


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Максимов Алексей Борисович
Должность: директор департамента по образовательной политике
Дата подписания: 27.09.2023 10:53:49
Уникальный программный ключ:
8db180d1a3f02ac9e60521a5672742735c18b1d6

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский политехнический университет

УТВЕРЖДАЮ
Декан транспортного факультета
 /П. Итурралде/
« 29 » 05 2020 г.

Рабочая программа дисциплины
Линейная алгебра и дифференциальное исчисление

Направление подготовки

15.03.03 Прикладная механика

Профиль подготовки (образовательная программа)

«Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»

Квалификация (степень) выпускника
бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва 2020

1. Цели освоения дисциплины

К **основным целям** освоения дисциплины «Линейная алгебра и дифференциальное исчисление» следует отнести:

- воспитание у студентов общей математической культуры;
- приобретение студентами широкого круга математических знаний, умений и навыков;
- развитие способности студентов к индуктивному и дедуктивному мышлению наряду с развитием математической интуиции;
- умение студентами развивать навыки самостоятельного изучения учебной и научной литературы, содержащей математические сведения и результаты;
- формирование у студента требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

К **основным задачам** освоения дисциплины «Линейная алгебра и дифференциальное исчисление» следует отнести:

- освоение студентами основных понятий, методов, формирующих общую математическую подготовку, необходимую для успешного решения прикладных задач;
- подготовку студентов к деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой бакалавра по направлению, в том числе формирование умений использовать освоенные математические методы в профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Линейная алгебра и дифференциальное исчисление» относится к базовой части блока Б1. Ее изучение обеспечивает изучение дисциплин:

В базовой части:

- физика;
- теоретическая механика;
- математический анализ
- уравнения математической физики;
- основы вариационного исчисления;
- сопротивление материалов;
- теория упругости;
- метод конечных элементов;
- механика композитных конструкций.

В вариативной части:

- аналитическая динамика и теория колебаний;
- основы аэроупругости;
- основы физики прочности и механика разрушения;
- строительная механика машин;
- вычислительная механика.

В дисциплинах по выбору студента:

- устойчивость механических систем;
- устойчивость деформируемых систем;
- введение в методы оптимизации;
- физически нелинейная механика деформируемого твердого тела;
- математика-спецглавы;
- теория вероятности и математическая статистика;
- теория неупругого состояния твердого тела;
- численные методы;
- элементы математического моделирования физических процессов.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции и должны быть достигнуты следующие результаты обучения как этап формирования соответствующих компетенций:

Код компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-2	способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	<p>знать: как строится современная научная картина мира на основе математического моделирования</p> <p>уметь: применять математический аппарат линейной, векторной алгебры и дифференциального исчисления</p> <p>владеть: способностью применять адекватные математические модели и методы алгебры и дифференциального исчисления для решения задач прикладной механики</p>
ПК-2	способностью применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процес-	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> • основополагающие теоретические положения, методы, предусмотренные программой дисциплины <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • применять математический аппарат алгебры и дифференциального исчисления для моделирования задач

	се профессиональной деятельности	<p>в профессиональной области</p> <p>владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • методами алгебры и дифференциального исчисления для математического моделирования и решения задач в области динамики и прочности конструкций
--	----------------------------------	---

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетных единицы, т.е. **144** академических часа (из них **72** часа – самостоятельная работа студентов).

Разделы дисциплины «Линейная алгебра и дифференциальное исчисление» изучаются на первом курсе в первом семестре.

Лекции – **1** час в неделю (**18** часов), практические занятия – **3** часа в неделю (**54** часа), форма контроля - экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Линейная алгебра и дифференциальное исчисление» по срокам и видам работы отражены в Приложении 1.

Содержание разделов дисциплины

Введение

Предмет, задачи и содержание дисциплины. Основные этапы развития дисциплины. Структура курса, его место и роль в подготовке бакалавра, связь с другими дисциплинами.

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1.1. Матрицы и определители

Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Определители, их свойства и вычисления. Понятия минора и алгебраического дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей различного порядка.

Тема 1.2. Обратная матрица.

Обратная матрица и алгоритм ее вычисления. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к диагональному или трапециевидному виду. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

Тема 1.3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия решения, совместности и несовместности системы. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса. Проверка правильности решений. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Тема 2.1. Линейные операции над векторами, их свойства.

Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

Тема 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

Тема 2.3. Линейные пространства. Базис. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

Раздел 3. Алгебра комплексных чисел и многочленов

Понятие о комплексных числах. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексных чисел. Арифметические операции над комплексными числами. Извлечение корня из комплексного числа. Разложение многочлена на множители. Основная теорема алгебры.

Раздел 4. Дифференциальное исчисление

Тема 4.1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины.

Тема 4.2. Непрерывность функций в точке и на промежутке, Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация, условия существования, методы нахождения.

Тема 4.3. Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и формулы вычисления производных. Таблица производных основных элементарных функций. Вычисление производных функций, заданных различным образом.

Тема 4.4. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

Тема 4.5. Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталю. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.

