar{e}_2 - 2\,\bar{e}_3, A\,\bar{e}_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 4\,\bar{e}_3, A\,\bar{e}_3 = 2\,\bar{e}_1 + 2\,\bar{e}_2 + 3\,\bar{e}_3,$$
$$\bar{x} = 2\,\bar{e}_1 - 4\,\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

Задание №2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.