Тема 4.6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции, экстремумы. Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

Тема 4.7. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Методика преподавания дисциплины «Линейная алгебра и дифференциальное исчисление» и реализация компетентного подхода в изложении и восприятии материала предусматривают использование следующих активных и интерактивных форм проведения групповых, индивидуальных, аудиторных занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся:

- защита и индивидуальное обсуждение выполняемых этапов расчетно-графических работ;
 - привлечение лучших студентов к консультированию отстающих.
 - подготовка, представление и обсуждение презентаций на семинарских занятиях;
 - организация и проведение текущего контроля знаний студентов в форме бланкового тестирования;
 - проведение интерактивных занятий по процедуре подготовки к интернет-тестированию на сайтах: *i-exam.ru*, *fepo.ru*;
 - использование интерактивных форм текущего контроля в форме аудиторного и внеаудиторного интернет-тестирования;
- итоговый контроль состоит в устном экзамене по математике с учетом результатов выполнения самостоятельных работ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определен главной целью образовательной программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием дисциплины «Линейная алгебра и дифференциальное исчисление» и в целом по дисциплине составляет 50% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа составляют 50 % от объема аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В процессе обучения на первом и втором курсах используются следующие оценочные формы самостоятельной работы студентов, оценочные средства текущего контроля успеваемости и промежуточных аттестаций:

в первом семестре

- три расчетно-графические работы.

Расчетно-графическая работа №1 по линейной и векторной алгебре.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Первый этап.

Вычисление определителей и матриц, решение систем линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, Крамера и обратной матрицы.

Второй этап.

Векторы, действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов. Нахождение собственных значений матрицы.

Расчетно-графическая работа №2 по пределам числовых последовательностей и функций.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Предел числовой последовательности.

Предел функции.

Расчетно-графическая работа №3 по математическому анализу.

Краткое содержание и этапы расчетно-графической работы:

Исследование функции на непрерывность.

Вычисление производных функции.

Исследование функции, построение графиков.

Оценочные средства текущего контроля успеваемости включают контрольные вопросы и задания в форме бланкового тестирования для контроля освоения обучающимися разделов дисциплины, прием РГР.

Образцы тестовых заданий, заданий РГР, контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля, экзаменационных билетов приведены в Приложении 2.

6.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Линейная алгебра и дифференциальное исчисление»

6.1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции

Код Компетенции	В результате освоения образовательной программы обучающийся должен обладать
ОПК-2	способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики
ПК-2	способность применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности

В процессе освоения образовательной программы данные компетенции, в том числе их отдельные компоненты, формируются поэтапно в ходе освоения обучающимися дисциплин (модулей), практик в соответствии с учебным планом и календарным графиком учебного процесса.

6.1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых по итогам освоения дисциплины, описание шкал оценивания

Показателем оценивания компетенций на различных этапах их формирования является достижение обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине.

ОПК-2 способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики				
Показатель	Критерии оценивания			
	2	3	4	5
знать: как строится современная научная картина мира на основе математического моделирования	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе: допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки.
уметь: применять математический аппарат линейной, векторной алгебры и дифференциального исчисления	Обучающийся показывает недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы, связанные с изучавшимися в курсе математическими методами и моделями или затрудняется с ответом.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться вероятностно-статистическими методами. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляется недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения.	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях по-

				вышенной сложности.
владеть: способностью применять адекватные математические модели и методы алгебры и дифференциального исчисления для решения задач прикладной механики	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач.	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся владеет математическими методами в полном объеме, но допускает незначительные ошибки, испытывает некоторые затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся в полном объеме владеет изученными математическими методами, свободно применяет полученные навыки в ситуациях повышенной сложности.

ПК-2 способность применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности

знать: основополагающие теоретические положения, методы, предусмотренные программой дисциплины	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие знаний контролируемых разделов математики: не способен аргументированно и последовательно излагать материал, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом.	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний программе, допускаются ошибки, проявляется недостаточное, поверхностное знание теории, сути методов. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.	Обучающийся демонстрирует достаточно глубокие знания контролируемых разделов дисциплины, отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности или дает недостаточно полные ответы.	Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний программе дисциплины, логично и аргументированно отвечает на все вопросы, в том числе дополнительные, показывает высокий уровень теоретической подготовки.
уметь: применять математический аппарат алгебры и дифференциального исчисления для моделирования задач в профессиональной	Обучающийся показывает недостаточное умение применять известные в учебной литературе методы к решению предлагаемых задач, допускает грубые ошибки при решении задач	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: решение задач, умение пользоваться вероятностно-статистическими методами. В решении задач могут содержаться грубые ошибки, проявляет	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незна-	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения математических за-

области	или вообще решения задач отсутствуют, неправильно отвечает на дополнительные вопросы или затрудняется с ответом.	ся недостаточное умение применять теорию к решению предлагаемых задач.	чительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения.	дач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
владеть: методами алгебры и дифференциального исчисления для математического моделирования и решения задач в области динамики и прочности конструкций	Обучающийся не владеет или в совершенно недостаточной степени владеет навыками применения теоретического аппарата и различных математических методов к решению задач.	Обучающийся владеет математическими методами в неполном объеме, допускаются значительные ошибки, проявляется недостаточность владения математической техникой, испытывает значительные затруднения при применении навыков в новых ситуациях.	Обучающийся демонстрирует соответствие следующих умений: применять теоретические методы к решению задач. Умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при решении задач, не влияющие на общий ход решения	Обучающийся демонстрирует умение применять теорию к решению предлагаемых задач, правильно и полно строить решения математических задач. Свободно оперирует приобретенными умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и её описание:

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Промежуточная аттестация обучающихся в форме экзамена проводится по результатам выполнения всех видов учебной работы, предусмотренных учебным планом по данной дисциплине, при этом учитываются результаты текущего контроля успеваемости в течение семестра. Оценка степени достижения обучающимися планируемых результатов обучения по дисциплине проводится преподавателем, ведущим занятия по дисциплине методом экспертной оценки. По итогам промежуточной аттестации по дисциплине выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Описание
Отлично	Выполнены все обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах,

	оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками, применяет их в ситуациях повышенной сложности. При этом могут быть допущены незначительные ошибки, неточности, затруднения при переносе знаний и умений на новые, нестандартные задачи.
Хорошо	Выполнены все обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности, задачи решает с недочетами, не влияющими на общий ход решения.
Удовлетворительно	Выполнены все обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации , предусмотренные программой дисциплины. Студент демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков показателям, приведенным в таблицах, оперирует приобретенными знаниями, умениями, навыками. Но показывает неглубокие знания, при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами, в решении задач могут содержаться грубые ошибки. Для получения правильного ответа требуются уточняющие вопросы.
Неудовлетворительно	Не выполнены обязательные условия подготовки студента к промежуточной аттестации , предусмотренные программой дисциплины, ИЛИ студент демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах, допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие знаний, умений, навыков по ряду показателей, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями.

Фонды оценочных средств представлены в приложении 2 к рабочей программе

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020 — Том 1 — 2020. — 608 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/147144>
2. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс]: учеб. - Электрон. дан. - Москва: Физматлит, 2015. - 444 с. [Режим доступа: URL: <https://e.lanbook.com/book/71994> - Загл. с экрана.]

б) дополнительная литература:

1. Ганичева, А. В. Основы теории функций комплексного переменного. Операционное исчисление: учебное пособие / А. В. Ганичева. — Тверь: ТвГТУ, 2020. — 128 с. <https://e.lanbook.com/book/171320>

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Программное обеспечение не предусмотрено.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы в электронном виде, представленные на сайте mospolytech.ru в разделе: «Центр математического образования» (<http://mospolytech.ru/index.php?id=4486>);

Варианты контрольных заданий по дисциплине представлены на сайтах: <http://i-exam.ru>, <http://fepo.ru>.

Полезные учебно-методические и информационные материалы представлены на сайтах:

<http://exponenta.ru>, <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/info/mathwebs.htm>.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для освоения дисциплины:

www.matematikalegko.ru>studentu, www.i-exam.ru.

Интернет-ресурсы включают учебно-методические материалы, представленные на сайте электронно-библиотечной системы Издательства Лань (<https://e.lanbook.com/>).

http://function-x.ru/tests_higher_math.html Тесты по высшей математике.

<http://pmims.000webhostapp.com/xbookM0018/index.html> Видеокурс и тесты по теории вероятностей и математической статистике.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально – техническая база университета обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения учебных занятий используются:

- лекционные аудитории и аудитории для проведения практических занятий, в том числе, оснащенные мультимедийным оборудованием для проведения аудиторных занятий (проектор, ноутбук, микрофон и т.д.);
- для работы со специализированным программным обеспечением во время интерактивных практических занятий имеются компьютерные классы университета.

9. Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов

Раздел: элементы линейной алгебры

Матрицы и определители. Прежде всего, студент должен понять, что матрица – это таблица чисел (причем эта таблица может иметь одинаковое число строк и столбцов, а может быть и прямоугольной), а определитель - это число, записываемое в виде квадратной таблицы, то есть определители существуют только у квадратных матриц.

Следует обратить особое внимание на операцию умножения прямоугольных матриц и понять, каким получается порядок матрицы – произведения. Особенность матриц также состоит в том, что произведение матриц не перестановочно, то есть $AB \neq BA$. Следует обязательно убедиться в этом, решив соответствующие задачи.

Важным является понятие обратной матрицы. Надо знать условие существования обратной матрицы и алгоритм ее построения. После ее вычисления целесообразно делать проверку правильности решения, выполнив операцию умножения $A^{-1}A = E$ (должна получиться единичная матрица).

При изучении определителей надо четко усвоить понятия минора, алгебраического дополнения, знать многочисленные свойства определителя. Для освоения техники вычисления определителей целесообразно, выбрав произвольный определитель выше третьего порядка, раскрыть его различными способами, применяя разложение и по строкам и по столбцам. Обратите внимание, какие строки (столбцы) предпочтительнее выбирать для раскрытия определителя, чтобы упростить его вычисление. Особенно эффективно вычисление определителей с помощью элементарных преобразований, приводящих его к треугольному виду.

При изучении решений систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) обратите внимание, прежде всего, на понятие решения системы и условия существования решений в зависимости от соотношения между рангом матрицы, рангом расширенной матрицы системы и числом неизвестных и уравнений. Обратите внимание на условия применения формул Крамера и метода обратной матрицы. Внимательно разберите примеры решения произвольных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (введение базисных и свободных переменных).

Раздел: Элементы векторной алгебры

При изучении данной темы обратите внимание на линейные операции над векторами, на понятия линейной независимости и линейной зависимости векторов, на фундаментальное понятие базиса векторного пространства (и ортонормированного базиса), на разложение вектора по базису.

Знать определение, геометрические свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов, формулы для их вычисления в векторной и в координатной форме. Обязательно знать и уметь проверять условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.

Раздел: дифференциальное исчисление

При изучении дифференциального исчисления функции одной переменной обратите внимание на понятие предела функции в точке и методы его вычисления. Предел – одно из основных понятий математического анализа. При вычислении пределов функции надо, прежде всего, выяснить характер неопределенности $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, 1^\infty\right)$. Чтобы овладеть техникой решения задач на

вычисление пределов, надо знать два замечательных предела, таблицу эквивалентных бесконечно малых, правило Лопиталю, различные приемы раскрытия неопределенностей в зависимости от вида функции и решить достаточно большое количество задач.

При изучении тем, посвященных производной и дифференциалу функции, надо осмыслить их геометрический смысл, понимать различие между ними (дифференциал – это главная линейная часть приращения функции). Твердо знать (как таблицу умножения) формулы дифференцирования основных элементарных функций и правила дифференцирования (все, конечно, но особенно правило дифференцирования сложной функции).

Обратите внимание также на особенности дифференцирования функций, заданных в неявной форме, параметрически, на прием логарифмического дифференцирования.

Следует четко знать и уметь применять алгоритм исследования функций и построения графиков: определение точек разрыва (и их классификацию), асимптот графика (вертикальной, наклонной, горизонтальной), необходимые и достаточные условия монотонности функции, существования локального экстремума, промежутков выпуклости и вогнутости функции и точек перегиба.

Раздел: комплексные числа

В этом разделе, прежде всего, надо понять, что комплексное число явилось расширением понятия действительных чисел, знать определение и три формы записи комплексного числа, геометрическую интерпретацию комплексного числа и взаимно-однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и множеством точек комплексной плоскости. Комплексные числа можно изображать с помощью векторов на комплексной плоскости. Поэтому операции сложения и вычитания комплексных чисел могут быть сведены к операциям сложения и вычитания соответствующих векторов.

Надо знать и уметь выполнять операции умножения, деления, возведения в положительную степень комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, извлечения корня n -ой степени из комплексного числа.

Обратить внимание на то, что множество комплексных чисел является замкнутым, то есть любая алгебраическая операция над комплексными числами не выводит за пределы области комплексных чисел.

10. Методические рекомендации для преподавателя

Прежде всего, следует обратить внимание студентов на то, что практически весь изучаемый ими материал не требует какой-либо специальной (дополнительной) подготовки и вполне может быть успешно изучен, если студенты будут посещать занятия, своевременно выполнять домашние задания и пользоваться (при необходимости) системой плановых консультаций в течение каждого семестра. Вошедшие в курс математики разделы являются классическими, в то же время они практически ориентированы, так как имеют широкое распространение для решения разного рода задач внутри самой математики и прикладных задач. Их освоение поможет студентам логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, успешно применять накопленные знания в профессиональной деятельности.

Необходимо с самого начала занятий рекомендовать студентам основную и дополнительную литературу, а в конце семестра дать список вопросов для подготовки к экзамену.

На первом занятии по дисциплине обязательно проинформировать студентов о виде и форме промежуточной аттестации по дисциплине, сроках её проведения, условиях допуска к промежуточной аттестации, применяемых видах промежуточного контроля.

Соображения и рекомендации, приведенные в п. 9 рабочей программы для студентов, должны быть четко сформулированы и изложены именно преподавателем на лекциях, практических занятиях и консультациях.

Изложение теоретического материала должно сопровождаться иллюстративными примерами, тщательно отобранными преподавателем так, чтобы технические трудности и выкладки при решении задачи не отвлекали от главного: осмысления идеи и сути применяемых методов. Следует всегда указывать примеры практического применения рассмотренных на занятиях уравнений и формул.

Практические занятия должны быть организованы преподавателем таким образом, чтобы оставалось время на периодическое выполнение студентами небольшой самостоятельной работы в аудитории для проверки усвоения изложенного материала.

Преподаватель, ведущий практические занятия, должен согласовывать учебно – тематический план занятий с лектором, использовать единую систему обозначений.

Преподавателю следует добиваться систематической непрерывной работы студентов в течение семестра, необходимо выявлять сильных студентов и привлекать их к научной работе, к участию в разного рода олимпиадах и конкурсах.

Студент должен ощущать заинтересованность преподавателя в достижении конечного результата: в приобретении обучающимися прочных знаний, умений и владения накопленной информацией для решения задач в профессиональной деятельности.

	методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса.													
1.4	Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Однородные системы	1	4		4		4							
1.5	Раздел 2. Элементы векторной алгебры. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.	1	5	2	2		4							
1.6	Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства.	1	6		4		4						+	
1.7	Линейные пространства. Базис. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Самостоятельная работа № 1 на семинаре	1	7	2	2		4							
1.8	Раздел 3. Комплексные числа и многочлены Понятие о комплексных числах. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексных чисел. Арифметические операции над комплексными числами. Извлечение корня из комплексного числа.	1	8		4		4				+			
1.9	Раздел 4. Дифференциальное исчисление Числовая последовательность. Предел числовой последовательности и его свойства. Функция. Предел функции.	1	9	2	2		4							

	Основные теоремы о пределах функции. Первый и второй замечательные пределы. Выдача заданий РГР № 2 по пределам													
1.10	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентные бесконечно малые величины. Раскрытие неопределённостей различного типа.	1	10		4		4							
1.11	Непрерывность функций в точке и на промежутке. Точки разрыва функции, их классификация. Асимптоты графика функции, их классификация.	1	11	2	2		4							
1.12	Производная функции. Геометрический и механический смысл производной. Таблица производных основных элементарных функций. Выдача заданий РГР № 3 по производным.	1	12		4		4			+				
1.13	Правила дифференцирования и формулы вычисления производных.	1	13	2	2		4							
1.14	Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов. Самостоятельная работа №2 на семинаре	1	14		4		4					+		
1.15	Раскрытие неопределенностей различного типа. Правило Лопиталья. Формула Тейлора. Разложения основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора.	1	15	2	2		4							
1.16	Основные теоремы дифференциального исчисления. Монотонность функции,	1	16		4		4							

	экстремумы Необходимые и достаточные условия монотонности, локального экстремума. Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.													
1.17	Общая схема исследования функции и построения ее графика. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Самостоятельная работа №3 на семинаре	1	17	2	2		4						+	
1.18	Обзорное практическое занятие	1	18		4		4							
	Форма аттестации		19-21											Э
	Всего часов по дисциплине в первом семестре			18	54		72				3 РГР		3 сам. раб.	

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Направление подготовки:

15.03.03 «Прикладная механика»

Профиль:

«Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»

Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавр

Форма обучения: очная

Кафедра «Математика»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
Линейная алгебра и дифференциальное исчисление**

- Состав: 1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Описание оценочных средств:
- Экзаменационные билеты
- Комплекты заданий для контрольных работ
- Комплект вопросов
- Комплект заданий для выполнения
расчетно-графических работ

Составитель:

доц., к.ф.-м.н. Е.А. Коган

Москва, 2020 год

ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Линейная алгебра и дифференциальное исчисление					
ФГОС ВО 15.03.03 «Прикладная механика (уровень бакалавриата)»					
Профиль «Программирование и цифровые технологии в динамике и прочности»					
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общекультурные, общепрофессиональные компетенции:					
КОМПЕТЕНЦИИ		Перечень компонентов	Технология формирования компетенций	Форма оценочного средства**	Степени уровней освоения компетенций
ИНДЕКС	ФОРМУЛИРОВКА				
ОПК-2	способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	<p>знать: как строится современная научная картина мира на основе математического моделирования</p> <p>уметь: применять математический аппарат линейной, векторной алгебры и дифференциального исчисления</p> <p>владеть: способностью применять адекватные математические модели и методы алгебры и дифференциального исчисления для решения задач прикладной механики</p>	лекция, самостоятельная работа, семинарские занятия	УО РГР Т	<p>Базовый уровень -владеет навыками работы с основными понятиями и методами математики в рамках дисциплины</p> <p>Повышенный уровень -свободно владеет математическим аппаратом, а также различными способами сбора, обработки и применения новой математической информации</p>
ПК-2	способностью применять физико-математический ап-	<p>знать: • основополагающие теоретические положения, методы,</p>	лекция, самостоятельная работа, семинарские за-	УО РГР Т	Базовый уровень -владеет основными понятиями и методами математики, способен их

	<p>парат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности</p>	<p>предусмотренные программой дисциплины</p> <p>уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> • применять математический аппарат алгебры и дифференциального исчисления для моделирования задач в профессиональной области <p>владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> • методами алгебры и дифференциального исчисления для математического моделирования и решения задач в области динамики и прочности конструкций 	<p>нятия</p>	<p>ЭБ</p>	<p>применить при решении типовых задач с использованием информационно-коммуникационных технологий</p> <p>Повышенный уровень - свободно владеет математическими понятиями и методами, способен их применить к задачам повышенной сложности, владеет информационной и библиографической культурой и технологиями</p>
--	---	--	--------------	-----------	---

** - Сокращения форм оценочных средств см. в приложении 2 к РП.

Перечень оценочных средств по дисциплине

Линейная алгебра и дифференциальное исчисление

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Контрольная (самостоятельная) работа (КР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	Расчетно-графическая работа (РГР)	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
3	Устный опрос собеседование, (УО)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Тест (Т)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
6	Экзаменационные билеты (ЭБ)	Средство проверки знаний, умений, навыков. Может включать комплекс теоретических вопросов, задач, практических заданий.	Экзаменационные билеты. Шкала оценивания и процедура применения.
Промежуточная аттестация (ПА)		Экзамен (Э)	1) устно (У) 2) письменно (П)

Оформление и описание оценочных средств

1. Экзаменационные билеты (для оценки компетенции ПК-2)

1.1. Назначение: Используются для проведения промежуточной аттестации по дисциплине " Линейная алгебра и дифференциальное исчисление " .

1.2. Регламент экзамена: - Время на подготовку тезисов ответов - до 45 мин.

- Способ контроля: устные ответы.

1.3. Шкала оценивания:

"Отлично"- если студент глубоко и прочно освоил весь материал программы обучения, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при изменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения.

"Хорошо"- если студент твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

"Удовлетворительно" - если студент освоил только основной материал программы, но не знает отдельных тем, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность изложения программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

"Неудовлетворительно" - если студент не знает значительной части программного материала, допускает серьёзные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Каждое задание экзаменационного билета оценивается отдельно. Общей оценкой является среднее значение, округлённое до целого значения.

1.4. Комплекты экзаменационных билетов включает по каждому разделу 25-30 билетов (хранятся на кафедре).

Типовые варианты билетов прилагаются.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, кафедра «Математика»
Дисциплина «Линейная алгебра и дифференциальное исчисление»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определители и их свойства.

2. Решить матричное уравнение $XB = A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти производную функции, заданной параметрически $x = \frac{t}{1+t^3}$, $y = \frac{2t^2}{1+t^3}$.

4. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} + 2x}{x+1}$.

5. Найдите экстремумы функции $y = x^4 - 2x^2$.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «21.» 03. 2021 г., протокол № 8

Зав. кафедрой _____ Г.С. Жукова / _____ /

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

Факультет базовых компетенций, Кафедра «Математика»
Дисциплина «Линейная алгебра и функция нескольких переменных»
Курс 1, семестр 1

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

1. Линейная комбинация векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Дифференцируемость, дифференциал, геометрический смысл дифференциала.
3. Решить систему методом обратной матрицы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 = 12 \end{cases}$.
4. Показать, что векторы $\vec{m} = (1, -1, 2)$, $\vec{n} = (2, 0, 3)$, $\vec{p} = (-2, -1, 1)$ образуют базис в пространстве.
5. Вычислить предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{2n-1} - 2^{2n}}{2^{2n+1} + 5^{2n+2}}$.

Утверждено на заседании кафедры «Математика» «21.» 03. 2021 г., протокол № 8

Зав. кафедрой _____ Г.С. Жукова / _____ /

**Комплекты тестовых заданий и контрольных работ (Т, КР)
(для оценки компетенций ОПК-2, ПК-2)**

по дисциплине Линейная алгебра и дифференциальное исчисление
(наименование дисциплины)

1-ый семестр

1. Найти значения матричного многочлена $F(A)$

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 3, A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 & 1 & -5 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ -8 & 2 & -6 & -3 & -13 \\ 11 & -3 & 13 & 5 & 17 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель приведением к ступенчатому виду $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix}$

4. Найти матрицу, обратную данной (а). Решить матричное уравнение (б)

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(б) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему уравнений. Указать общее и одно частное решение (а).

Решить систему с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера (б)

$$(a) \begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 8x_4 = 5 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13 \end{cases}$$

1. Записать разложение вектора \vec{x} по векторам $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$

$$\vec{x} = \{5, -12, 1\}, \quad \vec{p} = \{1, -3, 0\}, \quad \vec{q} = \{1, -1, 1\}, \quad \vec{r} = \{0, -1, 2\}$$

2. Коллинеарны ли векторы \vec{p} и \vec{q} ?

$$\vec{a} = \{2, 0, 1\}, \quad \vec{b} = \{-2, 3, 1\}, \quad \vec{p} = 2\vec{a} + 2\vec{b}, \quad \vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$$

3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} α – угол между векторами \vec{p} и \vec{q}

$$\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}, \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{q}| = 2, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}$$

1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число e .

2. Найти производную функции $y = \frac{\operatorname{tg} x^2}{7^x + 5}$

3. Даны векторы $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (1; -3), \vec{c} = (-1; 3)$. При каком значении α векторы

$$\vec{p} = \vec{a} + \alpha\vec{b}, \quad \vec{q} = \vec{a} + 2\vec{c} \text{ коллинеарны.}$$

Тестовое задание по комплексным числам

ЗАДАНИЕ 1

Установите соответствие между комплексным числом и его модулем.

1	$1 - i$		$2\sqrt{2}$
2	$2 + 2i$		$\sqrt{2}$
3	$-3 + 4i$		2
4	$\sqrt{3} - 2i$		5
5			$\sqrt{7}$

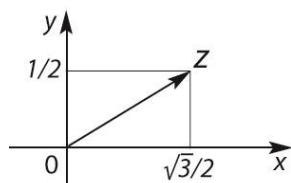
ЗАДАНИЕ 2

Действительная часть комплексного числа $(3 - 2i)^2$ равна

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) $\sqrt{13}$ 2) 5 3) 13 4) 9.

ЗАДАНИЕ 3

На рисунке представлена геометрическая иллюстрация комплексного числа $z = x + iy$. Тогда тригонометрическая форма записи этого числа имеет вид

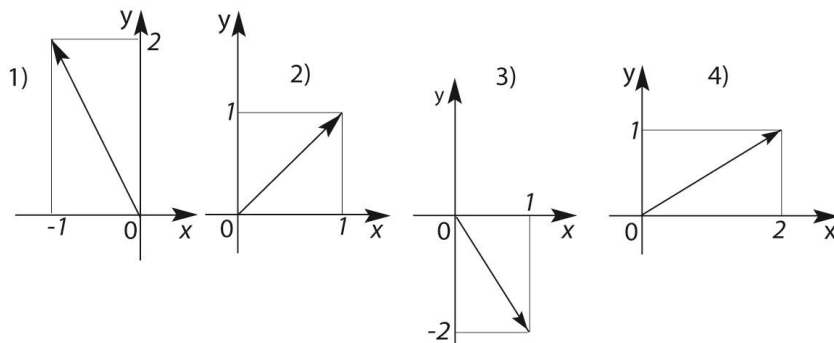


Ответ

ЗАДАНИЕ 4

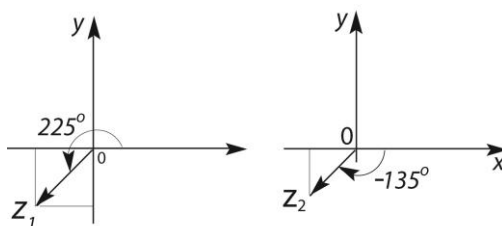
Вектор, соответствующий сумме комплексных чисел $z_1 = -1 + i$ и $z_2 = 2 - 3i$, изображен на рисунке

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 2) 3) 4).



ЗАДАНИЕ 5

Даны 2 комплексных числа z_1 и z_2 .

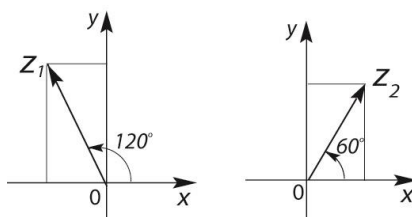


Тогда аргумент произведения $\arg(z_1 z_2)$ (в градусах) равен

Ответ

ЗАДАНИЕ 6

Даны 2 комплексных числа z_1 и z_2 .



Тогда аргумент отношения $\arg(z_1 / z_2)$ (в градусах) равен

Ответ

ЗАДАНИЕ 7

Найти модуль комплексного числа z , если $\text{Im}z = 3$, а $\arg z = \arcsin(3/5)$.

Ответ

ЗАДАНИЕ 8

Дано комплексное число $z = 2 + \sqrt{5}i$. Установите соответствие между операциями над данным числом и результатами их выполнения.

1	$z\bar{z}$		$2\sqrt{5}i$
2	$\bar{z}/ z $		4

3	$z + \bar{z}$		9
4	$z - \bar{z}$		$\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3}i$

ЗАДАНИЕ 9

Найти значения корня $\sqrt[3]{-1}$. Показать их на комплексной плоскости.

Ответ	
-------	--

ЗАДАНИЕ 10

Пусть $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$. Вычислить $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{80}$.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) -1 2) 1 3) 2^{40} 4) -2^{40} .

Задачи по математическому анализу

Найти производную y'_x :

$$y = \arctg^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}, \quad y = (\sqrt{x}),$$

$$y = \frac{\cos 6x}{3\sin(12x+1)}, \quad y = \arctg^2 \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}} + \sin \ln 2x,$$

$$\sin(x-2y) + \frac{x^3}{y} = 7x, \quad x = e^{-t} \cos t, \quad y = e^t \cos t.$$

Вычислить пределы:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5+n}}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^{n^2},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} - n), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 5^{n-1}}{3^{n+2} + 5^n}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{1 - e^{x^2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\operatorname{ctg} 7x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\arctg x}\right).$$

Исследовать на непрерывность и выполнить чертеж: $y = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \geq 0 \end{cases}$

Построить график функции: $y = \frac{x+4}{x+2}$; $y = \frac{2}{\sqrt{x+2}}$

Оценка «отлично» выставляется студенту за 95 – 100% правильных ответов,
оценка «хорошо» - за не менее 75% правильных ответов;
оценка «удовлетворительно» - за не менее 50-60% правильных ответов;
оценка «неудовлетворительно» - за менее 50 % правильных ответов.

Комплект вопросов (УО) (для оценки компетенций ОПК-2, ПК-2)

ЛИНЕЙНАЯ И ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Матрицы, типы матриц.
2. Операции с матрицами, их свойства.
3. Умножение прямоугольных матриц.

4. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений.
5. Определители и их свойства.
6. Понятие определителя. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия и определения.
8. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
9. Обратная матрица и её вычисление. Условие существования обратной матрицы.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
12. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.
14. Однородные системы линейных уравнений. Критерий существования нетривиальных решений.
15. Понятие вектора и линейные операции над векторами, свойства операций.
16. Линейная комбинация векторов.
17. Линейная независимость и линейная зависимость геометрических векторов. Критерий линейной зависимости.
18. Понятие базиса. Координаты вектора.
19. Ортонормированный базис. Разложение вектора по векторам базиса.
20. Упорядоченная тройка векторов.
21. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в ортонормированном базисе.
22. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.
23. Линейные пространства.
24. Матрица перехода от базиса к базису.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Понятие переменной величины и области ее изменения.
2. понятие функциональной зависимости, классификация функций.
3. Определение и типы числовой последовательности.
4. Предел числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
5. Условия существования конечного предела числовой последовательности (теоремы Коши и Вейерштрасса).
6. Второй замечательный предел.
7. Предел функции. Определения. Геометрическая интерпретация понятия предела функции. Свойства пределов.
8. Бесконечно малые, бесконечно большие функции.
9. Первый замечательный предел.
10. Бесконечно малые величины. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Односторонние пределы. Классификация точек разрыва графика.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Больцано – Коши).
13. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой.
14. Таблица производных основных элементарных функций.
15. Связь между существованием производной функции в точке и непрерывностью функции в той же точке.
16. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной и обратной функций.
17. Производная параметрически заданной функции.

18. Производная функции, заданной неявно.
19. Дифференцирование сложной показательной функции.
20. Дифференцируемость. Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, теорема Роля, теорема Лагранжа, теорема Коши).
23. Правило Лопитала.
24. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и Пеано.
25. Асимптоты графика функции.
26. Экстремум. Необходимое условие экстремума.
27. Достаточные условия экстремума.
28. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
29. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
30. Выпуклость, вогнутость, точка перегиба. Достаточное условие вогнутости (выпуклости).
31. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие перегиба.
32. Общая схема построения и исследования графика функции.

**Комплект заданий для выполнения
расчетно-графических работ (РГР)
(для оценки компетенций ОПК-2, ПК-2)**

по дисциплине Линейная алгебра и дифференциальное исчисление
(наименование дисциплины)

По алгебре

РГР № 1, часть 1

Задание №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Выполнить действия: $A^2 + 8B^T$.

Задание №2. Продолжить данное матричное равенство $(2A + 3B)^2 - 4A^2 - 6AB = \dots$ и проверить его для матриц A и B из первого задания.

Задание №3. Вычислить определитель двумя способами: разложением по первой строке и разложением по первому столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание №4. Для данной матрицы найти обратную матрицу. Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №5. Решить матричное уравнение $AXB = C$ (найти X). Сделать проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №6. Найти ранг матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 9 & 15 \\ 3 & -8 & 2 & 6 & 20 \end{pmatrix}.$$

РГР № 1, часть 2

Задание №1. Решить систему методом Крамера. Сделать проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}.$$

Задание №2. Решить систему из №1 методом обратной матрицы.

Задание №3. Решить систему из №1 методом Гаусса.

Задание №4. Решить неоднородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

Задание №5. Решить однородную систему методом Гаусса. Найти общее решение и ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 9x_4 = 0 \\ 4x_1 - 5x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

РГР №1, часть 3

Задание №1. Показать, что векторы \vec{m} , \vec{n} , \vec{p} образуют базис в пространстве и разложить вектор \vec{a} по этому базису: $\vec{m} = (1, -1, 2)$, $\vec{n} = (2, 0, 3)$, $\vec{p} = (-2, -1, 1)$, $\vec{a} = (5, -4, 13)$.

Задание №2. Даны векторы \vec{m} и \vec{n} . Выяснить – коллинеарны ли векторы \vec{a} и \vec{b} .

$$\vec{m} = (28, -8, 8), \vec{n} = (-21, 6, -6), \vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}, \vec{b} = 2\vec{n} - \vec{m}.$$

Задание №3. Найти $|\vec{a}|$, если $|\vec{m}| = 6\sqrt{2}$, $|\vec{n}| = 2$, $(\vec{m}, \vec{n}) = 135^\circ$, $\vec{a} = 6\vec{n} - \vec{m}$.

Задание №4. Дан $\triangle ABC$. Найти $\angle B$, если $A(1; -1; 2)$, $B(3; 3; 2)$, $C(7; 1; 2)$.

Задание №5. При каких x векторы \vec{a} и \vec{b} перпендикулярны?

$$\vec{a} = (x; 1; -4), \vec{b} = (x - 3; 12; x).$$

Задание №6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} .

$$\vec{a} = 2\vec{m} - 5\vec{n}, \vec{b} = \vec{m} + \vec{n}, |\vec{m}| = 12, |\vec{n}| = 3, (\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}.$$

Задание №7. Найти площадь треугольника ABC, если $A(7; 2; -3)$, $B(6; 5; 1)$, $C(0; -2; -7)$.

Задание №8. Даны векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . Выяснить – компланарны ли векторы. Если векторы не компланарны, то найти объем параллелепипеда, построенного на векторах \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} и определить – какую тройку они образуют.

$$\vec{a}(1; -1; 5), \vec{b}(2; 4; -2), \vec{c}(3; 0; 1).$$

Задание №9. Для линейного оператора A заданы образы базисных элементов $A\vec{e}_1, A\vec{e}_2, A\vec{e}_3$. Записать матрицу оператора A в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ и найти образ элемента \vec{x} .

$$A\vec{e}_1 = 7\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3, \quad A\vec{e}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3, \quad A\vec{e}_3 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,$$

$$\bar{x} = 2\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

Задание №10. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

По дифференциальному исчислению

Найти пределы:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{e^{2x} - 1} \quad 3) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 5x^2 + 6x} \quad 4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 3x}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}} \quad 6) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1} \right) \quad 7) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^4 + 3n^2 - 4} - n^2 \right) \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{\operatorname{tg} x}}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - 1}{\operatorname{tg}(1 - e^{3x})} \quad 10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 12}{x^2 - 13} \right)^{x-3} \quad 11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \sin \frac{1}{x} \right) \quad 12) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^3 + 3} - \sqrt{n+5}}{\sqrt[3]{n^3 + 2} - \sqrt[4]{n^5 - 1}}$$

Найти производную y'_x :

$$1. y = \sin \ln x, y', y'' - ? \quad 2. y = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt[3]{x}}{x}, dy - ? \quad 3. y = 3x^2 + xe^x, x_0 = 2, \square x = 0, 1, \square y - ?$$

$$a) y = \sqrt[5]{\sin^4 \frac{x-3}{x}} \quad б) y = x^{\operatorname{arctg} 7x}$$

$$в) e^{xy} + \frac{y}{x} = \cos 3x \quad г) x = \cos t + \sin t, y = \sin t - t \cos t$$

Построить касательную к графику функции $f(x) = 3 \arccos x^2$ в точке $x = \frac{1}{2}$.

Исследовать на экстремум $f(x) = (x-3)^2(x-5)$.

Найти интервалы монотонности $y = \frac{e^{2x}}{x}$.

Найти наибольшее, наименьшее значение функции $f(x) = \frac{x^3}{3} - 16x$ на отрезке $[-5; 1]$.

Построить график функции $y = 2^{\frac{x}{2}-1} + 3$; $y = \frac{1}{2x^3 + x^2 + 8x}$.

Провести полное исследование и построить график $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он регулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил полностью все задания и их защитил, ответив на вопросы преподавателя;

- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он нерегулярно в течение семестра представлял решения задач, выполнил задания не полностью или вообще не представлял работы на проверку, допускает существенные неточности в ответах на вопросы преподавателя.